

2007RP-09

Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation à long terme des actifs physiques

Marcel Boyer

Rapport de projet
Project report

*Rapport préparé à l'intention de la Direction de la Recherche de Gaz de France
Ne pas distribuer hors de Gaz de France sans l'autorisation de l'auteur*

Montréal
Mai 2007

© 2007 Marcel Boyer. Tous droits réservés. *All rights reserved.* Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©.
Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source



Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du Ministère du Développement économique et régional et de la Recherche, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère du Développement économique et régional et de la Recherche, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les partenaires du CIRANO

Partenaire majeur

Ministère du Développement économique,
de l'Innovation et de l'Exportation

Partenaires corporatifs

Alcan inc.
Banque de développement du Canada
Banque du Canada
Banque Laurentienne du Canada
Banque Nationale du Canada
Banque Royale du Canada
Banque Scotia
Bell Canada
BMO Groupe financier
Bourse de Montréal
Caisse de dépôt et placement du Québec
DMR Conseil
Fédération des caisses Desjardins du Québec
Gaz de France
Gaz Métro
Hydro-Québec
Industrie Canada
Investissements PSP
Ministère des Finances du Québec
Raymond Chabot Grant Thornton
State Street Global Advisors
Transat A.T.
Ville de Montréal

Partenaires universitaires

École Polytechnique de Montréal
HEC Montréal
McGill University
Université Concordia
Université de Montréal
Université de Sherbrooke
Université du Québec
Université du Québec à Montréal
Université Laval

Le CIRANO collabore avec de nombreux centres et chaires de recherche universitaires dont on peut consulter la liste sur son site web.

ISSN 1499-8610 (Version imprimée) / ISSN 1499-8629 (Version en ligne)

Partenaire financier

Développement
économique, Innovation
et Exportation
Québec 

Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation à long terme des actifs physiques *

Marcel Boyer[†]

Sommaire exécutif

La qualité de l'évaluation des investissements représente sans contredit un facteur crucial de la stratégie de croissance d'une entreprise. Les projets d'investissement peuvent prendre différentes formes allant de la traditionnelle augmentation de la capacité de production à des formes plus subtiles telles l'adoption et l'implémentation d'une nouvelle technologie de production ou d'organisation, la réingénierie des processus, l'entrée sur un nouveau marché, le lancement d'un nouveau produit, l'abandon d'un marché ou d'un produit, l'accélération d'un programme de R&D, etc.

Dans tous ces cas, deux tâches se complètent : l'**actualisation appropriée des flux monétaires** typiquement incertains générés par le projet et la **valorisation de la flexibilité managériale** dans la décision, la réalisation et/ou l'exploitation d'un projet d'investissement. Nombre d'entreprises s'acquittent de ces tâches de manière peu rigoureuse ou carrément déficiente avec comme conséquence que la valeur de l'entreprise n'est pas pleinement réalisée. Si les pratiques usuelles d'évaluation de projets sont sujettes à amélioration, c'est qu'elles restent, d'une certaine manière, trop éloignées trop souvent d'une utilisation efficace des connaissances et intuitions implicites sinon explicites des gestionnaires de l'entreprise dont l'expérience peut être mise à meilleur profit.

Lorsqu'on applique une approche options réelles à la valorisation des investissements et des équipements, c'est que l'on perçoit la prise de décision stratégique comme un processus séquentiel visant à la fois l'augmentation de l'exposition aux opportunités favorables et la réduction active de l'exposition au risque baissier. La valorisation options réelles (VOR) représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue malgré son adoption par certaines grandes entreprises. Néanmoins, la contribution des gestionnaires supérieurs à la valeur de l'entreprise peut se mesurer à l'aune de leur capacité à identifier, définir et gérer les options réelles de leur entreprise.

La dimension technique de la VOR est certes importante mais au-delà des techniques, elle représente surtout une façon de voir et de concevoir les projets, à savoir :

* Un exposé général à l'intention des dirigeants de Gaz de France.

† Professeur Titulaire, Chaire Bell Canada en économie industrielle, Université de Montréal, Fellow du CIRANO, du CIREQ et de l'Institut C.D. Howe, Membre élu de la Société Royale du Canada, les Académies des arts, des lettres et des sciences du Canada, courriel : marcel.boyer@cirano.qc.ca.

- Reconnaître que l'incertitude et la volatilité des marchés crée des opportunités dont l'exploitation éclairée peut générer une valeur significative pour l'entreprise;
- Reconnaître que la matérialisation de cette valeur nécessite des réactions ou décisions adéquates à mesure que l'information devient disponible et que les incertitudes de départ sont levées;
- Identifier des décisions qui favorisent l'exposition à des résultats favorables et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier;

Un bon plan stratégique est un plan qui définit et crée des options réelles pour l'entreprise et met en place un processus de prise de décision qui exploite ces options réelles de manière fructueuse. La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale en fonction du développement stochastique de l'environnement de l'entreprise. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur mais plutôt un exercice de façonnement du futur. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles.

La valeur de la planification stratégique dépend de la qualité des options réelles créées et intégrées au plan et par la qualité de la procédure d'évaluation et d'exercice de ces options réelles. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaire concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaire oligopolistique réactif : les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux. C'est une responsabilité essentielle des gestionnaires de haut niveau que d'identifier quelles options devraient être fermées au profit d'un engagement fort et quelles options devraient être gardées ouvertes au nom de la flexibilité. C'est dans ce sens-là que la création et la gestion des options réelles, par l'exploitation de l'incertitude et de la volatilité, créent de la valeur pour l'entreprise et représentent des responsabilités parmi les plus importantes des gestionnaires supérieurs de l'entreprise. Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de donner un contenu quantitatif plus précis et rigoureux aux intuitions, générant ainsi un véritable avantage sur les concurrents.

L'approche VOR est en fait une amélioration importante des procédures conventionnelles d'évaluation des investissements. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive :

- ❖ donner de l'importance au timing des décisions;
- ❖ identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet;
- ❖ identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse;
- ❖ gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude présente dans l'environnement de l'entreprise.

À partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments, à gérer de manière proactive, pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'entreprise. Ces considérations sont reprises et développées dans la troisième partie de ce rapport.

L'approche VOR s'avère un outil puissant pour optimiser les décisions d'investissement dans le domaine du gaz naturel et dans la capacité de stockage en particulier. C'est ce que nous montrons dans les parties 1, 2 et 4 de ce rapport. Nous montrons comment déterminer et modéliser le niveau de volatilité pertinent à considérer dans un projet d'investissement donné. Nous présentons succinctement la nature des modèles dits structurels et des modèles dits à forme réduite pour la prise en compte de la volatilité.

Il serait utile de poursuivre plus à fond ces développements afin de concrétiser davantage la méthode d'évaluation afin de tenir compte, dans le respect des possibilités et contraintes opérationnelles, des multiples facettes de la volatilité, de la flexibilité et de la modularité spécifiques aux divers projets d'investissement chez Gaz de France. On ne saurait exagérer l'importance de ces développements pour optimiser la valeur de l'entreprise.

Mots clés : investissement, méthode d'évaluation, volatilité, valorisation

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le mandat qui nous a été donné par Gaz de France s'énonce comme suit.

Dans le cadre de l'ouverture des marchés de l'énergie en Europe, le groupe Gaz de France souhaite se doter d'une méthodologie efficace de valorisation des actifs physiques et financiers. En particulier, dans le cadre de l'acquisition d'actifs physiques (stockages gazeux ou actifs de production d'électricité par exemple), une valorisation de long terme (de 10 à 30 ans) est nécessaire. Pour capter pleinement la valeur d'un tel actif vis-à-vis des marchés de l'énergie, une valorisation optionnelle doit être envisagée. Cette méthode de valorisation est pertinente sur la durée de vie du marché (typiquement trois ans). L'objet de cette étude est d'apporter des éléments de réflexion pour savoir dans quelle mesure il est possible d'étendre cette méthode sur le long terme.

Ce rapport préparé à l'intention de Gaz de France comprend quatre parties.

La première partie *La nature et les facteurs de la volatilité du prix* comprend quatre sections :

1. **Chocs exogènes causant des déplacements d'offre et de demande** : Dans un marché concurrentiel, la volatilité des prix dépend de la volatilité des chocs qui causent des déplacements des courbes d'offre et de demande. La volatilité de ces chocs peut être saisonnière (écarts de température). Nous illustrons le mécanisme sous-jacent et nous dressons une liste des phénomènes qui causent des déplacements des courbes d'offre et de demande.
2. **Élasticité des courbes d'offre et de demande** : Le niveau de volatilité dépend de l'élasticité-prix des courbes d'offre et de demande. Une élasticité faible (offre ou demande) est synonyme d'une capacité d'ajustement des consommateurs et/ou des producteurs faible suite à un déplacement de l'offre ou de la demande. Par conséquent, un déplacement de la demande ou de l'offre aura un impact plus grand si les élasticités (offre et demande) dans le voisinage du point d'équilibre concurrentiel sont faibles.
3. **Court terme vs. long terme** : Comment à long terme évoluera ce phénomène de court terme ? Il faut prévoir l'évolution des facteurs qui affectent les élasticités (changements

technologiques, biénergie, augmentation globale des capacités de stockage, nouveaux gisements, etc.) et des facteurs causent des déplacements des courbes d'offre et de demande (intégration économique – importations, exportations, transport –, risques géopolitiques, évolution des marchés en aval – électricité par turbines à gaz –, etc.).

4. **Modèle à forme réduite** : La volatilité est donc une fonction complexe des éléments susmentionnés (chocs, élasticité, etc.). Il est donc très difficile (et possiblement très coûteux) de développer un modèle structurel permettant de caractériser l'équilibre et de déterminer la distribution des facteurs qui affecteront dans le long terme les courbes d'offre et de demande (déplacements et élasticités). Par conséquent, pour caractériser l'évolution des prix du gaz et plus particulièrement leur volatilité, nous suggérons l'utilisation d'un modèle à forme réduite calibré sur des prix historiques et sur le prix d'actifs présentement transigés (options, contrats à terme, etc.).

La deuxième partie *Choix du modèle à forme réduite et questions pratiques : estimation et simulations Monte-Carlo* comprend quatre sections :

1. **Choix du modèle à forme réduite** : Dans cette section, nous présentons le modèle à forme réduite que nous jugeons approprié. Le modèle de volatilité proposé est un modèle à deux facteurs stochastiques : le prix et le «convenience yield». Trois phénomènes doivent être modélisés : le retour à la moyenne dans le prix, la volatilité stochastique et la saisonnalité.
2. **Méthodologie d'estimation** : Dans cette section nous détaillons la méthodologie et la stratégie d'estimation, i.e. la marche à suivre pour estimer les paramètres du modèle (filtre de Kalman).
3. **Marche à suivre pour les simulations Monte-Carlo** : Dans cette section nous détaillons la méthodologie qui permet de simuler différentes trajectoires de prix (simulation Monte-Carlo). La simulation Monte-Carlo est l'outil qui sera utilisé pour évaluer la valeur d'une capacité de stockage.

La troisième partie *Choix d'investissement : risques et optionnalité* comprend deux sections :

1. **L'actualisation des flux monétaires en incertitude** : Nous clarifions les fondements de l'évaluation de projet en présence de multiples sources de risque. Nous argumentons que

les différentes composantes des flux monétaires doivent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir leurs équivalents certains. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisés au taux sans risque, identique, unique et observable. Nous faisons le parallèle entre équivalent certains et prix à terme et le modèle décrit à la section précédente.

2. **La valeur de la flexibilité :** En incertitude, nous soulignons l'importance de valoriser la flexibilité de gestion dans les projets. En effet, la valeur d'un stockage de gaz naturel dépend essentiellement de l'option de varier le volume de gaz en stock.

La quatrième partie *Stratégie d'évaluation pour un stockage de gaz naturel* comprend une discussion du problème particulier de stockage qui nous a été proposé. Nous montrons comment simuler différentes trajectoires de prix à partir de notre modèle de la partie 2 et nous présentons les grandes lignes de l'algorithme à mettre en place pour évaluer la valeur du stockage.

1. NATURE ET FACTEURS DE LA VOLATILITÉ

En raison de la forte volatilité des prix de l'énergie (pétrole, gaz naturel, électricité) et du caractère optionnel de plusieurs actifs produisant ou utilisant de l'énergie (stockage, génératrices de pointe, etc.), la «valorisation options réelles» (VOR) intéresse de plus en plus les décideurs de l'industrie énergétique. Dans ce contexte, la volatilité du prix et son évolution deviennent des paramètres aussi importants que le prix moyen lui-même et son évolution. De plus, la volatilité change parfois de manière dramatique, parfois anticipée parfois non.

De façon générale, pour déterminer la valeur d'un actif à l'aide de la VOR, on procède aux quatre ensembles de réflexions et d'analyses suivants :

1. la caractérisation de l'actif à évaluer, incluant l'identification des «options» et la délimitation de la stratégie d'exercice ;
2. le choix d'un modèle à forme réduite à utiliser pour simuler la dynamique de la variable ou des variables d'état stochastiques;
3. l'estimation (le calibrage) des paramètres du modèle à forme réduite en utilisant des variables historiques (prix historiques), des variables indicatrices de l'évolution anticipée des variables d'état (prix pour des contrats à terme ou options qui se transigent à la date d'évaluation), et toutes autres informations, explicites ou implicites, de fiabilité différenciée, sur l'évolution future des variables d'état;
4. la mise en place de l'algorithme permettant de déterminer la valeur de l'actif (modèle trinomial, simulation Monte-Carlo, solution d'équation différentielle, etc.).

Les étapes 2 et 3 rendent certains utilisateurs sceptiques quant au bien-fondé de la méthodologie pour des actifs ayant une durée de vie supérieure à celle du marché actuel. Il semblerait qu'un modèle de prévision structurel serait plus approprié pour prévoir l'évolution à long terme du prix et de la volatilité.

À première vue un modèle structurel semble intéressant. Par contre, avant de construire un tel modèle, il faut bien identifier et comprendre les facteurs et les mécanismes qui expliquent la dynamique du prix. L'objectif de la présente discussion est de dégager des intuitions et non

de développer un modèle structurel complet et rigoureux. Compte tenu de la complexité du marché du gaz naturel, il est à priori difficile d'établir comment un modèle structurel serait plus «performant» qu'un modèle à forme réduite judicieusement choisi et bien compris. Pour guider notre discussion, le cadre d'analyse qui sera utilisé est le modèle industriel concurrentiel (concurrence parfaite) où nous faisons les hypothèses suivantes :

1. le produit (gaz naturel) est homogène;
2. il y a un grand nombre d'acheteurs et de vendeurs (marché liquide), et;
3. l'information sur l'état du marché est généralement disponible et crédible (parfaite).

En réalité, pour le marché du gaz naturel, certaines des hypothèses du modèle concurrentiel peuvent être considérées comme « fortes » : la nature et la structure des contrats, les engagements plus ou moins contraignants des fournisseurs et des clients, la qualité du service-approvisionnement et du service-client, les risques de crédit et de marché, opérationnels et structurels, par exemple, peuvent faire en sorte que le produit, homogène au départ, est différencié à l'arrivée, que l'information sera dans plusieurs cas incomplète ou asymétrique et que des coûts d'agence non négligeables peuvent être présents. Par contre, cette représentation simplifiée permet de caractériser et d'illustrer de façon concise les principaux mécanismes permettant d'expliquer les variations de prix observées et de clarifier le rôle spécifique de la volatilité des prix.

Dans les deux premières sous-sections de la présente section, nous considérons l'équilibre de court terme où nous supposons que les technologies et les capacités de production et de consommation sont fixes. La question du long terme, où tous les facteurs sont variables, sera abordée dans la troisième sous-section. À la quatrième sous-section, nous abordons la question des modèles à forme réduite et leur utilisation. Pour terminer, nous commentons sur la pertinence de concevoir un modèle structurel pour prévoir l'évolution à long-terme du prix et de la volatilité. Il est important de noter que nous nous limitons aux facteurs fondamentaux sans aborder la volatilité due à la « spéculation » sur les marchés du gaz naturel.

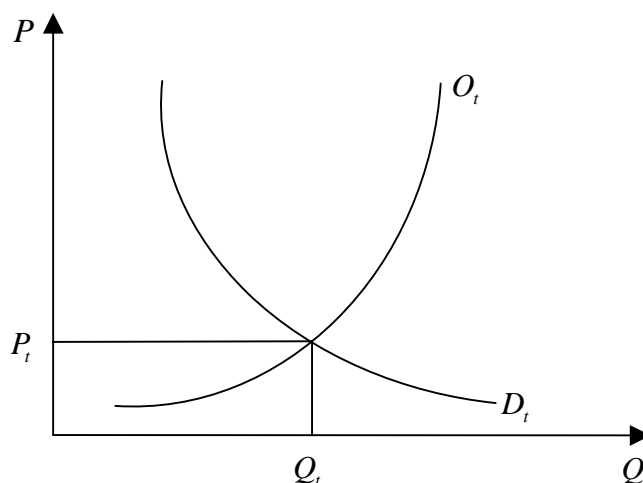
A. *Équilibre de court terme et chocs exogènes causant des déplacements d'offre et de demande*

Sans perte de généralité, supposons que les courbes d'offre et de demande sont à élasticité constante dans le voisinage du point d'équilibre concurrentiel où quantité demandée et offerte sont égales (de manière générale, les élasticités-prix de l'offre et de la demande varient en fonction du niveau de prix). Dans ce cas, l'équilibre concurrentiel au temps t est caractérisé par la figure 1, où :

- $D_t(P_t, P_t^*, R; Z)$ est la fonction de demande au temps t , P_t est le prix du gaz naturel, P_t^* est le vecteur des autres prix, R est le revenu et Z est un vecteur de facteurs (dont les facteurs macroéconomiques) susceptibles d'influencer la position de la demande, à court et/ou à long terme;
- $O_t(P_t; X)$ est la fonction d'offre au temps t et X est un vecteur de facteurs (dont les facteurs macroéconomiques) susceptibles d'influencer l'offre, à court et/ou à long terme;
- P_t est le prix d'équilibre au temps t ;
- Q_t est la quantité d'équilibre au temps t .

Le niveau et la forme de la fonction de demande s'expliquent par la composition ou la distribution des consommateurs/clients qui sont hétérogènes en préférences et caractéristiques, ont des technologies de consommation différentes, et font face à des contraintes (d'ajustement) différentes.

Figure 1 : Équilibre concurrentiel à t



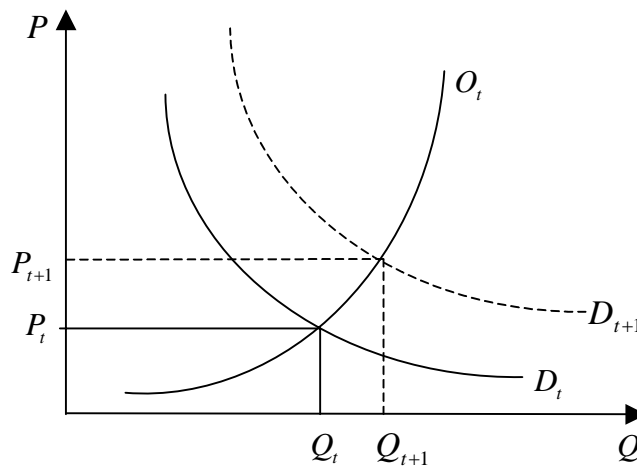
À court terme (technologies, capacités de production et de consommation fixes), les variations de prix sont provoquées par des chocs exogènes causant des déplacements des courbes d'offre et/ou de demande. Dans le cas du gaz naturel, le choc est souvent causé par une variation de température. Par exemple, en période froide (hiver), une baisse de la température entraîne une augmentation de la demande de gaz pour le chauffage et en période chaude (été), une hausse de la température provoque une augmentation de la demande d'électricité pour la climatisation ce qui peut conduire à une augmentation de la demande de gaz naturel si une quantité importante de gaz alimente des génératrices.¹

Du côté industriel, un accroissement de la demande pour des produits émanant d'un procédé de fabrication qui utilise du gaz naturel aura comme effet d'augmenter la demande dérivée de gaz. Il se peut aussi que le choc soit causé par l'augmentation du prix d'un substitut, par exemple, prenons le cas de producteurs d'énergie qui utilisent des technologies biénergie (mazout-gaz) et qui décident de changer de carburant suite à une augmentation du prix du mazout.

¹Le document intitulé *Natural Gas and Energy Price Volatility* publié en octobre 2003 par l'American Gas Foundation explique la nature de la volatilité dans le marché Nord-américain du gaz naturel. Voir également *Natural Gas Outlook To 2020* publié en février 2005 également par l'American Gas Foundation.

La figure 2 illustre le nouvel équilibre concurrentiel qui résulte d'une augmentation de la demande de D_t à D_{t+1} .

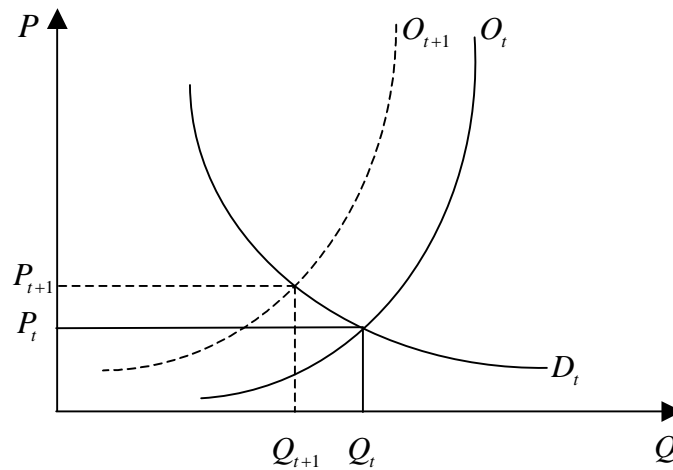
**Figure 2 : Équilibre concurrentiel à $t+1$
suite à une augmentation de la demande (choc positif)**



À P_t , il y a demande excédentaire, ce qui pousse les consommateurs à surenchérir (consommateurs pour qui la valeur du gaz est plus élevée que P_t), implicitement sinon explicitement. Cette surenchère entraîne une pression à la hausse et éventuellement une augmentation de prix ; les producteurs augmentent alors leur production, compte tenu de leurs technologies et de leurs capacités ; le processus d'ajustement se poursuit jusqu'à ce que le prix et la quantité atteignent leurs nouveaux niveaux d'équilibre, à P_{t+1} et Q_{t+1} , respectivement.

Des chocs peuvent aussi perturber l'équilibre à partir d'un déplacement l'offre. Prenons le cas d'un bris de pipeline ou le cas d'une instabilité politique dans un pays fournisseur dans la situation où une part importante de l'offre serait composée d'importations de gaz naturel liquéfié (GNL). La figure 3 illustre le nouvel équilibre concurrentiel suite à un choc exogène qui entraîne une diminution de l'offre de O_t à O_{t+1} .

**Figure 3 : Équilibre concurrentiel à $t+1$
suite à une diminution de l'offre (choc négatif)**



Dans le cas présent, la volatilité du prix dépend de l'importance et de la distribution des chocs que subissent les fonctions d'offre et de demande ; ces chocs sont modélisés par des changements dans le niveau des variables comprises dans les vecteurs X et Z . La modélisation de chocs «temporaires» est importante si le but est d'évaluer la valeur d'une capacité de stockage puisque cette dernière tire sa valeur optionnelle des variations de prix à court terme (hebdomadaires, mensuelles, saisonnières).

Suite à un choc donné (un changement donné dans une variable comprise dans Z ou X), l'amplitude de la variation du prix dépendra de la capacité des producteurs et/ou des consommateurs de s'ajuster à une variation de la demande ou de l'offre. Cette capacité est mesurée par les élasticité-prix de l'offre et de la demande.

B. Équilibre de court terme et élasticités-prix des courbes d'offre et de demande

L'importance de l'effet d'un choc dépend de la capacité d'ajustement des producteurs et des consommateurs. Pour caractériser cette capacité d'ajustement, l'élasticité-prix est la mesure la plus communément utilisée. L'élasticité-prix de la demande ε_D et de l'offre ε_O se définissent comme suit :

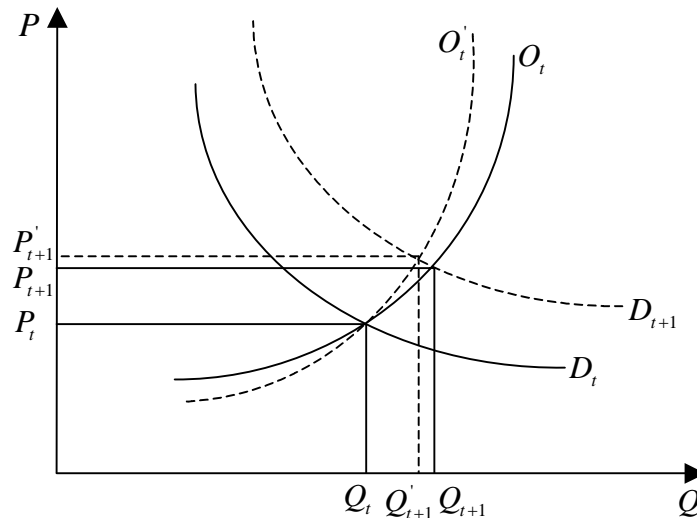
$$\varepsilon_D = - \frac{\Delta \text{ en \% de la quantité demandée}}{\Delta \text{ en \% du prix}}$$

$$\varepsilon_o = \frac{\Delta \text{ en \% de la quantité offerte}}{\Delta \text{ en \% du prix}}$$

Une demande inélastique (élastique) se caractérise par $\varepsilon_D < 1$ ($\varepsilon_D \geq 1$) signifiant que les consommateurs ont de la difficulté (facilité) à réduire leur quantité demandée suite à une hausse de prix. Pour sa part, une offre inélastique (élastique) se caractérise aussi par $\varepsilon_o < 1$ ($\varepsilon_o \geq 1$) traduisant la difficulté (facilité) qu'ont les fournisseurs/producteurs à augmenter la quantité offerte suite à une hausse de prix.²

La figure 4 illustre l'effet d'une augmentation de la demande sur le prix d'équilibre pour deux courbes d'offre, une à pente plus faible au prix P_t et donc plus élastique (O_t) et l'autre à pente plus forte au prix P_t et donc plus inélastique (O'_t).

Figure 4 : Équilibre concurrentiel à $t+1$ suite à une augmentation de la demande, offre plus élastique vs. offre plus inélastique

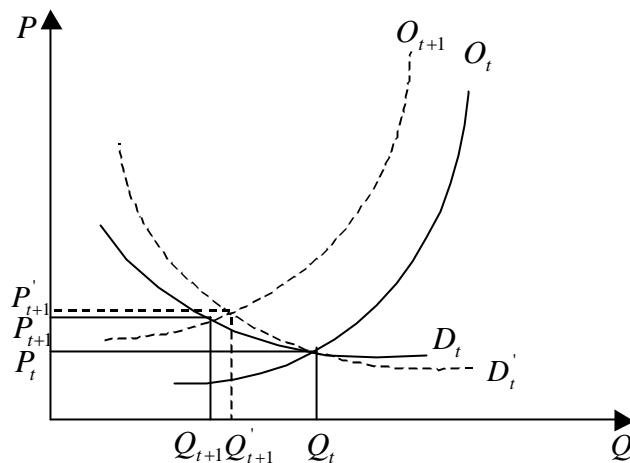


²Les élasticités de demande par rapport aux prix P_t et P_t^* et par rapport au revenu R satisfont un ensemble de propriétés bien connues que nous ne présentons pas ici.

Dans le cas de l'offre plus élastique, le nouveau prix et la nouvelle quantité d'équilibre sont respectivement égales à P_{t+1} et Q_{t+1} , et pour l'offre plus inélastique, nous avons P'_{t+1} et Q'_{t+1} . Nous observons que $P'_{t+1} > P_{t+1}$, car plus l'élasticité-prix de l'offre est forte, plus les producteurs sont en mesure d'ajuster la quantité offerte aux variations de prix, ce qui atténue la pression de la demande excédentaire au prix P_t .

La figure 5 illustre un phénomène similaire où cette fois nous examinons l'effet d'une diminution de l'offre pour une demande plus élastique (D_t) et une demande plus inélastique (D'_t) au prix P_t . Nous observons que $P'_{t+1} > P_{t+1}$, car plus l'élasticité-prix de la demande est forte, plus les consommateurs sont en mesure d'ajuster leur quantité demandée aux variations de prix, ce qui a aussi comme effet d'atténuer la pression de la demande excédentaire au prix P_t .

**Figure 5 : Équilibre concurrentiel à $t + 1$
suite à une diminution de l'offre,
demande plus élastique vs. demande plus inélastique**



Pour un choc donné, la volatilité du prix du gaz est fonction des élasticité-prix de l'offre et de la demande : plus ces élasticités sont élevées, plus les demandeurs et les offreurs sont en mesure de modifier leurs décisions respectives de consommation/achats et de production/ventes suite à une variation de prix (plus les demandeurs et les offreurs sont flexibles) et plus faible sera la volatilité du prix.

Dans le cas de la demande, si une part importante de la demande vient d'utilisateurs qui sont en mesure de substituer gaz naturel et mazout (ou une autre source d'énergie) pour satisfaire leurs besoins, la demande sera plus élastique que dans le cas où cette part est faible, i.e. où une forte majorité de consommateurs n'ont pas cette flexibilité. À mesure que le prix augmente, on peut s'attendre à ce que les ajustements faciles seront apportés d'abord (ajustement du niveau de chauffage par exemple) et les ajustements plus difficiles ensuite (les substitutions de combustibles par exemple). À ces ajustements des demandeurs actuels, on doit ajouter les entrées et sorties plus ou moins définitives de consommateurs du marché du gaz naturel.

Du côté de l'offre, si la production de gaz naturel est une activité à coût marginal faible relativement au niveau de prix généralement observé, cela signifierait que les producteurs produisent presque toujours à pleine capacité. De plus, puisque le gaz est transporté par pipelines (ou bateaux dans le cas du GNL), il est difficile à court terme d'augmenter la capacité de transport pour une région donnée suite à une augmentation de la demande. La combinaison de ces facteurs fait en sorte qu'à court terme, l'offre est relativement inélastique à pratiquement tous les niveaux de prix. Néanmoins, à mesure que le prix augmente, on peut s'attendre à ce que les ajustements faciles seront apportés d'abord et les ajustements plus difficiles ensuite. À ces ajustements des offreurs actuels, on doit ajouter les entrées et sorties de producteurs/fournisseurs du marché du gaz naturel.

Un modèle simple de prédiction des changements de prix

Soit une fonction de demande à élasticité-prix constante b et une fonction d'offre également à élasticité prix constante d : $Q_D = ZP^b$ et $Q_0 = XP^d$. Pour simplifier, supposons que les vecteurs Z et X sont unidimensionnels, à l'équilibre ($Q_D = Q_0$) nous avons :

$$P_t = \left(\frac{Z}{X} \right)^{\frac{1}{d-b}}$$

Ainsi, le changement en pourcentage du prix $\Delta\%P_t$ résultant d'un changement en pourcentage des facteurs exogènes Z et X est donné par :

$$\Delta\%P_t = (\Delta\%Z - \Delta\%X) \cdot \frac{1}{d-b}$$

Cette formulation nous permet de voir que le changement de prix dépendra des élasticités-prix de la demande et de l'offre même si le choc original n'affecte qu'une des fonctions i.e. $\Delta\%Z = 0$ ou $\Delta\%X = 0$. La volatilité du prix sera quant à elle déterminée par la distribution des chocs anticipés dans les facteurs exogènes Z et X .

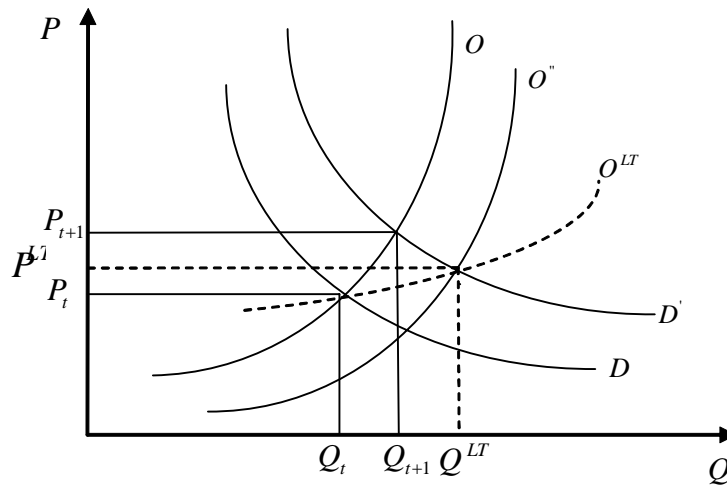
Aussi, la possibilité d'entreposer le gaz naturel contribue à augmenter l'élasticité-prix de l'offre à partir du prix où il est optimal pour les détenteurs de stocks de réduire leurs inventaires. À la figure 4, O_t peut correspondre au cas où le volume de gaz stocké est élevé et où P_t est égal au prix à partir duquel il est optimal de réduire les stocks.

C. Court terme et long terme

Pour étendre cette analyse au long terme, il faut distinguer deux types de chocs, les chocs temporaires (exemple : bris de pipelines) et les chocs permanents (exemple : augmentation du nombre de ménages se chauffant au gaz naturel). Considérons un choc permanent qui dépla-

cerait la demande vers le haut (de D à D') entraînant dans le court terme une hausse du prix de P_t à P_{t+1} (Figure 6).

Figure 6 : Équilibre concurrentiel de long terme suite à un choc positif permanent sur la demande de D à D'



À long terme, les acheteurs/clients/consommateurs et les vendeurs/fournisseurs/offreurs pourront profiter d'une multitude de moyens pour s'adapter aux variations de prix. Considérons ici l'adaptation à long terme de l'offre. Les moyens d'adaptation comprennent (liste non exhaustive) : augmentation de la capacité de production (nouveaux investissements), changements de technologies parmi les technologies disponibles, changements pour des technologies qui restent à découvrir ou à implémenter (progrès technologique rendu possible suite à une hausse du prix augmentant ainsi la rentabilité espérée de divers programmes de R&D), entrée et sortie du marché (nouveaux fournisseurs), recherche de nouvelles réserves et mise en exploitation de réserves connues, etc. L'effet intégré de ces différents moyens d'adaptation sera de déplacer éventuellement la fonction d'offre de court terme vers la droite (de O à O''), réduisant la pression première sur le prix. Ainsi, l'effet à long terme sur le prix du gaz naturel, suite à la hausse permanente de la demande, sera plus faible que celui de court terme : les élasticités-prix de long terme, tant celle de la demande que celle de l'offre, sont de toute évidence plus élevées (possiblement infinies dans le cas de la demande et/ou de l'offre de long terme) que celles de court terme.

Mais dans cette analyse, le prix est toujours, ou de manière générale (i.e. sauf dans le cas de contrats de long terme à prix prédéterminés), déterminé par les conditions de court terme. L'équilibre de court terme se déplace suite à la mise en place de moyens d'adaptation de long terme et ainsi, le prix d'équilibre peut revenir à son niveau de départ (suivant un processus de retour à la moyenne) si l'offre de long terme est parfaitement élastique ou rester à un niveau supérieur à celui d'aujourd'hui (suivant un processus à taux de croissance moyen positif). Pindyck (1980, 1999) mentionne bien et insiste sur le fait que, selon le modèle de Hotelling, le prix et sa trajectoire espérée dépendent du coût marginal d'extraction, du niveau initial des réserves et de la demande. Un modèle structurel doit donc considérer l'évolution de ces facteurs.

Il est important de remarquer que l'offre de long terme peut être parfaitement élastique sans qu'il n'y ait de changements dans la volatilité observée sur le marché. En effet, l'équilibre du marché sera à long terme déterminé par les conditions du marché de court terme, telles qu'elles seront observées à long terme. Ces conditions peuvent ne pas être très différentes de celles prévalant aujourd'hui, sauf que le point d'équilibre concurrentiel se sera déplacé à long terme dans la direction nord est. La volatilité de court terme peut très bien rester la même tout au long de cet ajustement à long terme de l'équilibre de court terme du marché du gaz.

Pour certains projets d'investissement, le niveau moyen des prix joue un rôle clé. C'est le cas d'un investissement visant à augmenter la capacité de production. Il faut alors bien modéliser le changement à long terme dans le niveau moyen (ou d'équilibre) du prix car la rentabilité de l'investissement en dépend : il faut bien comprendre les facteurs qui influencent le niveau et la forme des courbes de demande et d'offre de long terme pour déterminer l'évolution du prix d'équilibre de long terme.

Mais pour d'autres projets d'investissement, ce n'est pas le cas. Par exemple, dans le cas d'un investissement visant à augmenter la capacité de stockage, seule la volatilité du prix autour de son niveau moyen importe. La rentabilité d'une capacité de stockage dépend essentiellement de la variabilité (quotidienne, mensuelle, saisonnière) du prix autour de son niveau moyen.

Le niveau moyen lui-même a peu de pertinence dans l'évaluation de ce type de projets d'investissement.

Finalement, l'analyse de projets d'investissement doit aussi reposer sur une bonne compréhension du pouvoir de marché de l'entreprise : l'augmentation de la capacité de production ou de la capacité de stockage de l'entreprise aura-t-elle un impact sur l'évolution du prix et de la volatilité ? Sur le marché international du gaz naturel, cet effet est probablement négligeable. Mais il pourrait en être autrement sur un marché régional, voire local.

Si un investissement en capacité de production augmente significativement la capacité totale de production dans le marché, il aura un effet non négligeable sur le prix moyen : la valorisation de l'investissement reposera alors sur le niveau de prix ex post investissement. Si un investissement en capacité de stockage augmente de manière non négligeable l'élasticité-prix de l'offre globale de court terme, il aura un effet non négligeable sur la volatilité du prix moyen : la valorisation de l'investissement reposera alors sur le niveau de volatilité ex post investissement.

D. Modèles à forme réduite

L'analyse ci-haut nous démontre qu'il est potentiellement très difficile de construire un modèle structurel permettant de caractériser adéquatement la dynamique court-terme/long-terme du gaz naturel. En effet, à court terme, en plus d'avoir à estimer les paramètres des courbes d'offre et de demande, il faut modéliser l'évolution des facteurs exogènes qui causent le déplacement des courbes, y compris la dynamique du stockage. À long terme, quand tous les facteurs deviennent endogènes, c'est sans doute beaucoup plus difficile!

Ce constat est celui de plusieurs auteurs qui ont choisi d'utiliser des modèles à forme réduite pour appliquer la VOR à des investissements de longue durée. Citons, un exemple parmi bien d'autres, Cortazar et Schwartz (1998) qui utilisent le modèle à deux facteurs de Gibson et Schwartz (1990) pour déterminer le timing optimal d'investissement/développement et la valeur d'une réserve de pétrole non-développée. Une fois la décision de développer la réserve

(option américaine), l'horizon d'exploitation prévue est de 7 ans. Pour calibrer leur modèle, les auteurs utilisent les prix de 13 contrats à terme sur le pétrole transigés à la date d'évaluation (le 2 janvier 1998). Pour leur part, Smith et McCardle (1999) appliquent la VOR à des actifs pétroliers en utilisant un processus de retour à la moyenne. Dans leur cas, les paramètres du processus de prix sont estimés en utilisant une série annuelle de prix sur la période 1900-1994.

Finalement, Schwartz et Smith (2000) ont développé un modèle de retour à la moyenne où le prix d'équilibre de long terme d'un produit de type commodité (en l'occurrence le pétrole) suit lui-même un processus aléatoire. Dans leur modèle, le logarithme du prix S_t se décompose comme suit :

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t .$$

Le terme χ_t est la composante reflétant les chocs de court terme. Schwartz et Smith supposent que χ_t suit le processus de retour à la moyenne (centré sur zéro) suivant :

$$d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi .$$

Le terme ξ_t est le logarithme du prix d'équilibre de long terme. Schwartz et Smith supposent que ξ_t suit le mouvement Brownien suivant :

$$d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi .$$

Schwartz et Smith considèrent que les variables dz_χ et dz_ξ sont corrélées. Leur interaction détermine la volatilité future observée dans le temps. Les paramètres du modèle sont estimés par Schwartz et Smith en utilisant une série historique de prix à terme sur le pétrole. On pourrait aussi inclure dans ce modèle un facteur de saisonnalité.

Par la suite, ce modèle d'évolution aléatoire de la variable de prix peut être utilisé pour évaluer un projet d'investissement dont la valeur repose sur cette évolution et ce, selon différentes stratégies de calculs mentionnées en introduction de cette section.

Ce modèle est conçu pour caractériser la dynamique de la Figure 6, où fluctuations aléatoires de court terme et ajustements stochastiques de long terme interagissent constamment dans la détermination du prix et de la volatilité.

E. Conclusions

- ❖ Prédire la volatilité du prix sur le marché du gaz naturel dans T années où $T = 15, 20$ ou 30 ans, n'est ni plus ni moins facile et rigoureux que prédire le niveau moyen du prix sur la même période. Prédire la volatilité ou le prix moyen exige une bonne dose de techniques économiques et statistiques avancées et une bonne dose de compréhension explicite ou implicite des facteurs explicatifs de la volatilité et du prix moyen.
- ❖ Compte tenu de notre analyse, construire un modèle structurel fiable pour le prix du gaz naturel est sans doute très difficile, voir impossible.
- ❖ Selon les besoins, un modèle à forme réduite peut intégrer des composantes de court et de long terme.
- ❖ Si on utilise le prix de contrats à terme présentement transigés pour calibrer le modèle à forme réduite, on considère le consensus du marché concernant la valeur des paramètres du modèle. Cela ne veut pas nécessairement dire que le modèle est valide seulement pour la durée de vie du marché.
- ❖ Il serait certes bien téméraire de prévoir que la volatilité des marchés est un phénomène en voie de disparition ! Les études économétriques ex post, permettant de relier les changements de volatilité à des événements connus, sont peu utiles pour prédire les changements de volatilité dans l'avenir, à court ou long terme. Ces études semblent montrer que les sauts et variations de volatilité sont des phénomènes de court terme, peu prévisibles à court et moyen termes, et donc peu utiles à l'évaluation des investissements de long terme. La meilleure prédiction de la vo-

latilité des marchés dans T années reste dans bien des cas le niveau de volatilité observé et/ou estimé aujourd'hui.

- ❖ S'il y a des raisons sérieuses pour ajuster à long terme, à la hausse et à la baisse, le niveau de volatilité du marché du gaz naturel (épuiement des réserves connues et découvertes de nouvelles réserves, changements technologiques dans les substituts et les compléments, changements climatiques, changements réglementaires, etc.), il faut certes le faire, mais la prudence est de mise en cette matière : le monde socio-politico-économique dans lequel nous vivons dans T années ne sera fort probablement ni globalement moins volatil ni globalement plus volatil qu'il ne l'est aujourd'hui.
- ❖ Ainsi, l'American Gas Foundation anticipe que le prix moyen du gaz naturel restera dans un intervalle de 5\$ à 6\$ par MMBTu car la croissance de l'offre devrait pouvoir rencontrer la croissance de la demande. Par ailleurs, elle anticipe que la volatilité des prix du gaz naturel, qui a connue une hausse importante au cours des dernières années, restera relativement élevée pour une durée indéfinie, étant donné la faible adaptabilité de l'offre de court terme (réserves, transport, production relativement fixes), impliquant une élasticité de l'offre relativement faible comparativement à celle des années quatre-vingts et quatre-vingt-dix, par rapport à une croissance agressive d'une demande relativement volatile et la prédominance des marchés spot. La croissance des capacités de stockage, l'utilisation des mécanismes de couverture et le recours aux contrats de long terme à prix fixes pourraient réduire jusqu'à un certain point cette volatilité « anormalement » élevée, mais comme la rentabilité de ces investissements et mécanismes est fonction de la volatilité, il est clair qu'ils ne sauraient réduire significativement la volatilité « normale » ou d'équilibre.
- ❖ La raison est simple et profonde à la fois : les forces d'équilibre des marchés, y compris celles sous-jacentes à la détermination du prix moyen d'équilibre et celles sous-jacentes à la détermination du niveau d'équilibre de la volatilité, sont continuellement à l'œuvre. Si la volatilité devenait à un moment donné supérieure à son niveau d'équilibre, alors les marchés réagiraient (nouveaux investissements, nouveaux contrats) et la ramènerait à son niveau normal ou d'équilibre.

- ❖ On peut à ce sujet citer Robert Pindyck :
 - « There is a statistically significant positive trend in volatility for natural gas (but not for crude oil). However, this trend is of little economic importance; ... Shocks to volatility are generally short-lived for both natural gas and crude oil. Volatility shocks decay (i.e., there is a reversion to the mean) with a half-life of about 5 to 10 weeks. » (2004a, page 3)
 - « [...] for practical purposes, volatility can be modeled as a pure ARMA process » (2004a, page 18)
 - « But fluctuations in volatility should not have any significant impact on the values of most real options (e.g., options to invest in gas or oil-related capital) or on the related investment decisions. » (2004a, page 18)
 - « [...] at least for the petroleum complex [crude oil, heating oil, and gasoline], changes in price volatility are not predicted by market variables such as inventories or convenience yields, and can be viewed as exogenous. » (2004b, page 1030)
- ❖ La volatilité à prendre en compte dans l'évaluation d'un investissement en capacité de stockage est la volatilité de court terme (quotidienne, mensuelle, saisonnière). En effet, la rentabilité d'une capacité de stockage vient essentiellement de la variabilité du prix autour de son niveau moyen. Ce niveau moyen peut changer sans affecter la rentabilité d'une capacité de stockage.

2. CHOIX DU MODÈLE À FORME RÉDUITE ET QUESTIONS PRATIQUES : ESTIMATION ET SIMULATION MONTE-CARLO

À la section précédente, à partir d'un cadre analytique simplifié, nous avons isolé les principaux facteurs responsables de la volatilité du prix du gaz naturel. Tel que mentionné, le développement d'un modèle structurel qui permettrait de quantifier l'impact sur la volatilité de changements de long terme est un exercice potentiellement très coûteux. En effet, l'élasticité de l'offre et de la demande sont des fonctions qui dépendent de plusieurs éléments (technologies par exemple) et il est donc à priori difficile de prévoir comment la volatilité de court terme évoluera à long terme. Il faut se demander si la meilleure prévision à long terme de la volatilité de court terme est ce que nous observons aujourd'hui.

Dans cette section, nous donnons un exemple de modèle à forme réduite qui pourrait être utilisé pour estimer la valeur d'un stockage de gaz naturel. Si le modèle choisi est suffisamment flexible, il peut être un bon substitut pour un modèle structurel de court terme.

Il est possible d'utiliser un modèle à forme réduite pour déterminer l'impact sur la valeur du stockage de changements dans les paramètres qui gouvernent la volatilité. Par conséquent, une étude de type «valeur à risque» ou «stress testing» avec scénarios prédéfinis pourrait être mise en place pour analyser l'impact de changements de volatilité. Quoique imparfaite, cette façon de procéder peut servir de compromis entre un modèle structurel très imprécis et un modèle à forme réduite qui a le potentiel de bien caractériser l'évolution à court terme des prix mais qui n'incorpore pas d'effets structurels permettant de considérer l'impact de facteurs de long terme sur l'évolution du prix à court terme.

Choix du modèle à forme réduite

Pour le prix du gaz naturel, le modèle à forme réduite qui sera choisi doit être suffisamment flexible pour répliquer une dynamique caractérisée par les éléments suivants :

1. saisonnalité;
2. retour à la moyenne;
3. volatilité stochastique.

La saisonnalité est le résultat de fluctuations inter-saisonnières de la demande causées par des différences de température. Pour prendre en compte la saisonnalité, le prix P_t du gaz naturel peut se modéliser à partir de la décomposition suivante :

$$P_t = h(t) + S_t, \quad (1)$$

où $h(t)$ est la composante saisonnière et S_t est le prix désaisonnalisé. La composante saisonnière peut s'écrire comme suit :

$$h(t) = c \sin\left(\frac{2\pi t}{D}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{D}\right), \quad (2)$$

où t est le $t^{\text{ième}}$ jour de l'année et D représente le nombre de jours dans l'année (peut aussi être en «trading days»). Les fonctions trigonométriques se prêtent bien à la modélisation de phénomènes cycliques comme la saisonnalité. En Amérique du Nord les prix ont tendance à être plus élevés en hiver (chauffage) et en été (climatisation) avec un «pic» d'hiver généralement plus élevé que celui d'été. Pour sa part, le retour à la moyenne explique les trois phénomènes suivants;

1. la dissipation d'un choc temporaire (retour à une température saisonnière normale);

2. les ajustements de court terme des producteurs/consommateurs (substitution, diminution de la consommation, etc.) suite à un choc de court terme;
3. les ajustements de long terme des producteurs/consommateurs (ajout de capacité de production, changements d'équipements) suite à un choc permanent.

Un modèle à forme réduite de court terme doit prendre en compte les phénomènes 1 et 2.

La saisonnalité et le retour à la moyenne sont des caractéristiques que nous pouvons qualifier de «tendancielle». Tel que mentionné, la valeur de beaucoup d'investissements dépend en grande partie de la volatilité du prix. Dans le cas du gaz naturel, on remarque que la volatilité n'est pas constante et qu'elle suit un processus aléatoire. Il est donc important d'avoir un modèle à forme réduite qui tient aussi compte de cet aspect de la volatilité.

Pour le prix du gaz naturel, plusieurs modèles à forme réduite ont été proposés, notamment Brennan et Schwartz (1985), Gibson et Schwartz (1990), Nielsen et Schwartz (2004) et Ribeiro et Hodges (2004). Les points susmentionnés impliquent que nous devons choisir un modèle à forme réduite qui tient compte de la saisonnalité et du retour à la moyenne avec une volatilité stochastique. Le modèle à deux facteurs, prix spot P_t et «convenience yield» δ_t , présenté dans Ribeiro et Hodges (2004) est un choix adéquat.

Mentionnons que le «convenience yield» est une mesure du bénéfice marginal (défini comme un flux) de détenir des inventaires, i.e. la valeur du stockage. Plus le niveau d'inventaire est élevé (faible), plus le «convenience yield» devrait être faible (élevé). La volatilité du prix du gaz devrait dépendre du volume de gaz dans les stockages. En effet, si le volume en stock est élevé (faible), la courbe d'offre devrait être relativement élastique (inélastique). Par conséquent, pour un choc donné, la réaction du prix devrait être négativement liée au volume de gaz en stock.

Il est très difficile d'obtenir de l'information fiable qui nous permettrait de modéliser le niveau des inventaires. Par contre, puisqu'il est possible de mesurer le «convenience yield» à

partir de prix «futures», ce dernier est utilisé pour capter l'effet du stockage sur la volatilité. Le modèle de Ribeiro et Hodges (2004) s'écrit donc comme suit :

$$dP_t = (\mu_1 - \delta_t) P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1 \quad (3)$$

$$d\delta_t = k(\mu_2 - \delta_t) dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2 \quad (4)$$

où dW_t^1 et dW_t^2 sont deux processus de Wiener corrélés avec coefficient de corrélation constant ρ et :

$\mu_1 \equiv$ rendement espéré du prix du gaz;

$\mu_2 \equiv$ moyenne à long terme du «convenience yield»;

$\sigma_1 \equiv$ constante de proportionnalité pour la volatilité du prix;

$\sigma_2 \equiv$ constante de proportionnalité pour la volatilité du «convenience yield»;

$k \equiv$ «force» du retour à la moyenne.

Notons l'influence du stockage sur la volatilité par l'entremise du «convenience yield» dans le deuxième terme de l'expression (3). Plus le «convenience yield» est élevé (faible), plus la volatilité du prix spot est élevée (faible). Dans ce modèle, le phénomène de retour à la moyenne est induit par la corrélation qui existe entre le prix spot et le «convenience yield».

Pour tenir compte du risque dans l'actualisation des flux monétaires, il faut utiliser le processus équivalent certain pour simuler le prix du gaz. Sous sa forme «risque-neutre», le modèle de Ribeiro et Hodges (2004), s'écrit comme suit :

$$dP_t = (r + c - \delta_t) P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1 \quad (5)$$

$$d\delta_t = (k(\mu_2 - \delta_t) - \lambda_\delta) dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2, \quad (6)$$

où r est égal au taux d'intérêt sans risque (constant), c est égal au coût marginal de stockage (constant) et λ_δ est le «market price of risk» du «convenience yield». Les autres paramètres ont la même définition que dans (3) et (4).

Méthodologie d'estimation

Il est pratiquement impossible d'obtenir des données fiables pour le prix spot du gaz naturel, de plus, le «convenience yield» est inobservable. Puisqu'il se transige à chaque jour un volume important de contrats «futures» à échéances multiples, l'historique de ces prix «futures» peut être utilisé pour estimer les paramètres des équations (5) et (6).

Selon (5) et (6), en ignorant la saisonnalité, le prix au temps t d'un contrat futures avec échéance T est égal à :

$$F(P_t, \delta_t, \tau) = P_t e^{A(\tau) - B(\tau)\delta_t} \quad (7)$$

où $\tau = T - t$ avec :

$$B(\tau) = \frac{2(1 - e^{-k_1\tau})}{k_1 + k_2 + (k_1 - k_2)e^{-k_1\tau}}, \quad (8)$$

$$A(\tau) = (r + c)\tau + (\lambda_\delta - k\mu_2) \int_t^T B(q) dq, \quad (9)$$

$$k_1 = \sqrt{k_2^2 + 2\sigma_2^2} \text{ et} \quad (10)$$

$$k_2 = (k - \rho\sigma_1\sigma_2). \quad (11)$$

À l'aide de l'expression pour le prix «futures», on utilise pour estimer les paramètres de (5) et (6) la méthode du quasi-maximum de vraisemblance en appliquant le filtre de Kalman puisque les variables d'états prix spot et convenience yield sont inobservables.

Marche à suivre pour la simulation Monte-Carlo

Après avoir estimé les paramètres de (5) et (6), le système suivant nous permet de simuler des trajectoires de prix sous la mesure risque-neutre :

$$X_t = X_{t-\Delta t} + \left(r + c - \left(1 + \frac{\sigma_1^2}{2} \right) \delta_{t-\Delta t} \right) \Delta t + \eta_t^1 \quad (12)$$

$$\delta_t = \mu_2 (1 - e^{-k\Delta t}) + e^{-k\Delta t} \delta_{t-\Delta t} + \eta_t^2, \quad (13)$$

où $X_t = \ln(P_t)$ et η_t^1 et η_t^2 sont des tirages d'une loi normale bivariée à moyenne 0. À partir de (12) et (13), si nous voulons générer une trajectoire de prix journaliers, il faut fixer $\Delta t = 1/360$ et trouver des valeurs de départ pour le prix et le «convenience yield».

3. CHOIX D'INVESTISSEMENT : RISQUES ET OPTIONALITÉ

L'évaluation des investissements représente sans contredit un élément crucial de la stratégie d'une entreprise. C'est à cette tâche que se consacrent un grand nombre de gestionnaires supérieurs des entreprises. Les projets d'investissement peuvent prendre différentes formes allant de la traditionnelle augmentation de la capacité de production à des formes plus subtiles telles l'adoption et l'implémentation d'une nouvelle technologie de production ou d'organisation, la réingénierie des processus, l'entrée sur un nouveau marché, le lancement d'un nouveau produit, l'abandon d'un marché ou d'un produit, l'accélération d'un programme de R&D, etc. Dans tous ces cas, deux méthodologies se complètent : l'actualisation appropriée des flux monétaires typiquement incertains générés par le projet et la valorisation de la flexibilité managériale durant le développement, la réalisation et/ou l'exploitation d'un projet d'investissement. Nous verrons dans cette partie que, à ces deux chapitres, les pratiques de trop entreprises sont déficientes et mériteraient d'être rendues plus rigoureuses et ce, afin de maximiser la valeur de l'entreprise. Par contre, si les pratiques usuelles des entreprises sont sujettes à amélioration, c'est qu'elles restent trop éloignées trop souvent d'une utilisation efficace des connaissances et intuitions implicites si non explicites des gestionnaires de l'entreprise.

La Valeur Actualisée Nette Optimisée (VAN-O)

Cette sous-section vise à clarifier les fondements de l'actualisation des flux monétaires définissant et caractérisant le choix d'une technologie ou d'un parc d'équipements dans un contexte où plusieurs sources de risque sont présentes et affectent de manière différente ces flux monétaires. Le risque global de l'investissement peut à son tour être caractérisé comme constitué d'une partie systémique non diversifiable et d'une partie diversifiable.

La prise en compte du risque systémique non-diversifiable d'un projet d'investissement peut alors être conduite en deux étapes : (i) par la décomposition des flux monétaires en un nombre variable de composantes correspondant aux diverses sources ou types de risque présents dans le projet considéré et (ii) par le calcul de la valeur actualisée de chacune des com-

posantes ainsi obtenues à l'aide d'un taux d'actualisation approprié incluant une prime de risque spécifique à la composante considérée. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des valeurs présentes des diverses composantes. Alternativement, les différentes composantes de flux monétaires peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir l'équivalent certain de chacune des composantes. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au *taux sans risque, identique, unique et observable*, donc au taux social de substitution entre consommation future et consommation présente, toutes deux considérées comme certaines.

De manière générale, cette approche à l'évaluation d'un projet (à laquelle nous associerons le sigle VAN-O pour « Valeur Actualisée Nette Optimisée »)³ mènera à une valeur calculée pour le projet qui sera différente de la valeur obtenue par l'approche usuelle de la valeur actualisée nette (VAN) qui actualise à un taux unique, corrigé pour le risque global agrégé du projet d'investissement, l'espérance ou la moyenne des flux financiers associés au projet. L'approche VAN-O, qui s'appuie sur des fondements analytiques plus rigoureux, pourra dans certains cas entraîner des changements importants dans le choix des investissements, d'où l'importance pour l'entreprise de bien comprendre les fondements et les enjeux des méthodes VAN-O et VAN afin de pouvoir la mettre en application aussi rigoureusement que possible.

L'incohérence entre ces méthodes ou approches à l'évaluation de projets vient du fait que la VAN actualise la séquence de flux monétaires caractérisant un projet à *un seul taux* composé d'un premier élément représentant le taux de préférence temporelle (le taux sans risque) et d'un second élément représentant une prime pour le risque, que ce risque provienne d'une source unique ou de plusieurs sources ou facteurs. La méthode de la VAN telle qu'utilisée et appliquée dans la plupart des entreprises pour le choix des investissements viole certains principes fondamentaux de la création de valeur, en particulier le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage.⁴ Il faut donc séparer les rôles et effets respectifs de la préfé-

³ Voir M. Boyer et É. Gravel, "Évaluation de projets : La valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)", *Assurances et gestion des risques*, 74(2), juillet 2006, 163-185.

⁴ Notons que les organisations appliquent la VAN à taux unique car c'est typiquement cette méthode qui est enseignée dans les écoles de commerce. En effet, on y met surtout l'emphase sur la «mécanique» de l'actualisation sans aborder la notion de risque de façon suffisamment rigoureuse.

rence temporelle, présente même en contexte de certitude, et de l'aversion aux risques, qui se traduit par une prime de risque associée au taux d'actualisation.

La méthode usuelle de la VAN comporte de sérieuses lacunes que corrige la méthode VAN-O, basée sur le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage d'où sa supériorité pour l'évaluation de projets à sources de risque multiples. Or tous les projets réels sont à toutes fins utiles des projets à sources de risque multiples. La méthode VAN-O consiste à désagréger les revenus nets selon les différentes sources de risque présentes et à évaluer séparément chacune des composantes comme si elles représentaient des projets séparés.

Ainsi, une application systématique de la VAN dans l'évaluation et le choix de projets amènera les gestionnaires d'entreprise à commettre deux types d'erreur :

- d'abord, à accepter des projets qui réduiront la valeur de l'entreprise et à l'inverse à rejeter des projets qui augmenteraient cette valeur ;
- ensuite, à faire le mauvais choix de projet en présence de projets mutuellement exclusifs.

En effet, en présence de multiples sources de risque différentes les unes des autres, de toute évidence la situation la plus courante et présente à toutes fins utiles dans tous les projets, la méthode usuelle de la VAN ne respecte ni le principe d'additivité ni le principe d'absence d'arbitrage. Or ces deux principes sont les fondements mêmes de la finance moderne. Plutôt que de s'aventurer dans une discussion académique hermétique à une majorité de gestionnaires, nous avons « prouvé » nos avancées par des exemples qui viennent contredire une croyance encore trop répandue chez plusieurs gestionnaires à l'effet que la prise en compte correcte de ces multiples sources de risque ne changerait pas les décisions de l'entreprise.

L'utilisation de la VAN-O procède comme suit :

- ❖ désagréger la séquence des flux monétaires en ses différentes composantes (par exemple, la séquence des coûts de production, la séquence des revenus sur les marchés à prix fixe et la séquence des revenus sur les marchés à prix volatil ;
- ❖ corriger pour le risque chacune des séquences composantes en déterminant les équivalents certains respectifs à chaque période de chacune des séquences ;

- ❖ additionner à chaque période les équivalents certains des différentes séquences pour obtenir l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période ;
- ❖ actualiser l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période au taux sans risque et faire la somme sur l'ensemble des moments ou périodes pour déterminer la valeur actualisée du projet.

La Valorisation Options Réelles (VOR)

L'application systématique usuelle de la VAN néglige en plus une autre source de création valeur, à savoir les options réelles qui apparaissent dans pratiquement tous les projets, en particulier ceux (i) à caractère irréversible, i.e. lorsqu'il y a un coût significatif à changer d'idée et faire marche arrière une fois le projet réalisé ou mis en route, (ii) dans lesquels une certaine flexibilité de gestion existe dans la réalisation du projet, (iii) réalisés en présence d'un environnement futur incertain et volatil. La négligence des options réelles dans l'évaluation des investissements prend deux formes différentes, chacune menant à un type particulier d'erreur dans la maximisation de la valeur de l'entreprise ou de l'organisation. D'abord, on néglige systématiquement d'évaluer ces options réelles qui sont des sources de valeur au même titre que les flux financiers générés par le projet; ensuite on néglige l'optimisation dans la conception préalable d'un projet qui permettrait d'y incorporer le cas échéant des options réelles qui peuvent faire la différence entre la maximisation de la valeur de l'entreprise et une gestion simplement satisfaisante.

La valorisation options réelles (VOR) utilise des méthodologies auxquelles souscrivent du moins implicitement beaucoup de hauts-dirigeants ou gestionnaires supérieurs (*executives*) d'entreprise. En un certain sens, elle permet de rendre plus rigoureux et plus explicite le recours aux informations qualitatives ou intuitives des gestionnaires face à un investissement stratégique. L'application d'une approche VOR, ou de manière moins formelle l'état d'esprit VOR, peut ainsi être bénéfique dans plusieurs domaines primordiaux des entreprises modernes: la couverture et le développement proactif du marché, la finance, la gestion des ressources humaines, la gestion de la technologie, la R&D, la gestion des connaissances, etc..

Cette approche représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue et ce, malgré son adoption par plusieurs grandes entreprises. Pour de nombreux observateurs, la contribution la plus tangible des hauts dirigeants à la valeur de l'entreprise devrait être mesurée par la valeur des options réelles qu'ils identifient et créent et par leur capacité à les gérer de manière optimale. Dans un monde sans incertitude, les gestionnaires ne seraient ni nécessaires ni utiles. Les dirigeants n'ajouteraient ainsi de la valeur à l'entreprise que dans la mesure où ils peuvent gérer activement le changement au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. L'approche VOR vise à quantifier cette valeur de la gestion active de l'incertitude par les gestionnaires.

La méthodologie des options réelles apparaît comme un outil puissant et crucial pour les dirigeants. Cependant, ce potentiel ne sera atteint que par les organisations qui pourront combiner l'état d'esprit VOR avec des compétences techniques poussées et un bon système d'information sur les facteurs déterminants de la valeur de l'organisation et/ou des projets et en ce sens, la mise en place d'une approche VOR peut être à la fois prometteuse et difficile. Par contre, l'approche VOR ne prétend pas et ne peut pas être un substitut aux valeurs et à la morale d'entreprise. Une meilleure appréciation des risques et opportunités ne protégera jamais une entreprise contre tous les risques opérationnels, en particulier contre la tentation d'un effort insuffisant dans l'évaluation d'un projet ou dans sa gestion une fois le projet accepté. Mais c'est là un autre sujet qui relève de la bonne gouvernance plutôt que de l'approche VOR.

Issue directement de la finance moderne, l'approche VOR en utilise les techniques et méthodes. Cependant, la finance se préoccupe surtout de l'évaluation et de la tarification des instruments et actifs financiers, options d'achat et de vente notamment, alors que l'approche VOR traite d'instruments et d'actifs réels. Au fur et à mesure que l'approche des options réelles se diffuse dans les divers domaines de la gestion et de la prise de décision, l'accent passe de l'évaluation pure de la décision à l'optimisation de la décision.

Un projet d'investissement réel dans les cartons d'une entreprise représente en réalité une possibilité ou option, mais non une obligation, de dépenser des ressources à un certain moment dans le futur afin d'obtenir un actif (comme une usine) dont la valeur est typiquement aléatoire. D'ailleurs, l'origine de l'approche VOR remonte à une remarque de Stewart Myers de MIT à l'effet que détenir un projet d'investissement réel tel un projet de construction d'une usine (ou l'adoption d'une nouvelle technologie, un plan de restructuration, l'exploration d'un nouveau marché ou produit, le développement d'un programme de R&D, l'exploitation d'un puits ou d'une réserve de gaz naturel, etc.) est semblable à détenir une option financière.

Le caractère aléatoire d'une option financière vient du fait que l'actif sous-jacent est généralement un titre financier dont la valeur est aléatoire; au moment de l'acquisition d'une option d'achat ou de vente, on ignore si, au moment venu d'exercer l'option, le prix d'exercice fixé au départ sera plus élevé ou plus faible que le prix encore inconnu du titre. L'option peut ne jamais être exercée. De même, si le prix du produit de l'usine projetée (ou du puits de gaz à exploiter) n'évolue pas de façon favorable ou si l'on s'aperçoit que les coûts d'opération seront plus élevés que prévus, alors, au moment venu de décider si l'investissement doit être réalisé ou non, il pourra être préférable de ne pas procéder, de ne pas s'engager dans la n^{ième} étape ou encore de ne pas exercer l'option de construction de l'usine ou d'exploitation du puits.

La distinction entre l'évaluation de l'option et la prise de décision est uniquement une question d'emphase. En fait, évaluer un projet est équivalent à déterminer si oui ou non l'option que représente le projet doit être exercée et si oui, à quel moment. Mais la distinction est importante: l'application de l'approche VOR à la prise de décision dans les organisations vise à créer de la valeur en captant l'entier potentiel de l'entreprise.

Une différence importante entre les options financières et les options réelles vient de la nature de l'incertitude qui touche l'actif sous-jacent. Dans le monde des options financières, l'incertitude porte sur le prix futur des titres financiers. L'incertitude est alors une source de valeur en raison des fluctuations des cash-flows des options qui sont limitées à la baisse et

illimitées à la hausse, fluctuations liées à la variabilité ou volatilité « exogène » (hors du contrôle des gestionnaires) du prix des actifs financiers sous-jacents. Dans le monde des options réelles, l'incertitude peut être une source de valeur dans la mesure où les dirigeants sont capables de gérer en partie l'incertitude des projets.

Cette différence importante dans la nature de l'incertitude trouve sa contrepartie dans la nature de l'information qui doit être utilisée pour l'évaluation et la gestion des options. Pour les options financières, des séries de données à fréquence élevée sur les prix des titres sont la plupart du temps disponibles. Pour une option réelle telle que la construction d'une usine, l'incertitude vient des prix futurs ou des coûts futurs de production. Alors que les prix des produits peuvent avoir des similarités avec divers prix de titres, ils ne sont généralement pas disponibles avec le même degré d'exactitude et peuvent ne pas être influencés par les mêmes facteurs. Pour ce qui est de l'évaluation des coûts, ce sont à la fois la forme et la nature des données disponibles qui sont fondamentalement différentes.

Il y a aussi des différences dans l'environnement institutionnel qui caractérise l'évaluation de l'option et le problème de prise de décision. Les marchés financiers sont souvent riches et denses si bien que des portefeuilles constitués d'actifs transigés sur le marché peuvent dupliquer le risque associé à l'actif sous-jacent d'une option donnée. C'est sous ces conditions que s'applique la fameuse méthode de Black-Scholes-Merton. Dans le cas des options réelles, les marchés étant trop clairsemés et/ou opaques, il est fréquent que cette hypothèse (dite de duplication ou « *spanning* ») soit violée, si bien qu'il faut recourir à des techniques telles la programmation dynamique stochastique ou la simulation plutôt qu'à la méthode des actifs contingents prédominante en finance.

Quoique largement utilisées en finance, les techniques d'optimisation dynamique stochastique sont loin d'être l'apanage de cette discipline. Utilisées également par des gestionnaires et des ingénieurs, elles représentent un outil et un langage commun qui favorise le déploiement des techniques et méthodologies d'évaluation des options, de la finance vers d'autres domai-

nes au sein de l'organisation.⁵ Mais au-delà des techniques, l'approche VOR est surtout une façon de penser et de gérer la prise de décision en incertitude. Elle repose sur les éléments suivants:

- ❖ Reconnaître que l'incertitude crée des opportunités et de la valeur;
- ❖ Reconnaître que la concrétisation de cette valeur exige des décisions adéquates;
- ❖ Identifier les sources de l'incertitude et recueillir l'information nécessaire à la caractérisation de cette incertitude;
- ❖ Identifier les décisions (options) qui favorisent l'exposition aux risques haussiers et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier;
- ❖ Établir des *règles* de décision optimales, en fonction de l'information à venir.

L'évaluation de projets est l'application la plus évidente de l'approche VOR, quoique ce ne soit pas la seule. Avant l'approche VOR, la procédure standard d'évaluation de projets était la valeur présente nette (VPN/NPV) et les diverses variantes de cette dernière, dont entre autres le taux de rendement interne (TRI/IRR) ou encore les diverses formules d'indices de profitabilité. L'approche VOR est en fait une amélioration importante de cette procédure conventionnelle. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive:

- ❖ donner de l'importance au timing des décisions;
- ❖ identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet;
- ❖ identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse;
- ❖ gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude.

À partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments à gérer de manière proactive pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'organisation.

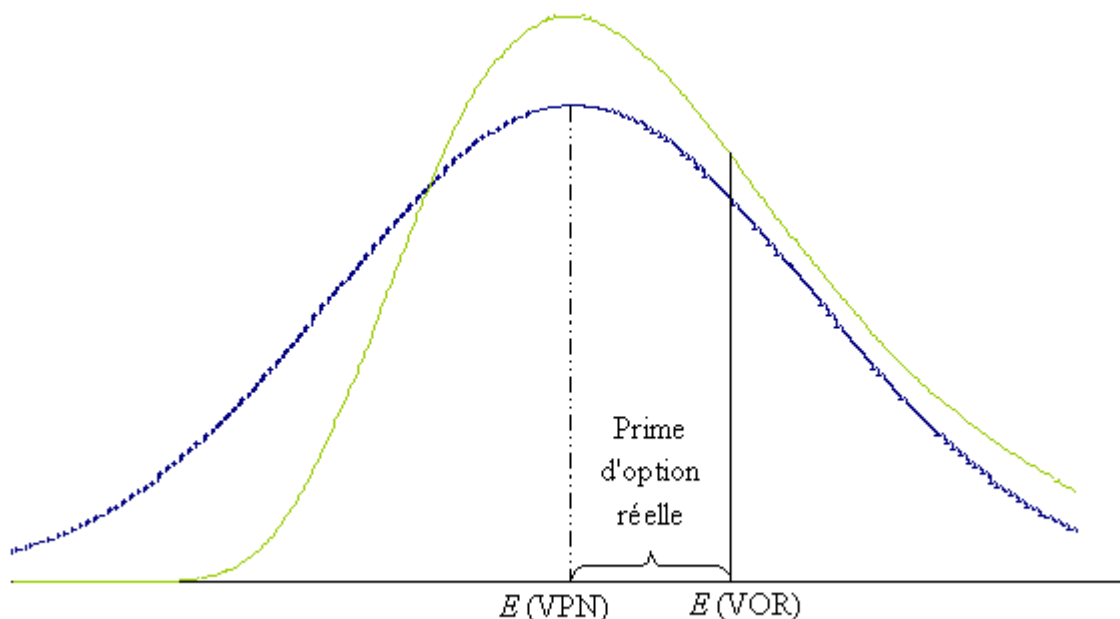
⁵ La dimension technique de l'évaluation des options est certes importante et c'est pourquoi la percée conceptuelle sous-jacente a été reconnue par l'attribution en 1997 du Prix Nobel de sciences économiques à Robert C. Merton (Harvard University) et Myron S. Scholes (Stanford University) pour leurs travaux sur « une nouvelle méthode pour déterminer la valeur des produits dérivés ».

Une bonne évaluation des coûts et des bénéfices est et a toujours été importante dans l'évaluation de la valeur présente nette conventionnelle. Dans l'approche VOR, les options créées par le projet sont considérées comme étant des bénéfices; les options utilisées ou exercées par le projet deviennent des coûts. Ces options doivent être évaluées et dans la plupart des cas, de telles évaluations exigent de trouver la règle optimale de décision à savoir si et quand l'option doit être créée, détenue ou exercée. Une bonne compréhension des options réelles donne des outils aux gestionnaires pour calculer plus précisément les valeurs présentes nettes (VPN) et prendre ainsi de meilleures décisions stratégiques. On peut définir la valeur options réelles (VOR) d'un projet comme suit:

$$\text{VOR} = \text{VPN Standard statique} + \text{Prime d'option de gestion active.}$$

L'approche VOR aide les dirigeants à quantifier la valeur de la gestion active. Puisque les calculs standards de la VPN se basent généralement sur la valeur actualisée des résultats *moyens*, la capacité des dirigeants à gérer activement un projet n'est pas prise en compte et la VPN statique sous-estimera donc la véritable VPN (la VOR) d'un projet, même si l'évaluation du projet fait intervenir des études de sensibilité unidimensionnelle ou multidimensionnelle. Ces études de sensibilité permettent de déterminer la distribution de la VPN et l'impact de différents facteurs sur cette distribution. La gestion active, sous-jacente à l'approche VOR, limite le risque baissier et augmente l'exposition au risque haussier, ce qui déplace la distribution même de la VPN, tel qu'illustré à la Figure suivante. La valeur espérée peut changer de signe lorsque la prime d'option de gestion active est ajoutée: VPN négative, VOR positive. De plus, le classement de projets mutuellement exclusifs peut être altéré : le classement en fonction de la VPN pouvant être différent du classement en fonction de la VOR. Ainsi, avec l'approche conventionnelle de la VPN, des projets profitables peuvent ne jamais être entrepris et les meilleurs projets peuvent ne pas être choisis, si bien que la valeur de l'entreprise ne sera pas maximisée.

DENSITÉ DE LA VPN CONVENTIONNELLE (COURBE VERTE) ET DE LA VOR (COURBE BLEUE)



La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité et de la modularité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale *ex post* en fonction du développement aléatoire de l'environnement auquel l'entreprise fait face. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur; c'est un exercice de façonnement du futur ou, plus précisément, un exercice de design et d'implémentation des mécanismes par lesquels les décideurs profiteront, en temps et lieux, des développements futurs de l'environnement volatil de l'entreprise. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles. C'est là une différence importante entre les options réelles et les options financières: avec les options réelles, les gestionnaires créent l'outil et/ou utilisent les outils existants de manière créative et proactive; dans le cas des options financières, les dirigeants choisissent généralement des outils, parfois très exotiques, parmi ceux déjà disponibles sur les marchés financiers.

Une option réelle ne peut en général avoir une valeur négative car son propriétaire a la possibilité mais jamais l'obligation de l'exercer. Pourtant, une caractéristique importante des options réelles dans un environnement oligopolistique veut qu'une entreprise détenant certaines options réelles peut avoir moins de valeur que si elle en était démunie. La valeur des options réelles provient de la gestion active des étapes d'un projet au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. Cependant, la possibilité de modifier le déroulement d'un projet sous-entend que l'engagement à poursuivre et à compléter le projet est nécessairement faible. Ce manque d'engagement peut inviter un comportement plus agressif de la part de compétiteurs dont l'objectif pourrait être d'amener l'entreprise à abandonner son projet. La flexibilité et la modularité, réduisant la capacité d'engagement, peuvent aussi encourager des attaques plus agressives de la part des opposants au projet. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaires concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaires oligopolistique réactif: les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux (pour augmenter leur capacité d'engagement crédible) et quand préserver leurs possibilités de retraite ou de changement de stratégie. C'est une responsabilité première et essentielle des hauts dirigeants que d'identifier quelles options devraient être fermées ou abandonnées au profit d'un engagement crédible plus fort et quelles options devraient être maintenues au nom de la flexibilité et de la modularité. Une tâche difficile mais déterminante pour la rentabilité de l'entreprise, voire sa survie.

Une option financière c'est le droit, mais non l'obligation, à un paiement futur, positif ou négatif, fondé sur la valeur d'un actif sous-jacent. Les options financières sont des titres très importants car elles permettent de bâtir des portefeuilles permettant aux investisseurs de se prémunir contre des changements dans les marchés et ainsi de gérer les risques financiers auxquels ils font face. La disponibilité d'instruments financiers peut altérer la gestion réelle, tout comme l'assurance peut altérer la gestion et les comportements en général. A son tour, la valeur de la flexibilité dans l'organisation peut s'en trouver modifiée: plus les contrats et titres financiers disponibles sont efficaces, moins la valeur de la flexibilité réelle sera élevée; et vice-versa. De même, plus il y a de flexibilité dans l'organisation, moins il est nécessaire de s'assurer par le recours aux marchés financiers. Une technologie flexible, une organisation flexible, des projets flexibles et modulaires (des formes importantes d'auto-assurance) sont

autant de substituts possibles à la gestion des risques par le recours aux marchés financiers ou d'assurance. Ce recours aux marchés financiers ou d'assurance pour gérer les risques d'affaires auxquels l'entreprise fait face sera d'autant plus souhaitable que les options réelles seront peu présentes dans la technologie, l'organisation ou le portefeuille de projets de l'entreprise. L'auto-assurance n'est pas seulement la capacité de résister à des circonstances défavorables, mais aussi la capacité de réduire leurs impacts par des décisions de gestion adéquates.

La pertinence des options financières pour la gestion du risque est bien connue. Les options financières ne sont cependant qu'une partie des nombreux instruments de gestion des risques réels. Les options réelles constituent l'outil principal de gestion et d'évaluation de la flexibilité des actifs réels et vraisemblablement le plus important d'entre eux. Comme nous l'avons déjà souligné, les options réelles mettent l'accent sur des règles de gestion qui permettent d'éviter ou de contrôler les impacts d'évènements futurs défavorables sur la valeur de l'organisation tout en permettant de saisir les opportunités favorables. Ceci ressemble beaucoup à ce qui s'applique en finance, où les investisseurs font l'arbitrage entre volatilité et rendement espéré. Il y a cependant une différence importante: le propriétaire d'un portefeuille financier est passif une fois établie la composition de son portefeuille; au contraire, le propriétaire d'un portefeuille réel doit appliquer des règles de gestion particulières pour concrétiser le potentiel des options réelles.

Par ailleurs, les gestionnaires de projets réels ont souvent à prendre des décisions sur des projets dont les bénéfices sont bien connus mais dont les coûts futurs sont incertains et volatils. Dans ces cas, l'approche VOR peut favoriser l'application du principe de précaution et l'adoption de projets dont la valeur espérée peut être négative. Dans ces situations, l'incertitude n'a pas pour effet de retarder mais plutôt d'accélérer l'investissement. D'autres situations existent où l'incertitude est favorable à l'investissement. Si un projet est très volatil, mais négativement corrélé avec d'autres projets détenus par la firme, alors celui-ci, en plus de la valeur qu'on trouve à ne l'entreprendre qu'en cas de « bonne nouvelle », tire de la valeur de la possibilité de s'en servir comme assurance au cas où les autres projets échoueraient. Ceci rappelle le β (Beta) dans les actifs financiers. Comme un titre dont le β est négatif.

tif tire de la valeur du fait qu'il peut servir d'assurance contre les fluctuations des marchés financiers, une option réelle dont la valeur est négativement corrélée avec celle d'autres options tire de la valeur de cette propriété.

Cependant, le potentiel des options réelles en matière d'évaluation et de gestion de projet et de gestion du risque, ne sera réalisé que si les variables pertinentes (sources du risque, processus appropriés, corrélations) sont bien identifiées et mesurées. Cela exige que les firmes se dotent des moyens nécessaires, comme elles le font souvent pour exploiter la volatilité et le β des titres financiers.

L'approche VOR peut amener la discipline et la précision de la finance à différents secteurs de la prise de décision. Cette approche s'applique à une grande gamme de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. C'est pour cela que les entreprises pionnières commencent à l'utiliser pour une gestion proactive des activités afin d'augmenter la valeur de l'organisation. La mise en place d'une approche VOR n'est cependant pas facile. Les procédures standard utilisées en finance doivent souvent être adaptées ou remplacées par d'autres techniques. Chaque application de l'approche sera vraisemblablement spécifique à son contexte. Les options possibles doivent être identifiées et décrites; l'information pertinente doit être identifiée et recueillie soigneusement; le gestionnaire qui utilise les options réelles doit avoir la connaissance et la formation requises pour adapter les procédures standards à chaque situation particulière. Plus important peut-être, l'approche VOR est un état d'esprit, une capacité et un désir de détecter les décisions qui créent des opportunités et de se protéger contre les revers, en agissant sur ceux-ci pour créer de la valeur au profit de l'entreprise.

Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de mieux faire coïncider l'intuition et l'information implicite, qu'apporte leur expérience de l'industrie et de la gestion, avec les procédures conventionnelles de prise de décision. Avant tout, elles leur permettent de donner un contenu quantitatif à des règles intuitives, leur donnant ainsi un avantage sur les compétiteurs.

4. STRATÉGIE D'ÉVALUATION POUR UN STOCKAGE DE GAZ NATUREL

Un court résumé des fondements de l'évaluation d'investissements en incertitude a été présenté à la section précédente. Pour mettre ces idées en pratique, nous décrivons l'algorithme qui permet de calculer la valeur d'un stockage de gaz naturel en tenant compte de l'option d'injecter/soutirer. Nous appliquerons la technique moindres-carrés Monte-Carlo (MCMC) développée dans Longstaff et Schwartz (2001) telle qu'adaptée au problème de stockage dans Barrera-Esteve et al. (2004). En plus de donner la valeur de l'actif, l'algorithme fournit aussi la règle de gestion optimale du stockage (injection/soutirage optimal).

La seule différence entre les travaux de Barrera-Esteve et al. (2004) et la présente section est le processus de prix utilisé. Barrera-Esteve et al. (2004) utilisent un processus de retour à la moyenne à volatilité constante tandis que nous utilisons le modèle de Ribeiro et Hodges (2004) tel que présenté à la section 2.

Définition du problème

Selon le cahier des charges, un stockage de gaz naturel se caractérise par les six paramètres suivants :

1. Q_{min} \equiv le volume minimal à maintenir dans le réservoir (en therm);
2. Q_{max} \equiv le volume maximal que le réservoir peut contenir (en therm);
3. q_I \equiv la limite journalière d'injection (en therm/jour) avec $q_I > 0$;
4. q_S \equiv la limite journalière de soutirage (en therm/jour) avec $q_S < 0$;
5. c_I \equiv le coût d'injection (en pences/therm) et;
6. c_S \equiv le coût de soutirage (en pences/therm).

Si le stockage a une durée de vie de T années et qu'il y a N points de décision par année, la distance entre chaque point de décision est égale à $\Delta = 1/N$ avec :

$$0 = t_0 < \dots < t_i < \dots < t_{T.N} = T.$$

Dans ce cas, à chaque t_i , l'objectif du gestionnaire est de choisir le volume $q_S \leq q_{t_i} \leq q_I$ à injecter ou soutirer qui maximise la valeur V_{t_i} du stockage conditionnel au prix P_{t_i} et au volume de gaz Q_{t_i} présentement dans le réservoir. Nous avons l'identité suivante pour le volume de gaz dans le réservoir à t_i :

$$Q_{t_i} = \sum_{j=0}^{i-1} q_{t_j}. \quad (14)$$

Tel que mentionné, à chaque point de décision, trois actions sont envisageables :

1. injecter ($q_t > 0$) ;
2. soutirer ($q_t < 0$) ou ;
3. ne rien faire ($q_t = 0$).

La fonction de profit instantanée se définit donc comme suit :

$$\pi(P_{t_i}, q_{t_i}) = \begin{cases} -q_{t_i}(P_{t_i} + c_I) & \text{si } q_{t_i} \geq 0 \quad (\text{Injection}) \\ -q_{t_i}(P_{t_i} - c_S) & \text{si } q_{t_i} \leq 0 \quad (\text{Soutirage}) \\ 0 & \text{si } q_{t_i} = 0 \quad (\text{Ne rien faire}) \end{cases}. \quad (15)$$

Puisque qu'à chaque t_i , le volume du stockage Q_{t_i} doit être entre Q_{min} et Q_{max} , nous définissons la fonction de pénalité suivante pour assurer le respect de la contrainte :

$$F(Q_{t_i}, t_i) = C \left[\min(Q_{t_i} - f_1(t_i), 0)^2 + \max(Q_{t_i} - f_2(t_i), 0)^2 \right], \quad (16)$$

où $C \rightarrow \infty$ est le coût de violer la contrainte de volume défini par les fonctions $f_1(t_i)$ et $f_2(t_i)$ qui eux permettent de combiner les contraintes physiques Q_{min} et Q_{max} à des contraintes qui sont associées aux volumes de début et de fin de période, que nous dénotons $Q_{dép.}$ et Q_{fin} , respectivement. Par exemple, si $Q_{min} = 0$ et $Q_{dép.} = Q_{fin} = 0$, nous avons :

$$f_1(t_i) = 0 \quad (17)$$

et

$$f_2(t_i) = \min(q_I \cdot i, Q_{max}, q_S \cdot (i - N)). \quad (18)$$

Dans ce cas, (17) est trivial tandis que (18) nous assure que :

1. il n'y a pas plus de gaz dans le réservoir qu'il a été possible d'en injecter ;
2. le volume ne dépasse pas le volume maximale du stockage et ;
3. il n'y a pas plus de gaz dans le réservoir qu'il sera possible d'en soutirer pour respecter Q_{fin} .

En combinant (15) et (16), nous obtenons la fonction de profit instantané suivante qui inclut le coût de la contrainte défini par (17) et (18):

$$\Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) = \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) - F(Q_{t_i}, t_i). \quad (19)$$

Si q représente le sentier injection/soutirage pour les périodes t_0 à t_{N-1} , la valeur espérée du stockage, conditionnelle à P_{t_0} et $Q_{dép.}$ est égale à :

$$\mathfrak{S}(q) = E \left[\sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) e^{-rt_i} + F(Q_T, T) e^{-rT} \middle| P_{t_0}, Q_{dép.} \right], \quad (20)$$

où r est le taux sans risque. La fonction objectif du gestionnaire du stockage se définit donc comme suit :

$$\sup_q \mathfrak{J}(q). \quad (21)$$

où $q_S \leq q_{t_i} \leq q_I$. Selon Barrera-Esteve et al. (2004), le problème peut aussi se décrire par l'équation de Bellman suivante pour $t_0 \leq t_i \leq t_{N-1}$:

$$V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i}) = \max_{q_{t_i} \in [q_S, q_I]} \left[\Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) + E \left(V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_i} + q_{t_i}) \middle| P_{t_i}, Q_{t_i} \right) e^{-r(t_{i+1} - t_i)} \right], \quad (22)$$

avec la condition terminale :

$$V(T, P_T, Q_T) = F(Q_T, T), \quad (23)$$

où $V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i})$ représente la valeur espérée du stockage à t_i géré de façon optimale.

Comment solutionner le problème

Tel que mentionné, la technique MCMC sera utilisée pour solutionner le problème de programmation dynamique stochastique caractérisé par les expressions (22) et (23). Notons que pour simplifier le problème, nous devons discrétiser q_{t_i} ce qui nous donne l'ensemble injection/soutirage suivant :

$$q_{t_i} \in \{q_S, q_S + \Delta q, \dots, q_I - \Delta q, q_I\} \quad (24)$$

où Δq est un incrément de volume. La méthode MCMC permet d'estimer la valeur espérée de «continuation», i.e. :

$$E\left(V\left(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_i} + q_{t_i}\right) \middle| P_{t_i}, Q_{t_i}\right).$$

Pour mettre en œuvre la méthode MCMC, il faut générer W trajectoires de prix P_{t_i} (équivalent certain) en utilisant la méthodologie décrite par les équations (12) et (13) de la section 2 (processus stochastique dans un monde risque-neutre). Le prix à la période t_i sur la trajectoire $j \in \{1, 2, \dots, W-1, W\}$ se dénote $P_{t_i}^j$ tandis que la politique optimale d'injection/soutirage et le volume qui découle de la politique sur la trajectoire j à chaque t_i se dénotent $q_{t_i}^{*,j}$ et $Q_{t_i}^{*,j}$, respectivement.

Pour trouver $V(t_0, P_{t_0}, Q_{t_0})$, il faut procéder récursivement de t_{N-1} à t_0 sur chaque trajectoire de prix afin de déterminer conditionnel à P_{t_i} et à chaque volume possible Q_{t_i} , la d'injection/soutirage optimale $q_{t_i}^{*,j}$. Tel qu'énoncé à l'équation (22), la politique optimale d'injection/soutirage à t_i est celle qui maximise la somme de la fonction de profit instantané et de la valeur de continuation.

Voici comment la méthodologie MCMC permet d'estimer la valeur de continuation. À la période t_i pour un Q_{t_i} donné, nous devons pour chaque q_{t_i} plausible, résoudre le problème moindre carré suivant :

$$\arg \min_{(\alpha_l)_l} \sum_{k=1}^W \left(\sum_{j=i+1}^{N-1} \Pi\left(P_{t_j}^k, q_{t_j}^{*,k}, Q_{t_j}^{*,k}\right) e^{-r(t_j-t_i)} + F\left(Q_{T_i}^{*,k}, T\right) e^{-r(T-t_i)} - \sum_{l=0}^L \alpha_l \Phi_l\left(P_{t_i}^k\right) \right)^2. \quad (25)$$

Résoudre (25) correspond à régresser la valeur actualisée de la politique de consommation optimale de t_{i+1} à t_{N-1} qui émane de $Q_{t_i} + q_{t_i}$ sur un polynôme qui est fonction de $P_{t_i}^k$. Dans ce cas, le nombre d'observations est égal au nombre de trajectoires.

Sur la trajectoire k , pour un volume Q_{t_i} et pour un q_{t_i} donné, l'estimé de la valeur de continuation (2^{ième} terme de l'expression (22)) est égal à:

$$\sum_{l=0}^L \hat{\alpha}_l \Phi_l(P_{t_i}^k).$$

Par conséquent à t_i , pour un volume Q_{t_i} donné, on répète l'exercice pour obtenir la politique injection/soutirage optimale $q_{t_i}^{*,k}$ sur chaque trajectoire.

Finalement, la valeur du stockage à t_0 conditionnelle à P_{t_0} et Q_{t_0} est égale à la moyenne des valeurs de chaque trajectoire le long du sentier optimal de consommation. Par exemple à t_0 , si la consommation optimale est égale à q_0^* il faut trouver pour chaque trajectoire k la consommation optimale $q_{t_1}^{*,k}$ à t_1 conditionnel à $Q_{t_1} = Q_{dép.} + q_0^*$, cela nous mènera à t_2 où nous devons trouver $q_{t_2}^{*,k}$ conditionnel à $Q_{t_2} = Q_{dép.} + q_0^* + q_{t_1}^{*,k}$ et ainsi de suite.

Exemple

Pour illustrer comment l'algorithme de la section précédente peut être implémenté, nous avons solutionné à l'aide du logiciel Matlab le cas 2 présenté dans Barrera-Esteve et al. (2004) avec les valeurs suivantes pour les paramètres du stockage :

1. $Q_{min} \equiv 0$;
2. $Q_{max} \equiv 0$;
3. $q_I \equiv 0.4$ therm/jour ;
4. $q_S \equiv -0.2$ therm/jour;
5. $c_I \equiv 0.6$ pences/therm;

6. $c_S \equiv 0.2$ pences/therm.

De plus, nous supposons que le stockage a une durée de vie de 1 an et que $Q_{dép.} = Q_{fin} = 0$.

Pour résoudre le problème 10,000 trajectoires de prix journaliers ont été générés à partir des équations (12) et (13) de la section 2.

RÉFÉRENCES

American Gas Foundation, *Natural Gas Outlook To 2020*, February 2005.

American Gas Foundation, *Natural Gas and Energy Price Volatility*, October 2003.

Barrera-Esteve, Christophe, Florent Bergeret, Charles Dossal, Emmanuel Gobet, Asma Meziou, Rémi Munos and Damien Reboul-Salze. 2004. "Numerical Methods for the Pricing of Swing Options: A Stochastic Control Approach." *École Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées*.

Bopp, Anthony E. 2000. «Daily Price Adjustments in the U.S. Market for Natural Gas.» *Atlantic Economic Journal*, Vol. 28, No. 2 : 254-265.

Boyer, M. et É. Gravel. 2006. «Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)», *Assurances et gestion des risques* 74(2), juillet 2006, 163-185.

Boyer, M., Christoffersen, P., Lasserre, P., Pavlov, A., "Création de valeur, gestion de risque et options réelles", CIRANO 2003RB-01, 35 pages.

Cortazar, Gonzalo and Eduardo S. Schwartz. 1998. "Monte Carlo Evaluation Model of an Undeveloped Oil Field." *Journal of Energy Finance & Development* 3: 73-84.

Ewing, Bradley T., Farooq Malik and Ozkan Ozfidan. 2002. «Volatility Transmission in the Oil and Natural Gas Markets.» *Energy Economics*, Vol. 24 : 525-538.

Gibson, R. and Eduardo Schwartz. 1990. "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims." *Journal of Finance* 45: 959-976.

John C. Cox, Jonathan E. Ingersoll, and Stephen A. Ross «A theory of the term structure of interest rates. », *Econometrica*, Vol. 53, No.2 (March, 1985).

Linn, Scott C. and Zhen Zhu. 2004. «Natural Gas Prices and the Gas Storage Report: Public News and Volatility in Energy Futures Markets.» *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24, No. 3 : 283-313.

Longstaff, Francis A., and Eduardo S. Schwartz. “Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach.” *Review of Financial Studies*, 14(1): 113-147.

Nielsen, Martin J. and Eduardo S. Schwartz. «Theory of Storage and the Pricing of Commodity Claims.» 2004, *Review of Derivatives Research*, Vol.7 , pages 5-24.

Pindyck, Robert S. 1980. “Uncertainty and Exhaustible Resource Markets.” *The Journal of Political Economy* 88: 1203-1225.

Pindyck, Robert S. 1999. “The Long-Run Evolution of Energy Prices.” *The Energy Journal* 20: 1-27.

Pindyck, Robert S.. 2001. «The Dynamics of Commodity Spot and Futures Markets : A Primer.» *The Energy Journal* Vol. 22, No. 3 :1-29.

Pindyck, Robert S.. 2004a. «Volatility in Natural Gas and Oil Markets.» *The Journal of Energy and Development*, Vol. 30, No. 1: 1-19.

Pindyck, Robert S. 2004b. «Volatility and Commodity Price Dynamics.» *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24, No. 11 : 1029-1047.

Ribeiro, Diana R. and Stewart D. Hodges. «A Two-Factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation.» 2004, *Working Paper*.

Schwartz, Eduardo S. «The Stochastic Behavior of Commodity Prices : Implications for Valuation and Hedging.» 1991, *Journal of Finance* Vol.55, No.3, pages 923-973.

Schwartz, Eduardo S. «Valuing Long-Term Commodity Assets .» *Financial Management*, Vol.27, No.1, Spring 1998, pages 57-66.

Schwartz, Eduardo S. and James E. Smith. «Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices .» *Management Science*, Vol.46, No.7, July 2000, pages 893-911.

Smith, James E. and Kevin F. McCardle. 1999. “Options in the Real World: Lessons Learned in Valuating Oil and Gas Investments.” *Operations Research* 47: 1-15.