

# MÉTHODES AVANCÉES D'ÉVALUATION D'INVESTISSEMENTS

# ADVANCED METHODS OF INVESTMENT EVALUATION

*Information, Value Creation and Real Options*  
Information, création de valeur et options réelles



**MONOGRAPHIE CIRANO MONOGRAPH**  
**Tome 2 / Volume 2**  
**2017MO-04 - ISBN 978-2-89609-008-2**

Hiver/Winter 2017



Université   
de Montréal

**Marcel Boyer**

**Michael Benitah**

**Éric Gravel**

**Dahlia Maria Attia**

**David Jarry**

**Peuo Tuon**

**Nicolas Marchetti**

**Jingmei Zhu**

**Molivann Panot**



MÉTHODES AVANCÉES  
D'ÉVALUATION D'INVESTISSEMENTS  
INFORMATION, CRÉATION DE VALEUR ET OPTIONS RÉELLES

ADVANCED METHODS  
OF INVESTMENT EVALUATION  
INFORMATION, VALUE CREATION AND REAL OPTIONS

TOME 2 / VOLUME 2

**Marcel Boyer**

[www.cirano.qc.ca/~boyerm](http://www.cirano.qc.ca/~boyerm)

COLLABORATEURS / CONTRIBUTORS

**Michael Benitah**

**Éric Gravel**

**Dahlia Maria Attia**

**David Jarry**

**Peuo Tuon**

**Nicolas Marchetti**

**Jingmei Zhu**

**Molivann Panot**



Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations

---

© 2017 Marcel Boyer. Tous droits réservés. *All rights reserved.* Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©. *Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.*  
ISBN 978-2-89609-008-2

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2017

# Table of Contents – Volume 1

<b>CH1 - Fundamentals</b> .....	<b>7</b>
1:1 - Arbitrage: law of one price .....	7
1:2 - The opportunity cost of capital and present value .....	8
1:3 - Fisher Separation Theorem .....	8
<b>CH2 - Basic Capital Budgeting Techniques</b> .....	<b>10</b>
2:1 - Valeur actuelle vs. autres techniques de décision d'investissement .....	10
2:2 - La valeur actuelle nette en pratique .....	18
<b>CH3 - Le Coût du Capital en Présence de Risque</b> .....	<b>34</b>
3:1 - Théorie de l'Utilité en incertitude .....	34
3:2 - La relation entre le risque et le rendement .....	35
3:3 - Modèles pour déterminer le coût du capital: CAPM et APT .....	41
3:4 - Le niveau de risque (bêta) endogène à la firme .....	46
3:5 - Structure du capital .....	49
<b>CH4 - Méthodes d'Actualisation en Présence de Risque</b> .....	<b>55</b>
4:1 - Différentes méthodes d'actualisation de la valeur d'un projet .....	55
4:2 - Taux d'actualisation ajusté au risque (RAROC) .....	56
4:3 - Équivalent certain (EC) .....	58
4:4 - Comparaison RADR vs EC .....	63
4:5 - EC et RADR dans le cas d'un arbre binomial avec probabilité .....	64
4:6 - Appendix .....	69
<b>CH5 - Arbitrage, Additivité et Évaluation de Projets : La Valeur Actualisée Nette Optimisée (VAN-0)</b> .....	<b>76</b>
5:1 - Introduction .....	76
5:2 - VAN, VOR, Principe d'absence d'arbitrage, Principe d'additivité et Équivalent Certain .....	77
5:3 - La méthodologie de la valeur actualisée nette .....	78
5:4 - Lacunes de la méthodologie de la valeur actualisée nette .....	79
5:5 - Application aux investissements publics .....	90
5:6 - Conclusions .....	91
5:7 - Références .....	93
<b>CH6 - Prix de transfert : Efficacité organisationnelle et prise en compte des risques dans les firmes multidivisionnelles</b> .....	<b>94</b>
6:1 - Introduction générale .....	94
6:2 - Prix de transfert et performance organisationnelle .....	95
6:3 - L'intégration des risques .....	105
6:4 - Prix de transfert et risque .....	115
6:5 - Conclusion générale .....	120
6:6 - Bibliographie .....	121
<b>CH7 - Évaluation des investissements, allocation des coûts communs et tarification</b> .....	<b>123</b>
7:1 - Introduction .....	123
7:2 - Allocation des coûts communs et tarification : les sources d'incertitude .....	124
7:3 - Évaluation des investissements, partage des coûts et tarification .....	128
7:4 - Évaluation des investissements : Prise en compte des sources de risques .....	130
7:5 - Évaluation des investissements et options réelles .....	133
7:6 - Conclusion générale .....	135

<b>CH8 - Fundamentals of Real Options Valuation .....</b>	<b>136</b>
8:1 - L'incertitude, la flexibilité et l'irréversibilité .....	136
8:2 - L'évaluation options réelles : un processus en quatre étapes .....	139
8:3 - Les processus stochastiques les plus couramment utilisés en évaluation options réelles .....	140
8:4 - Les principaux outils utilisés .....	145
<b>CH9 - The Valuation of Financial Options .....</b>	<b>154</b>
9:1 - Types of financial options .....	154
9:2 - Styles of exercises .....	158
9:3 - Basic elements in option theory .....	159
9:4 - Components that influence option value .....	161
9:5 - Evaluation Methods .....	162
9:6 - Option sensibilities – the “Greeks” .....	177
9:7 - Option strategies .....	180
<b>CH10 - An introduction to Real Options .....</b>	<b>190</b>
10:1 - A simple example: the Orbecan case .....	190
10:2 - A word on volatility .....	200
10:3 - Appendix .....	202
<b>CH11 - The Types of Options in Capital Budgeting .....</b>	<b>204</b>
11:1 - Types of real options .....	204
11:2 - Evaluation of the different types of options .....	205
11:3 - The evaluation techniques .....	206
11:4 - The Orbecan case revisited .....	210
<b>CH12 - Identifying, Creating and Managing Real Options.....</b>	<b>213</b>
12:1 - Strategic planning .....	213
12:2 - Implementing a ROV system and culture .....	216
12:3 - The Real Option Chain .....	217
<b>CH13 - Real Options in Telecoms-Analysis of TransEuropean Wireline Video Deployment .....</b>	<b>221</b>
13:1 - Introduction .....	221
13:2 - The business case of TEC WV Deployment .....	223
13:3 - A Simple Example of the Option “Waiting to Invest” .....	226
13:4 - The real option valuation .....	229
13:5 - Concluding remarks on the RO valuation, Competition, Strategic Planning, and Implementation Issues .....	243
13:6 - Appendix .....	246
<b>CH14 - Options Réelles dans le Pétrole &amp; Gaz .....</b>	<b>251</b>
14:1 - La décision de mettre en production une réserve prouvée de gaz naturel .....	251

# Table of Contents – Volume 2

<b>CH15 - Application de la théorie d'options réelles pour l'évaluation économique d'une interconnexion entre deux marchés d'électricité.....</b>	<b>261</b>
15:1 - Sommaire .....	261
15:2 - Introduction générale.....	263
15:3 - La demande et le prix spot d'électricité.....	266
15:4 - Modèle Yorkshire : unidirectionnel.....	270
15:5 - Modèle Ecosse – unidirectionnel.....	274
15:6 - Modèle Ecosse – Yorkshire : bidirectionnel .....	280
15:7 - Résultats préliminaires: analyse de sensibilité .....	287
15:8 - Estimation des paramètres.....	311
15:9 - Conclusion.....	342
15:10 - Annexes.....	343
15:11 - References.....	345
<b>CH16 - Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas .....</b>	<b>347</b>
16:1 - Sommaire .....	347
16:2 - Introduction .....	349
16:3 - Sommaire du projet VEGA.....	355
16:4 - Évaluation options réelles du projet VEGA .....	359
16:5 - Résultats.....	365
16:6 - Autres options.....	371
16:7 - Options Réelles : Le cas du projet BenGulf.....	373
16:8 - Annexes .....	375
<b>CH17 - Real Options in Natural Gas Warehousing.....</b>	<b>384</b>
<b>CH18 - Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation long terme des actifs physiques .....</b>	<b>406</b>
18:1 - Sommaire .....	406
18:2 - Introduction générale.....	408
18:3 - Nature et facteurs de la volatilité .....	409
18:4 - Choix du modèle à forme réduite et questions pratiques : Estimation et simulation Monte-Carlo.....	419
18:5 - Choix d'investissement : Risques et optionalité.....	423
18:6 - Stratégie d'évaluation pour un stockage de gaz naturel .....	430
18:7 - Références.....	434
<b>CH19 - Real Options and Access Pricing .....</b>	<b>436</b>
19:1 - Introduction .....	436
19:2 - The real option approach.....	437
19:3 - Related literature .....	440
19:4 - Conclusion.....	456
19:5 - Références.....	457
<b>CH20 - Options réelles et Concurrence .....</b>	<b>458</b>
20:1 - Real Options and Strategic Competition: A survey .....	458
20:2 - Sources de la prime au premier entrant.....	475
20:3 - Sources de la prime au deuxième entrant .....	477
<b>CH21 - The Valuation of Public Projects: Risks, Cost of Financing and Cost of Capital.....</b>	<b>479</b>
21:1 - Framing the issue .....	479

21:2 - Origin of the public sector's lower financing costs.....	480
21:3 - The public sector cannot and should not ignore systemic risk.....	482
21:4 - Three other analytical mistakes when assessing projects.....	482
21:5 - Economic policy implications.....	483
21:6 - Conclusion.....	486
21:7 - References.....	487
21:8 - Appendix.....	489
<b>CH22 - Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management.....</b>	<b>491</b>
22:1 - Introduction.....	491
22:2 - The firm as a portfolio of projects.....	493
22:3 - Firm Value and Financial Instruments.....	498
22:4 - Empirical evidence on the link between firm reactivity and hedging.....	501
22:5 - Discussion.....	508
22:6 - Conclusion.....	512
22:7 - Acknowledgment.....	513
22:8 - Appendix A. Data Set Description.....	514
22:9 - References.....	516
<b>CH23 - Cinq méprises omniprésentes en évaluation d'investissements publics et privés .....</b>	<b>520</b>
23:1 - Première méprise.....	521
23:2 - Deuxième méprise.....	525
23:3 - Troisième méprise.....	538
23:4 - Quatrième méprise .....	543
23:5 - Cinquième méprise.....	546
23:6 - Annexe.....	551
23:7 - Références.....	552
<b>CH24 - Growing out of Crisis and Recessions: Regulating Systemic Financial Institutions and Redefining Government Responsibilities.....</b>	<b>554</b>
24:0 - Summary.....	554
24:1 - Introduction.....	556
24:2 - A brief history of the crisis.....	557
24:3 - Inefficiently designed bonus systems.....	563
24:4 - Rebuilding confidence in the financial system and moving out of a bad equilibrium .....	569
24:5 - Reforming capitalism: beware of sorcerer's apprentices!.....	574
24:6 - A neglected phenomenon: creative destruction at work.....	577
24:7 - Deficits and growth: friends or enemies?.....	578
24:8 - Fiscal reforms, Renewed roles for the governmental (public) sector, Social risk management as a growth factor .....	581
24:9 - Conclusion: challenges and prospects.....	587
<b>Appendix.....</b>	<b>590</b>
Appendix A.....	590
Appendix B.....	593
Appendix C.....	595
Appendix D.....	596
<b>Références supplémentaires .....</b>	<b>598</b>
Books.....	598
Articles.....	598
Websites.....	601
Other publications.....	601



# Application de la théorie d'options réelles pour l'évaluation économique d'une interconnexion entre deux marchés d'électricité

## CHAPITRE 15

Ce chapitre a été écrit en collaboration avec Peuo TUON.

Les entreprises Northwater Power (NP) et Humber Power (HP) présentées dans ce chapitre sont purement fictives.

### 15:1 - SOMMAIRE

La qualité de l'évaluation des investissements représente sans contredit un facteur crucial de la stratégie de croissance d'une entreprise. Les projets d'investissement peuvent prendre différentes formes allant de la traditionnelle augmentation de la capacité de production à des formes plus subtiles telles l'adoption et l'implémentation d'une nouvelle technologie de production ou d'organisation, la réingénierie des processus, l'entrée sur un nouveau marché, le lancement d'un nouveau produit, l'abandon d'un marché ou d'un produit, l'accélération d'un programme de R&D, etc.

Dans tous ces cas, deux tâches se complètent : **l'actualisation appropriée des flux monétaires** typiquement incertains générés par le projet et la **valorisation de la flexibilité managériale** dans la décision, la réalisation et/ou l'exploitation d'un projet d'investissement. Nombre d'entreprises s'acquittent de ces tâches de manière peu rigoureuse ou carrément déficiente avec comme conséquence que la valeur de l'entreprise n'est pas pleinement réalisée. Si les pratiques usuelles d'évaluation de projets sont sujettes à amélioration, c'est qu'elles restent, d'une certaine manière, éloignées trop souvent de l'utilisation efficace des connaissances et intuitions implicites sinon explicites des gestionnaires de l'entreprise dont l'expérience peut être mise à meilleur profit.

Lorsqu'on applique une approche options réelles à la valorisation des investissements, c'est que l'on perçoit la prise de décision stratégique comme un processus séquentiel visant à la fois l'augmentation de l'exposition aux opportunités favorables et la réduction active de l'exposition au risque baissier. La valorisation options réelles (VOR) représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue malgré son adoption par certaines grandes entreprises. Néanmoins, la contribution des gestionnaires supérieurs à la valeur de l'entreprise peut se mesurer à l'aune de leur capacité à identifier, définir, et gérer les options réelles de leur entreprise.

La dimension technique de la VOR est certes importante mais au-delà des techniques, elle représente surtout une façon de voir et de concevoir les projets, à savoir :

- Reconnaître que l'incertitude et la volatilité des marchés crée des opportunités dont l'exploitation éclairée peut générer une valeur significative pour l'entreprise ;
- Reconnaître que la matérialisation de cette valeur nécessite des réactions ou décisions adéquates à mesure que l'information devient disponible et que les incertitudes de départ sont levées ;
- Identifier des décisions qui favorisent l'exposition à des résultats favorables et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier ;

Un bon plan stratégique est un plan qui définit et crée des options réelles pour l'entreprise et met en place un processus de prise de décision qui exploite ces options réelles de manière fructueuse. La planification stratégique devient aussi un exercice de gestion de la flexibilité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale en fonction du développement stochastique de l'environnement de l'entreprise. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur mais plutôt un exercice de façonnement du futur. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles.

La valeur de la planification stratégique dépend de la qualité des options réelles créées et intégrées au plan et de la qualité de la procédure d'évaluation et d'exercice de ces options réelles. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaire concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaire oligopolistique réactif : les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux. C'est une responsabilité essentielle des gestionnaires de haut niveau que d'identifier quelles options devraient être fermées au profit d'un engagement fort et quelles options devraient être gardées ouvertes au nom de la flexibilité. C'est dans ce sens-là que la création et la gestion des options réelles, par l'exploitation de l'incertitude et de la volatilité, créent de la valeur pour l'entreprise et représentent des responsabilités parmi les plus importantes des gestionnaires supérieurs de l'entreprise. Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de donner un contenu quantitatif plus précis et rigoureux aux intuitions, générant ainsi un véritable avantage sur les concurrents.

L'approche VOR est en fait une amélioration importante des procédures conventionnelles d'évaluation des investissements. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive :

- Donner de l'importance au timing des décisions ;
- Identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet ;
- Identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse ;
- Gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude présente dans l'environnement de l'entreprise.

À partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments, à gérer de manière proactive, pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'entreprise.

L'approche VOR s'avère un outil puissant pour optimiser les décisions d'investissement dans le domaine de l'électricité et dans la capacité de stockage d'eau en particulier. Nous montrons comment déterminer et modéliser l'arrivée d'eau à une rivière et le processus du prix spot pertinents à considérer dans un projet d'investissement donné.

Il serait utile et nécessaire de poursuivre plus à fond ces développements afin de concrétiser davantage la méthode d'évaluation afin de tenir compte, dans le respect des possibilités et contraintes opérationnelles, de la flexibilité et de la modularité spécifiques aux divers projets d'investissement chez Northwater Power. On ne saurait exagérer l'importance de ces développements pour optimiser la valeur de l'entreprise.

Ce projet porte plus précisément sur l'application de la théorie d'options réelles pour l'évaluation économique d'interconnexion entre deux marchés d'électricité. Il est motivé par le développement d'une interconnexion de transport d'électricité entre l'Ecosse (parc de centrales hydroélectriques à grands réservoirs) et le Yorkshire (parc de centrales thermiques, dont plusieurs centrales nucléaires).

Nous développons des modèles de valorisation options réelles (VOR) des équipements de production et d'interconnexion sous l'hypothèse que les deux régions/producteurs vont collaborer pour maximiser leur valeur commune. Nous obtiendrons ainsi la valeur ajoutée de la collaboration par rapport à une situation de maximisation indépendante de la valeur des parcs d'équipements respectifs. Nous considérerons une suite de modèles de plus en plus réalistes (et complexes), faisant intervenir entre autres les modalités d'échange entre les partenaires.

Dans la modélisation, nous considérons plusieurs processus stochastiques (mouvement brownien géométrique à deux paramètres, processus Ornstein-Uhlenbeck à deux paramètres également, processus saisonnier, processus de pointe et hors-pointe, et autres, avec diverses combinaisons de ces processus) pour l'évolution des prix (spot) de l'électricité et pour l'apport en eau du parc de centrales hydroélectriques à grands réservoirs. Des études de sensibilité seront effectuées pour déterminer les facteurs cruciaux de la valeur ajoutée.

Nous procéderons dans un premier temps avec une approche de calibration plus au moins arbitraire des modèles avant de procéder à une estimation économétrique des paramètres sur la base des données historiques. Les résultats de nos travaux seront présentés sous une forme transparente et conviviale, avec logiciels à l'appui.

## 1 5:2 - INTRODUCTION GÉNÉRALE

La dérégulation des marchés d'énergie a rendu les prix extrêmement volatils. Cela rend le profit des compagnies de production d'électricité très incertain et rend nécessaire la définition de stratégies sophistiquées de gestion de risques et d'évaluation d'investissement.

Dans ce travail, nous considérons deux firmes, Northwater Power et Humber Power. Northwater Power possède le parc d'équipements de production hydroélectrique à grands réservoirs et Humber Power possède un parc d'équipements thermiques (plusieurs centrales nucléaires et centrales à gaz). Nous évaluons la valeur des deux firmes avec des modèles unidirectionnel (nous supposons que la ligne d'interconnexion est utilisée par Northwater Power) et bidirectionnel (la ligne est utilisée par Northwater Power et Humber Power).

La capacité maximale des centrales et le temps de production sont déterminés. Le prix de l'électricité en Ecosse est fixe mais stochastique (marché spot) dans le Yorkshire. Le prix spot horaire/journalier est modélisé comme un processus stochastique de retour à la moyenne d'Ornstein-Uhlenbeck avec deux paramètres – la volatilité et la vitesse du prix.

La demande d'électricité dans les deux marchés est stochastique. Elle est modélisée de deux processus combinés : un processus déterministe de sinusoïde et un processus stochastique de retour à la moyenne.

L'exploitation des centrales à réservoir dépend de l'arrivée d'eau au réservoir qui suit un processus stochastique de retour à la moyenne où la moyenne varie selon la saison. La stratégie optimale d'opération de cette centrale est essentiellement de déterminer le bon moment de production – typiquement, produire plus quand le prix est élevé et laisser l'eau s'accumuler dans le réservoir lorsque le prix est faible. Donc, la firme doit considérer la valeur d'option d'accumuler l'eau dans le réservoir en plus du coût marginal de la transformer en électricité. Pour évaluer ce type d'actif, la théorie des options réelles s'avère le bon outil.

Les centrales thermiques, incluant des centrales nucléaires et à gaz, produisent l'électricité à partir d'une source de chaleur. Les centrales nucléaires utilisent l'uranium pour générer de la chaleur selon un processus de fission. Le manque de flexibilité opérationnelle de la centrale nucléaire implique un problème de décision simple : techniquement, les centrales nucléaires peuvent être seulement arrêtées pour des raisons de maintenance avec une date programmée.

Quant aux centrales à gaz, elles sont peu coûteuses à construire, ont l'avantage de démarrer très rapidement mais le coût marginal est aussi très élevé. Le gestionnaire décide donc de démarrer ces centrales si la demande excède la somme de la capacité des centrales nucléaires et de l'importation. Aussi, nous allons déterminer la valeur de la firme du Yorkshire à l'aide de la valeur actualisée nette (VAN).

**Pour le modèle unidirectionnel**, nous travaillons sur une hypothèse que la ligne d'interconnexion est utilisée uniquement par Northwater Power.

**La demande dans le Yorkshire** est satisfaite par les centrales nucléaires qui fonctionnent 24h/24 à pleine capacité. Si la demande est inférieure à la production nucléaire, il y aura une moitié de surplus qui sera vendue au marché extérieur et l'autre moitié sera gaspillée.

Par contre, si la demande dépasse la capacité maximale de production, le gestionnaire doit importer si possible (pour NP) l'électricité sous contrainte du coût de production par centrale à gaz et de la capacité de la ligne d'interconnexion. Il doit ensuite démarrer les centrales à gaz (à coût très élevé) si nécessaire pour satisfaire la demande.

**Northwater Power** produit de l'électricité pour fournir la demande locale en Ecosse. Pendant la période de pointe (où le prix spot est élevé), le gestionnaire produit à pleine capacité pour l'exportation, à condition que le volume d'eau dépasse la moitié, par hypothèse, de la capacité du réservoir et que la capacité de la ligne de transmission le permet.

**Pour le modèle bidirectionnel**, nous faisons l'hypothèse que la ligne d'interconnexion est utilisée pour exporter l'électricité par Northwater Power et par Humber Power.

**Humber Power** exporte de l'électricité vers l'Ecosse s'il y a le surplus (la demande locale est inférieure à la capacité nucléaire). La quantité maximale de l'électricité exportée est fonction de la capacité d'interconnexion. La moitié de surplus non vendu sera exportée au marché extérieur (par hypothèse). Le gestionnaire du Yorkshire importe de l'électricité de l'Ecosse si la demande locale dépasse la capacité maximale de production nucléaire et que le prix spot est inférieur au coût de production par centrale à gaz. Sinon il doit démarrer ses centrales à gaz pour satisfaire la demande.

**Northwater Power** exporte vers le Yorkshire si la demande locale en Ecosse est satisfaite, la production dans le Yorkshire de l'électricité nucléaire n'est pas suffisante, le prix spot est plus grand que le prix critique et le volume d'eau dépasse la moitié de la capacité du réservoir (par hypothèse), le prix spot est plus petit que le prix critique mais le volume d'eau est supérieur à 90% du volume maximal (sinon l'eau sera gaspillée). La quantité maximale de l'électricité exportée est fonction de la capacité des lignes d'interconnexion ainsi que de la demande dans le Yorkshire.

Elle achète (importe) l'électricité d'Humber Power si le prix spot est inférieur au coût de production hydroélectrique, le volume d'eau dans le réservoir est inférieur à 90% du volume maximal. Si la demande en Ecosse est supérieure à l'importation, Northwater Power doit démarrer ses centrales pour compléter la demande locale. La quantité maximale de l'électricité importée est fonction de la capacité des lignes de transmission ainsi que de la demande.

Nous considérons une ligne de transmission de même capacité que dans le cas unidirectionnel afin de comparer l'espérance du profit des deux situations.

Dans le point 15:3, nous formulons les modèles du prix spot et de la demande utilisés pour générer de l'électricité. Le prix spot est modélisé par une fonction déterministe de la demande et un processus stochastique de retour à la moyenne d'Ornstein-Uhlenbeck avec deux paramètres – la volatilité et vélocité du prix. La demande contient également deux termes – la fonction déterministe sinusoïde qui représente la saisonnalité et le terme de volatilité stochastique.

Dans le point 15:4, nous étudions le modèle Yorkshire pour le cas unidirectionnel, particulièrement les caractéristiques du parc d'équipement. Nous travaillons sur une hypothèse qu'il existe deux types de centrales : centrales nucléaires et centrales à gaz. Les capacités maximales de production sont déterminées. Les centrales nucléaires fonctionnent 24h/24h à pleine capacité. Si la demande est inférieure à la production nucléaire, la firme vend une moitié de l'électricité en surplus au marché extérieur. Au contraire, si la demande locale dépasse la capacité de production, le gestionnaire démarre les centrales à gaz avec un coût élevé. La firme vend l'électricité au prix spot transigé 24h par jour. Le profit total de la firme est égal au profit de vente locale plus le profit de l'exportation au marché externe moins le coût de production appliqué à chaque type de centrale.

Dans le point 15:5, nous étudions le modèle écossais de centrale à réservoir pour le cas unidirectionnel. Les arrivées d'eau sont modélisées comme un processus stochastique de retour à la moyenne où la moyenne varie selon la saison. La stratégie optimale d'opération de la centrale est essentiellement de déterminer le bon moment de production – typiquement, produire plus quand le prix est élevé et laisser l'eau s'accumuler dans le réservoir lorsque le prix est faible. Donc, la firme doit considérer la valeur d'option d'accumuler l'eau dans le réservoir en plus du coût marginal de la transformer en électricité. Nous évaluons la valeur de cette centrale par une approche options réelles.

Le profit total de la firme est égal au profit de vente locale au prix fixé plus le profit d'exportation dans le Yorkshire moins le coût de production.

Dans le point 15:6, nous étudions le modèle Ecosse-Yorkshire : bidirectionnel. Nous considérons que les deux firmes sont interconnectées. Northwater Power exporte vers le Yorkshire si et seulement si la demande locale est satisfaite, si la production dans le Yorkshire de l'électricité nucléaire n'est pas suffisante et s'il y a trop d'eau dans le réservoir.

Dans le Yorkshire, les centrales nucléaires fonctionnent 24h/24 à pleine capacité. Si le prix spot au temps  $t$  est inférieur au prix critique (la demande dans le Yorkshire est faible), Northwater Power achète le surplus de production des centrales nucléaires au Yorkshire et le vend en Ecosse au prix fixé. Si la demande est supérieure au surplus, Northwater Power doit démarrer ses centrales pour compléter la demande locale. Nous déterminons la valeur totale des deux firmes utilisant l'approche options réelles afin de trouver une stratégie optimale pour maximiser la valeur ajoutée de la gestion intégrée.

Dans le point 15:7, nous procédons aux études de sensibilités de la valeur des deux parcs par rapport à des variations des paramètres : la vitesse de retour à la moyenne et la volatilité de l'arrivée d'eau, la vélocité et la volatilité du prix spot et enfin la capacité de production.

Dans le point 15:8, nous faisons l'estimation des paramètres de nos modèles. Nous choisissons les paramètres initiaux et nous simulons, à partir de nos modèles, des séries de prix, des séries de demandes ainsi que les arrivées d'eau. Nous discutons les résultats : les espérances de profit et de gain d'interconnexion.

Enfin, le point 15:9 conclut le travail.

## 15:3 - LA DEMANDE ET LE PRIX SPOT D'ÉLECTRICITÉ

L'hydro-génératrice produit de l'électricité, avec le prix cyclique d'un produit non stockable déterminé à partir d'un réservoir d'eau. Elle dévie l'eau des rivières, utilisant le courant et la chute associée pour convertir l'énergie potentielle de l'eau en énergie électrique. Cela peut être effectué avec plusieurs types de turbines. Quant aux centrales thermiques, elles produisent l'électricité à partir d'une source de chaleur. Les centrales nucléaires utilisent l'uranium pour générer de la chaleur selon un processus de fission.

La spécificité de l'électricité est qu'elle est non-stockable. Par conséquent, elle doit être consommée exactement en même temps qu'elle est produite. Les centrales hydroélectriques à réservoir peuvent profiter de la volatilité des prix. Le coût marginal de production d'une centrale hydroélectrique à réservoir est très faible car cette production n'est assujettie à aucun coût de combustible. De plus, le temps de démarrage est très faible. Seul le coût de l'opportunité de l'eau constitue les coûts de fonctionnement des centrales. Dans cette section, nous détaillerons notre étude spécifiquement sur les modèles de

- Demande de l'électricité ( $D_t$ ) au temps  $t = [1, \dots T]$  et
- Prix spot ( $P_t$ ) au temps  $t = [1, \dots T]$

Dans le Yorkshire, la demande et les prix spots de l'électricité sont stochastiques. Les prix spots sont déterminés par l'IESO (Independent Electricity System Operator) selon les 4 étapes suivantes :

1. Évaluation des besoins
2. Négociation des prix (bid and ask)
3. Équilibrer l'offre et la demande
4. Déterminer des prix spots

En Ecosse, la demande de l'électricité est stochastique mais les prix sont fixés par la Régie d'énergie écossaise. Ainsi, nous modélisons les prix spots dans le Yorkshire et la demande dans les deux marchés. Le marché spot en Ecosse n'existant pas, nous supposons que le prix en Ecosse est fixe.

Le grand défi dans la modélisation des prix de l'électricité est de bien respecter la volatilité. Les modèles de prix spot visent à discerner le comportement du prix horaire en les comparant aux données historiques de prix spot. Ils peuvent souvent être modélisés comme un processus stochastique utilisant le mouvement Brownien standard.

La plupart des modèles du marché spot utilisent au moins deux facteurs de risques : un facteur capturant les dynamiques du prix horaire à court terme, caractérisé par un retour à la moyenne et une volatilité élevée, et un autre facteur représentant le comportement du prix à long terme observé dans les marchés futurs. Les modèles à formes structurelles considèrent les prix du marché de l'électricité comme des prix d'équilibre des offres et des demandes.

La plupart des méthodes d'évaluation d'investissement utilisent un modèle des prix à forme réduite où le prix est modélisé comme un processus stochastique imitant le comportement réel ou observé des prix. Mais il est certain que les prix observés sont déterminés par l'interaction de l'offre et de la demande qui sont sujets aux chocs stochastiques. Ce sont les chocs stochastiques sur l'offre et la demande qui causent le comportement stochastique du prix. Plus précisément, développer un modèle structurel de l'offre et de la demande soumis aux chocs aléatoires n'est pas aisé,

ainsi la plupart des analystes préfèrent utiliser les modèles à forme réduite. Toutefois, la modélisation du prix à long terme ne peut éviter un examen explicite des modèles structurels même si, à la fin, le modèle à forme réduite est utilisé. Cela permet une meilleure prédiction du changement de comportement stochastique du prix, dont les caractéristiques à long terme peuvent être différentes de celles à court terme.

BOYER (2006) maintient que développer un modèle structurel, qui permettrait de quantifier l'impact du changement de la volatilité à long terme, est un exercice difficile et potentiellement très coûteux. En effet, l'élasticité de l'offre et de la demande sont des fonctions qui dépendent de plusieurs éléments (technologies par exemple) et il est donc à priori difficile de prévoir comment la volatilité à court terme évoluera à long terme. Il faut se demander si la meilleure prévision à long terme de la volatilité à court terme est ce que nous observons aujourd'hui. Si le modèle choisi est suffisamment flexible, il peut être un bon substitut au modèle structurel à court terme. Bien qu'imparfaite, cette méthode peut servir de compromis entre un modèle structurel très imprécis et un modèle à forme réduite, qui a le potentiel de bien caractériser l'évolution à court terme des prix, mais qui n'incorpore pas les effets structurels permettant de considérer l'impact des facteurs à long terme sur l'évolution du prix à court terme. En outre, pour certains projets d'investissement visant à augmenter la capacité de production, le niveau moyen des prix jouent un rôle important. Pour les autres types d'investissements, tels que la capacité de stockage, la volatilité du prix est prépondérante. Dans tous les cas, il est primordial de bien choisir des modèles appropriés afin de maximiser le rendement des investissements.

Comme mentionné ci-dessus, afin d'appliquer une approche évaluation options réelles pour l'investissement à long terme, plusieurs auteurs ont indiqué qu'il est plus facile et parfois plus approprié d'utiliser les modèles à forme réduite. Un modèle à deux facteurs, proposant un prix exogène et des processus de commodité, est développé par Gibson et SCHWARTZ (1990). Ce modèle donne de bonnes performances pour le court terme et est capable d'expliquer la différence de volatilité du prix entre spot et contrats futurs. Il est aussi capable d'expliquer la baisse constatée dans le schéma de maturité des derniers contrats. PILIPOVIC (1998) a poussé son travail en montrant que la caractéristique principale des prix spot est le retour à la moyenne. Elle suppose que les prix spot suivent un processus de diffusion de retour à la moyenne avec des schémas saisonniers. Finalement, SCHWARTZ ET SMITH (2000) ont développé un modèle à deux facteurs des prix de commodité, qui permet le retour à la moyenne des prix à court terme et l'incertitude du niveau d'équilibre vers lequel les prix convergent. Dans leur modèle, le logarithme du prix  $S_t$  est comme suit :

$$(15.1) \quad \ln(D_t) = \chi_t + \xi_t$$

Les dispersions  $\chi_t$  sont supposées tendre vers zéro suivant un processus d'Ornstein-Uhlenbeck.

$$(15.2) \quad d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_t dz_\chi$$

Le niveau d'équilibre  $\xi_t$  est supposé suivre un processus du mouvement Brownien

$$(15.3) \quad d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi$$

Ils considèrent que les termes  $dz_\chi$  et  $dz_\xi$  sont des incréments corrélées d'un processus du mouvement Brownien standard.

Les marchés spots de l'électricité possèdent des caractéristiques typiques qu'on ne retrouve pas dans la plupart des marchés financiers. Donc, le modèle du prix spot doit refléter ces paramètres suivants :

- Saisonnalité
- Retour à la moyenne

## ■ Volatilité stochastique

Parce que la demande en électricité connaît des fluctuations saisonnières qui proviennent essentiellement du climat, les marchés spot de l'électricité montrent aussi des schémas saisonniers sur différentes échelles du temps (annuel, hebdomadaire ou journalier).

Au Royaume-Uni, le pic de la demande se situe en hiver avec le chauffage. Dans certaines régions aux Etats-Unis comme New York ou la Californie, les pics de la demande sont en été à cause de l'utilisation de l'air conditionné. Les conditions météo peuvent aussi causer un sursaut de la demande, et la demande et le prix reviennent à la normale à la fin du phénomène météorologique.

Ce retour à la moyenne peut expliquer les trois cas qui suivent (voir Boyer 2006) :

- Dissipation des chocs temporaires (retour à une température saisonnière normale)
- Ajustement à court terme producteurs/consommateurs (substitution, réduction de consommation, etc.) suite au choc à court terme
- Ajustement à long terme producteurs/consommateurs (expansion de production, changement d'équipements etc.) suite au choc permanent.

Nous avons mentionné que le principal intérêt de la modélisation des prix de l'électricité est souvent les aspects de la volatilité, étant donné que le rendement de l'investissement dépend de la volatilité du prix.

Dans cette étude, nous utilisons le modèle de prix spot présenté dans DOEGE (2006) qui se décompose en deux parties :

$$(15.4) \quad P_t = f(D_t) + S_t$$

$f(\cdot)$  est une fonction déterministe et est définie comme suit :

$$(15.5) \quad D_t = f(t) + \sigma_d W_t^d$$

où  $W_t^d$  est le processus stochastique de Wiener,  $\sigma_d$  la volatilité de la demande<sup>1</sup> et

$$(15.6) \quad f(t) = \sum_{i=0}^3 c_i \sin(2\pi w_i t + v_i) + c_4 \beta(t)$$

où  $c_i$  représente les oscillations saisonnières. L'indice 0 dénote la saisonnalité, l'indice 1 jour de la semaine, et l'indice 2 variations intra journalière. L'indice 3 représente le niveau moyen et

$$w_0 = \frac{1}{24 * 7 * 52} \quad w_1 = \frac{1}{24 * 7} \quad w_2 = \frac{1}{24} \quad w_3 = \frac{1}{2\pi t}$$

$$\beta(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } t \in \{\text{week - end, congés}\} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$c_i$  : constantes à estimer

Le processus stochastique de retour à la moyenne  $S_t$  est le résidu des fluctuations du prix à court terme et est supposé être un processus d'Ornstein-Uhlenbeck avec  $\lambda \geq 0$ . Donc,

---

<sup>1</sup>  $\sigma_d$  diffère entre Ecosse et Yorkshire

$$(15.6) \quad dS_t = -\lambda S_t dt + \sigma_S dW_t^S$$

En substituant  $S_t = P_t - f(D_t)$  de (15.4), on réécrit

$$d(P_t - f(D_t)) = \lambda(f(D_t) - P_t)dt + \sigma_S dW_t$$

En déterminant  $dP_t$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} dP_t &= df(D_t) + \lambda(f(D_t) - P_t)dt + \sigma_S dW_t^P \\ &= f'(D_t)dt + \lambda(f(D_t) - P_t)dt + \sigma_S dW_t^P \\ &= \lambda \left( \frac{1}{\lambda} f'(D_t) + f(D_t) - P_t \right) dt + \sigma_S dW_t^P \end{aligned}$$

Finalement, en posant  $a(D_t) = \frac{1}{\lambda} f'(D_t) + f(D_t)$ , nous obtenons

$$(15.8) \quad dP_t = \lambda(a(D_t) - P_t)dt + \sigma_S dW_t^P$$

où  $\lambda$  le taux où le processus du prix converge exponentiellement à sa moyenne de long terme  $a(D_t)$ , avec une magnitude proportionnelle à la distance entre le prix et sa moyenne  $a(D_t)$ . Finalement,  $\sigma_S$  est la volatilité du prix.

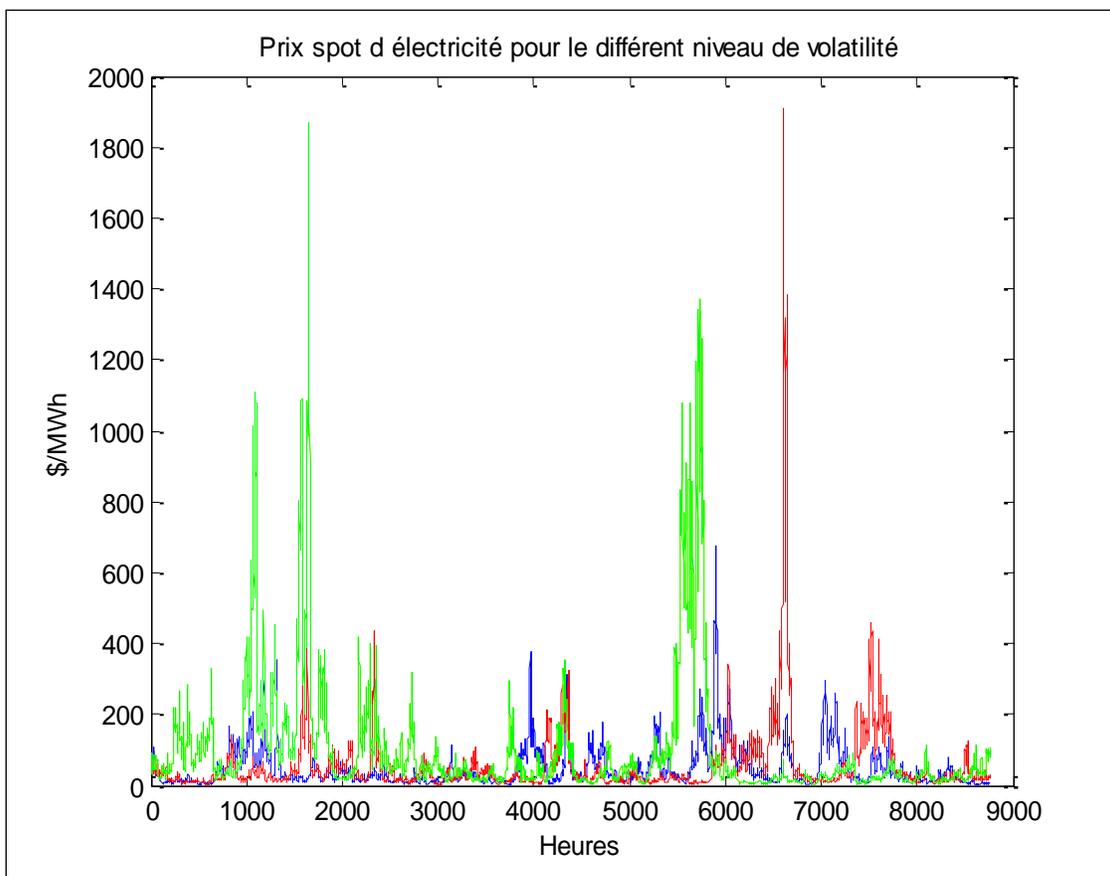


FIGURE 1. PRÉVISION DE PRIX SPOT HORAIRE POUR UNE ANNÉE DONNÉE

La figure 1 montre le prix spot horaire obtenu en fonction des valeurs de la volatilité du prix. L'année de référence commence le 1<sup>er</sup> octobre et se termine le 30 septembre. La référence du week-end et congés est choisie en se basant sur le calendrier de 2006. Le graphique illustre clairement la saisonnalité de la demande en fonction de sinusoïde mais fluctue avec un niveau de volatilité. Le résultat préliminaire sera discuté en détail dans le point 15:7.

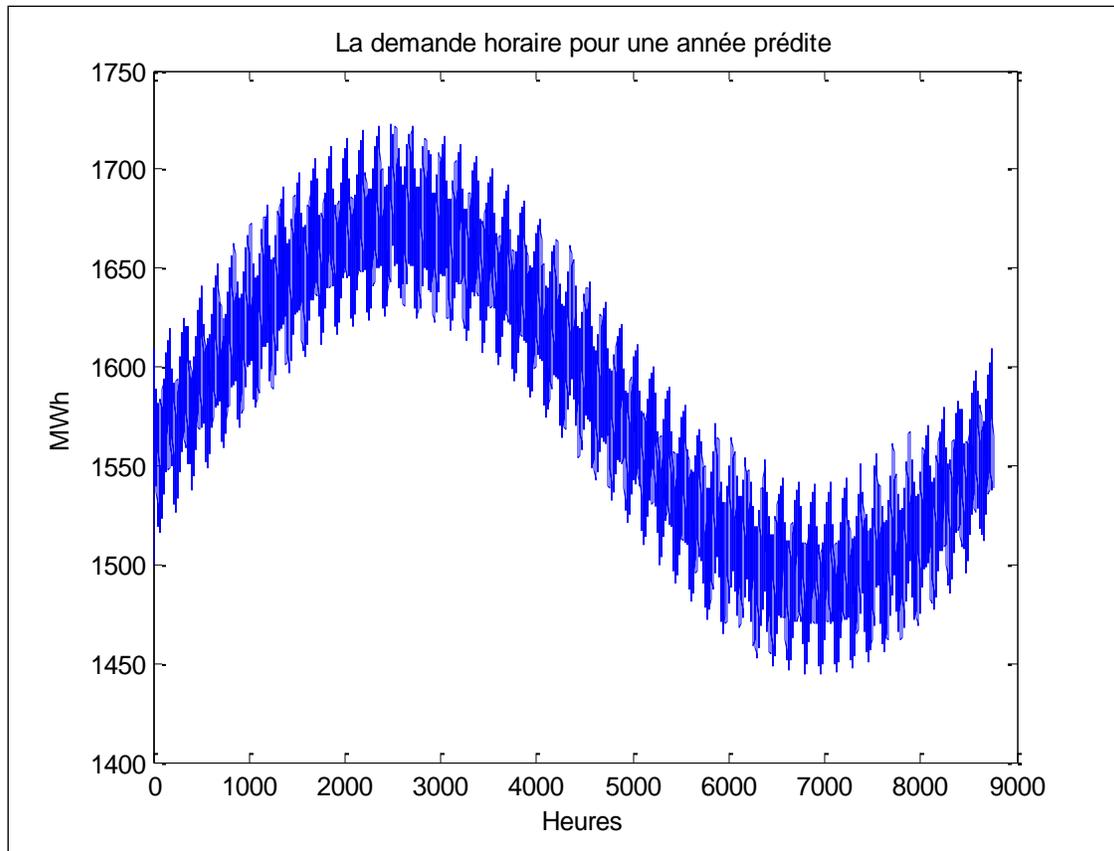


FIGURE 2. DEMANDE HORAIRE DE L'ÉLECTRICITÉ POUR UNE ANNÉE DONNÉE

La figure 2 montre l'évolution de la demande d'électricité pour une année donnée.

## 15:4 - MODÈLE YORKSHIRE : UNIDIRECTIONNEL

Nous supposons que le parc d'équipements du Yorkshire possède deux types de centrales : centrales nucléaires et centrales à gaz. Pour ce modèle unidirectionnel, nous travaillons sur l'hypothèse que la demande locale d'électricité dans le Yorkshire est fournie par les centrales nucléaires. Si la demande est inférieure à la production nucléaire, il y aura une moitié de surplus qui sera vendue au marché extérieur et l'autre moitié sera gaspillée.

Par contre, si la demande dépasse la capacité maximale de production, le gestionnaire doit importer si possible l'électricité sous contrainte du coût de production par centrale à gaz et de la capacité de la ligne d'interconnexion. Il doit ensuite démarrer les centrales à gaz (à coût très élevé) si nécessaire pour satisfaire la demande.

La stratégie de décision de production est déterminée dans l'algorithme 1.

## 4.1 - Centrales nucléaires

Les centrales nucléaires fournissent environ 17% de l'électricité dans le monde. Dans ce type de centrale, l'uranium est utilisé pour générer de la chaleur selon un processus de fission. La centrale nucléaire a des coûts marginaux très faibles et une flexibilité moindre étant données les contraintes de temps de démarrage et les pertes lors de l'arrêt du réacteur. Cela oblige la centrale de fonctionner 24h/24 à pleine capacité. Le manque de flexibilité opérationnelle des centrales nucléaires implique qu'elles ne seront arrêtées que pour des raisons de maintenance à dates programmées.

Soit  $n_t$  la production au temps  $t$  et  $p_n$  la capacité maximale de la centrale. Nous écrivons la production d'électricité pour la centrale nucléaire comme suit :

$$(15.9) \quad n_t = \begin{cases} 0, & \text{si } t \in \{\text{maintenance}\} \\ p_n, & \text{sinon} \end{cases}$$

La quantité nette de production au temps  $t$  est donnée par :

(15.10)

$$X_t^n = \sum_{r=1}^{R_n} \sum_{t=1}^T n_t^r$$

où  $R_n$  est le nombre de centrales et  $n_t$  est défini dans l'équation (15.9).

## 4.2 - Centrales à gaz

Les centrales à gaz ont l'avantage de démarrer très rapidement mais le coût marginal est aussi très élevé. Elles fournissent à peu près 14% des demandes en électricité du monde. À chaque période, le gestionnaire a l'option de produire ou pas. Le coût marginal  $C_g$  de production est forcément le coût du gaz où l'efficacité des centrales est définie par la quantité de carburant nécessaire pour convertir en électricité. Il est souvent exprimé en fonction du prix de gaz multiplié par le taux de chauffage. Comparativement aux autres types de centrale, le coût marginal de la production de l'électricité par les centrales à gaz est élevé et c'est la raison pour laquelle elles sont démarrées seulement aux pics de la demande.

Nous avons mentionné que le gestionnaire démarre les centrales à gaz seulement si la demande  $D_{YKS}$  dépasse la capacité de production d'électricité nucléaire et qu'il n'y a pas d'importation de l'électricité de l'Ecosse. La stratégie de production est alors écrite comme :

$$(15.11) \quad G_t = \begin{cases} \max\{0, D_{YKS} - p_n - I_{YKS}\} & \text{si } D_{YKS} > p_n \text{ et } P_t < C_g \\ D_{YKS} - p_n & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $p_n$  est la capacité de production d'électricité nucléaire,  $I_{YKS}$  la quantité d'électricité importée et  $D_{YKS}$  est la demande au temps  $t$ . La quantité nette de production des centrales à gaz au temps  $t$  est donnée par :

(15.12)

$$X_t^g = \sum_{r=1}^{R_g} \sum_{t=1}^T G_t^r$$

où  $R_g$  est le nombre de centrales à gaz et  $G_t$  est défini dans l'équation (15.11).

### 4.3 - Profit et gain d'interconnexion (Relation Ecosse)

Le profit pour une année donnée  $\Pi_{YKS}$  peut être considéré comme la valeur cumulative de toutes les positions sur toutes les périodes de temps c.à.d. la somme de tous les cash-flows.

(15.13)

$$\Pi_{YKS} = \sum_{t=1}^T [P_t D_{YKS} - P_t I_{YKS} + 1/2 (P_t - C_{tm}) \max(0, p_n - D_{YKS}) - C_n p_n - C_g G_t]$$

où  $1/2 (P_t - C_{tm}) \max(0, p_n - D_{YKS})$  est le profit provenant d'une vente de 50% de l'électricité en surplus et

$P_t$  : Le prix spot

$D_{YKS}$  : La demande d'électricité dans le Yorkshire au temps  $t$

$I_{YKS}$  : La quantité d'électricité importée au temps  $t$

$C_n$  : Le coût de production par unité par centrales nucléaires

$C_g$  : Le coût de production par unité par centrale à gaz

$T$  : La durée de production d'électricité (c.-à-d.  $T = 8\,760$  h, ou  $T = 365$  j)

$p_n$  : La capacité de production nucléaire

$G_t$  : La quantité nette d'électricité produite par centrale à gaz, au temps  $t$

La capacité de production  $p_n$  est mesurée en MW et la production à gaz  $G_t$  est mesurée en MWh. Ce dernier représente la quantité d'électricité produite par centrales à gaz, son prix spot  $P_t$  correspondant est en \$/MWh.

En important l'électricité de l'Ecosse, le Yorkshire évite de démarrer la centrale à gaz. Les coûts évité pour une capacité Cap MW et 0 MW sont égaux à :

$$(15.14) \quad \text{Coût évité}_{cap} = C_g I_{YKS, cap}$$

$$(15.15) \quad \text{Coût évité}_0 = C_g I_{YKS, 0} = 0$$

$$(15.16) \quad \text{Coût évité}_{cap} - \text{Coût évité}_0 = C_g I_{YKS, cap}$$

La différence de profit de Humber Power (relation Ecosse) ou le gain d'interconnexion pour Humber Power dans le cas unidirectionnel :

$$\Pi_{YKS, cap} - \Pi_{YKS, 0} = C_g (G_0 - G_{cap}) - P_t I_{YKS, cap}$$

$$= C_g I_{YKS,Cap} - P_t I_{YKS,Cap}$$

$$(15.17) \quad \Delta_{YKS,Cap} = \text{Coût évité} - \text{Coût de l'importation}$$

La valeur de la firme pour  $N$  années de vie de projet est définie par<sup>2</sup> :

$$(15.18)$$

$$\Pi_N^{YKS} = \sum_{y=1}^N \frac{1}{(1+\rho)^y} \Pi_{YKS}$$

où  $\Pi_{YKS}$  est une fonction de profit donnée par équation (13) et  $\rho$  est le taux d'intérêt sans risque. La fonction de profit de la firme pour une vie indéterminée est donnée par

$$(15.19)$$

$$\Pi_{inf} = \frac{1}{\rho} \Pi_{YKS} - \frac{1}{(1+\rho)^N} \frac{1}{\rho} \Pi_{YKS} + Z = \left[ \frac{1}{\rho} - \frac{1}{(1+\rho)^N} \frac{1}{\rho} \right] \Pi_{YKS} + Z$$

Une alternative d'évaluation d'un projet est sur sa durée de vie infinie. Une approche est de prévoir le 'free cash-flow' pour  $N$  années et ignorer ce qui vient par la suite puisque sa valeur escomptée sera très petite. Le problème peut être suivi en séparant la valeur du projet en deux périodes, durant et après une période de prévision explicite. Dans ce cas<sup>3</sup>

**Valeur du projet =**  
**Valeur actualisée du cashflow durant la période de prévision explicite**  
**+ Valeur actualisée après la période de prévision explicite**

Pour les centrales électriques, la valeur après la période de prévision explicite  $Z$  est considérée comme la valeur continue (salvage value) et il est difficile de la déterminer après 40 ans. Nous ne faisons pas cette évaluation et nous supposons que  $Z = 0$ .

<sup>2</sup> COPELAND, KOLLER AND MURRIN (1994)

<sup>3</sup> COPELAND, KOLLER AND MURRIN (1994)

```

for i from 1 to T do
  if (Demande YKS > Capacité de production nucléaire  $p_n$ ) then
    if (prix spot < coût de production par centrale à gaz  $C_g$ ) then
      Importation = min(Demande YKS -  $p_n$ , Capacité d'interconnexion);
      Production à gaz = max(0, Demande -  $p_n$  - Importation);
      Coût évité =  $C_g$  x Importation;
    Else
      Importation = 0 ;
      Coût évité = 0;
      Production à gaz = Demande -  $p_n$ ;
    End;
  Else
    La moitié de surplus est vendue au prix spot au troisième marché.
  End if;
End for;

```

**ALGORITHME 1. LA STRATÉGIE DE DÉCISION PRODUCTION POUR LE MODÈLE YORKSHIRE**

## 1 5:5 - MODÈLE ECOSSE – UNIDIRECTIONNEL

Nous supposons que Northwater Power possède un parc d'équipement de centrales à grands réservoirs. La gestion de l'eau est un problème intéressant et complexe parce que l'eau est un produit entreposable alors que l'électricité ne l'est pas. Elle comporte ainsi un processus continu consistant à décider de libérer l'eau immédiatement ou de la retenir et la libérer plus tard. L'écoulement naturel de l'eau n'a pas de coût explicite, mais l'employer pour la production d'énergie présente un coût d'opportunité pour les producteurs, car c'est une ressource limitée. En conséquence, les opérations des installations de stockage hydraulique deviennent un problème inter-temporel d'allocation de ressource incertaine et sera modélisé comme un problème d'options réelles dans la perspective d'une centrale génératrice.

Les centrales hydroélectriques à réservoir sont capables de retenir l'eau dans un réservoir/barrage. Elles sont conçues avec une différence de hauteur entre le réservoir et les turbines. L'énergie potentielle est convertie en énergie mécanique en laissant l'eau, à haute vitesse pour propulser les turbines. Et les générateurs convertissent l'énergie mécanique en électricité. Certaines centrales hydrauliques ont également des pompes, où l'eau du lac en aval est pompée jusqu'au réservoir, mais nous ne considérons pas cette option dans notre étude.

Une centrale hydroélectrique à réservoir est flexible, jusqu'à certaines limites dépendant de la capacité à changer le niveau de l'eau retenu dans le réservoir. Le coût marginal pour produire l'électricité d'une centrale à réservoir est très bas, puisque la production n'est pas dépendante des coûts du carburant. Étant donné que l'arrivée d'eau connaît des fluctuations saisonnières, le propriétaire essaiera de remplir le réservoir dans les périodes de faible demande (dans la nuit, pendant l'été), pour produire davantage pendant la période de pointe, quand les prix de l'électricité sont plus élevés. L'autre flexibilité est due à la capacité de changer "Marche/Arrêt" les centrales immédiatement sans le coût. Dans chaque période, le propriétaire a par conséquent l'option de produire ou pas.

Tous les paramètres des modèles sont présentés dans le tableau 1.

Paramètres	Description	Unités
$I_t$	Arrivée d'eau au temps $t$	MWh
$\mu_t$	Moyenne d'arrivée d'eau variée selon saison	MWh
$\bar{\mu}$	Niveau d'arrivée d'eau au tour d'une fluctuation	MWh
$\mu^{ampl}$	Amplitude de fluctuation annuelle	MWh
$\omega_t$	Fréquence horaire	-
$\varphi_t$	Facteur saisonnier	-
$\alpha$	Vitesse de retour à la moyenne	-
$B$	Moyenne de la fluctuation d'arrivée d'eau	-
$p_{max}$	Capacité maximale de la production	MW
$P$	Capacité maximale de la turbine	MW
$C_X$	Coût de production par centrale $x$	\$/MWh
$X_t$	Quantité de l'électricité produite	MWh
$P_t$	Prix spot au temps $t$	\$
$\sigma_I$	Volatilité d'arrivée d'eau	-
$T$	Nombre total d'heures de production par année	-
$\gamma$	Fraction d'opération de centrales	-
$v_{max/min}$	Capacité max/min du réservoir	MWh
$V_t$	Volume d'eau dans le réservoir au temps $t$	MWh
$O_t$	Montant d'eau gaspillée pendant la génération au temps $t$	MWh
$O_{min/max}$	Minimum/maximum d'eau gaspillée au temps $t$	MWh
$X_t$	Montant d'eau utilisé pour la production au temps $t$	MWh

TABLEAU 1 : RÉSUMÉ DE NOTATIONS DES MODÈLES - CENTRALES À RÉSERVOIR

Dans cette étude, nous faisons l'hypothèse que Northwater Power produit de l'électricité pour fournir la demande locale. Pendant la période de pointe (où le prix spot est élevé), le gestionnaire produit à pleine capacité pour l'exportation, à condition que le volume d'eau dépasse la moitié, par hypothèse, de la capacité du réservoir et que la capacité de la ligne de transmission le permet. La stratégie de décision de production est définie dans l'algorithme 2.

### 5.1 - Modèle d'arrivée d'eau et volume d'eau dans le réservoir

Le débit vers le réservoir  $I_t$  est soumis aux fluctuations saisonnières, telles que la fonte de neige au printemps et semble se situer autour d'un niveau moyen  $\mu_t$  avec une certaine volatilité. Ainsi, les débits seront considérés comme des processus de retour à la moyenne. Bien entendu, les apports de l'eau ont des valeurs positives. En conséquent, le modèle de débit doit tenir compte de cette caractéristique. Les fortes précipitations, au printemps et en été, ou la fonte de neige à la fin de l'hiver, produisent une montée subite de l'eau. De plus, le débit suit un processus autocorrélé dans le temps. Le modèle est donné comme:

$$(15.20) \quad d \ln I_t = \alpha(\varphi_t - \alpha \ln I_{t-1}) dt + \sigma_I dW_t^I$$

où  $W_t^I$  est un mouvement Brownien standard. Le paramètre  $\varphi_t$  est le facteur saisonnier correspondant à un équilibre à long terme où le niveau moyen est donné par  $\mu_t = \frac{\varphi_t}{\alpha}$ . Comme le paramètre  $\alpha$  représente la vitesse de retour à la moyenne, il doit être positif. Le terme  $\sigma_I$  est la volatilité d'arrivée d'eau. Dans cette équation

différentielle stochastique, le niveau d'arrivée d'eau est une fonction du temps et reflète le fait que l'arrivée d'eau  $I_t$  présente des fluctuations saisonnières. Ces fluctuations sont modélisées en laissant le niveau de la moyenne suivre une courbe sinusoïde déterministe :

$$(15.21) \quad \mu_t = \bar{\mu} + \mu^{ampl} \sin(\omega_t t + \varphi_t)$$

où  $\bar{\mu}$  est le niveau autour duquel le taux d'arrivée d'eau fluctue sur les saisons et  $\mu^{ampl}$  représente l'amplitude de fluctuation annuelle. Le paramètre  $\omega_t$  est choisi tel que la fréquence annuelle est obtenue et la phase  $\varphi_t$  est choisie au moment où le niveau d'arrivée est au plus haut, habituellement en juin.

Le taux de 'overflow' de la centrale, au temps  $t$  est noté  $O_t$ . Soit le volume d'eau du réservoir au temps  $t$  noté par  $V_t$ . Il peut être retenu dans le réservoir sans coût et il est mesuré en MWh. La capacité énergétique de la turbine au temps  $t$  et la capacité maximum de production d'électricité sont notées par  $p$  et  $p_{max}$  respectivement. Les deux paramètres sont mesurés en MW.  $v_{max}$  and  $v_{min}$  représentent la capacité énergétique maximum et minimum du réservoir/barrage.

La quantité d'eau au temps  $t$  utilisée pour produire de l'électricité est définie par  $X_t$  et mesurée en énergie (MWh). Le volume de l'eau  $V_t$  doit être modélisé par un ensemble de restrictions.

Nous avons expliqué dans la section précédente que le débit d'aujourd'hui dépend toujours du débit d'hier. De la même manière, le volume de l'eau dans le réservoir de demain résulte du volume d'aujourd'hui et est donné par la formule ci-dessous :

$$(15.22) \quad V_{t+1} = V_t + \sum_{i=1}^t (I_i - O_i - X_i)$$

Où  $I_t$  [MWh] est l'arrivée d'eau au temps  $t$ ,  $O_t$  [MWh] est le 'overflow' au temps  $t$  et  $X_t$  [MWh] représente le montant d'eau utilisée pour produire l'électricité qu'on expliquera dans la section suivante.

Les restrictions sur le volume d'eau sont déterminées par les caractéristiques techniques des centrales à réservoir. Quoiqu'il en soit, la distribution doit être liée aux limitations et dans chacune de ces périodes, ces contraintes doivent être maintenues :

$$v_{min} \leq V_t \leq v_{max} \quad \forall t$$

$$0 \leq O_t \leq O_{max} \quad \forall t$$

Le montant du 'overflow' est défini comme :

$$(15.23) \quad O_t = \min(p - X_t, O_{max})$$

## 5.2 - La stratégie de la répartition d'eau et de la production

Nous considérons que la centrale hydroélectrique à réservoir est égale à une série des options interdépendantes. La décision d'exercer cette option, comme par exemple « combien produire au temps  $t$  », devrait être une fonction dépendante de facteurs stochastiques au temps  $t$ .

Nous pouvons voir cela comme une option Américaine où la stratégie optimale serait d'exercer l'option lorsque le prix spot est plus grand que le prix d'exercice ou prix critique.

Les conditions d'exercice ne sont pas analytiques mais sont obtenues numériquement. Cependant, le choix d'exercer ces options est fonction du prix spot, du prix critique, de la volatilité et de la maturité.

Le gestionnaire prend la décision à chaque période de libérer l'eau ou non, c.-à-d. produire de l'électricité maintenant ou stocker l'eau et la libérer plus tard. En exerçant l'option de production, le niveau d'eau diminue, et comme l'arrivée de l'eau est stochastique, la probabilité de produire dans le futur diminue. Ainsi, elle affectera les possibilités futures de production d'une centrale. Malheureusement, le système à réservoir est plus compliqué qu'une option Américaine, en raison de l'interdépendance entre les options et puisque l'option n'est pas binaire, c.-à-d. « produire ou pas », on ne sait pas combien produire.

UNGER (2002) maintient que le facteur le plus important qui influence la décision d'exercice d'une centrale à réservoir est le prix spot. Un prix spot élevé devrait déclencher la production, tandis qu'un bas prix spot ne devrait impliquer aucune production. Mais un réservoir presque plein indique qu'on devrait produire, puisque ceci diminuerait la probabilité de « gaspillage d'eau ». Un réservoir vide, d'une part, devrait initier une action pour remplir le réservoir. En outre, si Northwater Power doit gérer un niveau de risque dans son portefeuille, alors une demande élevée devrait déclencher la production pour couvrir le volume du risque. Avec le même raisonnement une basse demande ne devrait pas déclencher la production. Cette décision de production prend la forme des options réelles.

Puisque les conditions optimales d'exécution sont inconnues et que la gestion des risques de portefeuille ne nous concerne pas ici, la répartition hydraulique dépend uniquement des prix spot et du temps. Par conséquent, la fonction de décision  $G_t$ , au temps  $t$ , est donnée par :

$$G_i(P_t) = \begin{cases} 1, & \text{si } P_t > s_i \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad i = 1, \dots, r$$

où  $0 = s_1 < s_2 < \dots < s_r$ , sont donnée un ensemble des prix spot et  $p$  représente la capacité maximum de la turbine. Définir  $\gamma_i$  pour  $i = \{1, \dots, r\}$  la fraction additionnelle avec laquelle la turbine est opérée au moment où les prix spots dépassent le prix critique où  $\sum_{i=1}^r \gamma_i \leq 1$ . À chaque période, le gestionnaire a en conséquence une option de produire ou non. La quantité d'eau utilisée pour générer l'électricité est donnée par :

$$(15.24) \quad X_t = \sum_{i=1}^r \gamma_i \left[ \frac{1}{\tau} D_{SCT} + G_i(P_t) \times \min \left\{ p - \frac{1}{\tau} D_{SCT}, \frac{1}{\tau} Cap \right\} \right] \quad \forall t \in [1, \dots, T]$$

où

$T$  : La période de la génération l'électricité.

$\gamma_i$  : Le facteur du poids correspond à la fonction de décision  $G_i$

$r$  : Le nombre de prix critiques

$Cap$  : La capacité de la ligne d'interconnexion en MW

$D_{SCT}$  : La demande d'électricité en Ecosse

$\tau$  : Le taux de conversion d'eau en électricité

$P_t$  : Le prix spot au temps  $t$

Il est important de noter que le prix spot  $P_t$  est déterminé en fonction de la demande [équation (15.4)]. Puisque la décision de répartition d'eau est une fonction du prix, la demande est intégrée également dedans.

Nous avons mentionné précédemment qu'en Ecosse, il n'existe pas de marché spot, le prix d'électricité pour le marché local est fixé et seuls les prix de l'électricité exportée sont stochastiques. La demande d'électricité locale fluctue en fonction du temps et le gestionnaire a une obligation de répondre à cette demande. Nous supposons que le niveau minimum du réservoir d'eau doit être toujours suffisant pour satisfaire la demande locale en électricité. Si le prix spot dépasse le prix critique et si le niveau d'eau dans le réservoir est plus que la moitié (niveau choisi de manière exogène pour le moment), nous devons aussi produire à pleine capacité pour l'exportation, sous contrainte de la capacité de transmission. Si le prix spot est élevé mais que le niveau d'eau dans le réservoir est insuffisant, nous devons ignorer cette opportunité. Par contre, si niveau d'eau est très élevé mais que le prix spot est faible, nous devons quand même produire pour l'exportation puisque le profit généré est plus grand que le coût de retenue d'eau dans le réservoir. Cette stratégie de décision de production est définie dans l'algorithme 2.

Les prix critiques peuvent être fixés selon les saisons, en fonction du volume d'eau dans le réservoir (stockage presque vide, stockage presque complet, stockage à moitié rempli, etc.), de la politique de production, ou de l'excédent de quantité d'eau à utiliser pour produire de l'électricité.

Pour simplifier, nous considérons un prix critique unique (c.-à-d.  $r = 1$ ). Le facteur pondérant est alors égal à 1. Le prix critique sera estimé en utilisant des méthodes d'approximation proposées par BARONE-ADESI ET WHALEY (1987) dont le détail est donné en annexe 2.

La quantité nette de l'électricité produite au temps  $t$  pour une année donnée est écrite comme :

$$(15.25) \quad X_t = \frac{p_{max}}{p} X_t$$

$p_{max}$  : Capacité maximum de la production en MW

$p$  : Capacité maximum de la turbine en MW

$X_t$  : Quantité d'eau utilisée pour produire l'électricité en MWh

```

For i from 1 to T do
  If (prix spot < prix critique) && (volume d'eau < que 90% du volume total) then
    Exportation SCT = 0;
    If (Demande YKS < capacité de production nucléaire && prix spot < Cst) then
      Exportation YKS = min(pn - Demande YKS, Capacité d'interconnexion);
      Production SCT = Demande SCT - Exportation YKS;
    Else
      Exportation YKS = 0 ;
      Production à gaz = pn - Demande YKS;
      Production SCT = Demande SCT;
    End if
  Else
    If volume d'eau <= la moitié du réservoir then
      Exportation SCT = 0;
      Production SCT = Demande Ecosse;
      If Demande YKS > capacité de production nucléaire then
        Production a gaz = demande YKS - capacité de production nucléaire;
      End if
    Else
      If (demande YKS > production nucléaire pn && prix spot < Cg) then
        Exportation SCT = min(Demande YKS - capacité nucléaire pn,
                             Capacité d'interconnexion);
        Production SCT = Demande SCT + Exportation SCT;
        Production à gaz = max(0, Demande YKS - capacité nucléaire -
                               Exportation SCT);
      Else
        Exportation SCT = 0;
        Production SCT = Demande SCT;
        Production à gaz = Demande YKS - capacité nucléaire;
      End if
    End if
  End if
End for
PS: Cg : coût de production par centrale à gaz.
    Cst : coût de production par centrale hydroélectrique

```

### 5.3 - Profit et gain d'interconnexion

La valeur d'une centrale électrique provient de la différence entre le prix de l'électricité et des coûts opérationnels. Le prix moyen de vente effectif au temps  $t$  dépend de la flexibilité de la centrale. Les centrales de production de base, par exemple les centrales au fil de l'eau ou centrales nucléaires, ont typiquement des frais financiers élevés et des coûts de production faibles comparés aux centrales 'peak-load'. La fonction de profit d'une année donnée, pour les centrales à réservoir, est égal au profit d'exportation plus le profit d'importation plus profit de vente locale moins le coût de production.

Le profit incrémental d'exportation et d'importation pour Northwater Power d'une capacité d'interconnexion Cap MW est égal à :

$$\Pi_{EX\_SCT} = (P_t - C_{tm} - C_{st})E_{SCT,cap}$$

$$\Pi_{IM\_SCT} = (\text{Prix fixé} - P_t)I_{SCT,cap} = 0$$

Car  $I_{SCT,cap} = 0$  pour le cas unidirectionnel. Donc, le profit total pour Northwater Power est égal à

$$\Pi_{SCT,cap} = (P_t - C_{tm})E_{SCT,cap} + \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - C_{st}\tilde{X}_t$$

où

$\tilde{X}_t$  : Quantité totale d'électricité produite

$E_{SCT}$  : Quantité d'électricité exportée

$C_{st}$  : Coût de production par centrale à réservoir

$C_{tm}$  : Coût d'interconnexion

$D_{SCT}$  : Demande d'électricité en Ecosse

La différence de profit pour une capacité d'interconnexion 0 MW et Cap MW, ou le gain d'interconnexion pour Northwater Power :

$$(15.28) \quad \Pi_{SCT, Cap} - \Pi_{SCT, 0} = (P_t - C_{tm} - C_{st})E_{SCT, Cap} = \text{Profit incrémental d'exportation}$$

Le cash-flow actualisé (DCF) pour  $N$  années de vie de projet est défini dans l'équation (15.19) :

$$\Pi_N^{SCT} = \sum_{y=1}^N \frac{1}{(1+\rho)^y} \Pi_{SCT} = \frac{1}{\rho} \Pi_{SCT} - \frac{1}{(1-\rho)^N} \frac{1}{\rho} \Pi_{SCT} = \frac{1}{\rho} \left[ 1 - \frac{1}{(1-\rho)^N} \right] \Pi_{SCT}$$

où  $\Pi_{SCT}$  est défini dans l'équation (15.28).

## 15:6 - MODÈLE ECOSSE – YORKSHIRE : BIDIRECTIONNEL

Dans cette section, nous faisons l'hypothèse que la ligne d'interconnexion est utilisée par Northwater Power et Humber Power pour exporter l'électricité.

### 6.1 - Transaction entre deux marchés

Les deux marchés sont interconnectés. Dans le cas de marchés multiples, il est supposé qu'en tout temps, il y a une option de vente (production) ou d'achat de l'électricité des autres marchés. En conséquence, à chaque moment, le gestionnaire a une option de produire ou d'acheter ou non. Les stratégies de décisions de productions dépendent des deux partenaires et des opportunités d'arbitrage qui permettent d'acheter l'électricité au meilleur prix et de le vendre immédiatement dans un autre marché au prix plus élevé.

Nous considérons une ligne de transmission de la même capacité comme dans le cas unidirectionnel afin de comparer l'espérance du profit des deux cas. L'achat et la vente de l'électricité transitent sur les mêmes lignes.

La demande locale dans le Yorkshire est satisfaite par la production nucléaire qui fonctionne 24h/24 à pleine capacité.

**Humber Power** exporte de l'électricité vers l'Ecosse s'il y a le surplus (la demande locale est inférieure à la capacité nucléaire). La quantité maximale de l'électricité exportée est fonction de la capacité d'interconnexion. La moitié de surplus non vendu sera exportée au marché extérieur.

Le gestionnaire du Yorkshire importe de l'électricité de l'Ecosse si la demande locale dépasse la capacité maximale de production nucléaire et si le prix spot est inférieur au coût de production par centrale à gaz. Sinon il doit démarrer sa centrale à gaz pour satisfaire la demande.

**Northwater Power** exporte vers le Yorkshire si la demande locale en Ecosse est satisfaite, si la production dans le Yorkshire de l'électricité nucléaire n'est pas suffisante, si le prix spot est plus grand que le prix critique et le volume d'eau dépasse la moitié de la capacité du réservoir (par hypothèse), si le prix spot est plus petit que le prix critique mais le volume d'eau est supérieur à 90% du volume maximal (sinon l'eau sera gaspillée).

Northwater Power achète (importe) l'électricité de Humber Power à condition que le prix spot est inférieur au coût de production hydroélectrique, le volume d'eau dans le réservoir est inférieur à 90% du volume maximal ; si la demande en Ecosse est supérieure à l'importation, Northwater Power doit démarrer ses centrales pour compléter la demande locale. La quantité maximale de l'électricité exportée et importée est fonction de la capacité des lignes de transmission ainsi que de la demande.

Nous considérons une ligne de transmission de même capacité que dans le cas unidirectionnel afin de comparer l'espérance du profit des deux situations.

Toutes ces stratégies de décisions de production sont définies dans l'algorithme 3.

## 6.2 - Le profit et gain d'interconnexion

### Northwater Power :

Le profit de Northwater Power pour le modèle bidirectionnel est égal à

$$\begin{aligned}
 \Pi_{SCT} &= (P_t - C_{tm})E_{SCT} + \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - P_t I_{SCT} - C_{st} \tilde{X}_t \\
 (15.29) \quad &= (P_t - C_{tm})E_{SCT} + \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - P_t I_{SCT} - C_{st}(D_{SCT} + E_{SCT} - I_{SCT})
 \end{aligned}$$

où

$C_{st}$  : Coût de production par les centrales à réservoir

$C_{tm}$  : Coût d'interconnexion

$D_{SCT}$  : Demande d'électricité en Ecosse

Prix fixé : Prix fixé par la Régie d'énergie écossaise

$P_t$  : Prix spot au temps  $t$

$\tilde{X}_t$  : Quantité d'électricité produite

$E_{SCT}, I_{SCT}$  : Quantités d'électricité exportée et importée de l'Ecosse

```

For i from 1 to T do
  If (prix spot < prix critique) && (volume d'eau < 90% du volume total) then
    Exportation SCT = 0;
    If (demande YKS < production nucléaire  $p_n$  && prix spot <  $C_{st}$ ) then
      Exportation YKS = min( $p_n$  - Demande YKS, Capacité d'interconnexion);
      Production SCT = Demande SCT - Exportation YKS;
    Else
      Exportation YKS = 0;
      Production à gaz =  $p_n$  - Demande YKS;
      Production SCT = Demande SCT;
    End if;

  Else
    If (volume d'eau <= 50% du volume total) then
      Exportation SCT = 0;
      Production SCT = Demande Ecosse;
      If (demande YKS > production nucléaire  $p_n$ ) then
        Production à gaz = max(0, demande YKS - production nucléaire
 $p_n$ );
      End;
    Else
      If (demande YKS > production nucléaire  $p_n$  && prix spot <  $C_g$ ) then
        Exportation SCT = min(Demande YKS - capacité nucléaire  $p_n$ ,
          Capacité d'interconnexion);
        Production SCT = Demande SCT + Exportation SCT;
        Production à gaz = max(0, Demande YKS - capacité nucléaire -
          Exportation SCT);
      Else
        Exportation SCT = 0;
        Production SCT = Demande SCT;
        Production à gaz = Demande YKS - capacité nucléaire;
      End if;
    End if;
  End if;
End for;
PS:  $C_g$  : coût de production par centrale à gaz
 $C_{st}$  : coût de production par centrale hydroélectrique

```

### ALGORITHME 3. STRATÉGIES – DÉCISIONS : CAS BIDIRECTIONNEL

$$\Pi_{EX\_SCT} = (P_t - C_{st} - C_{tm})E_{SCT,cap}$$

$$(15.30) \quad \Pi_{IM\_SCT} = (Prix\ fixé - P_t)I_{SCT,cap}$$

Le coût évité par l'importation est donné par

$$(15.31) \quad Coût\ évité_{SCT} = C_{st}I_{SCT,cap}$$

À partir de l'équation (15.29), les profits De Northwater Power pour une capacité d'interconnexion 0 et Cap MW sont

$$\begin{aligned}
(15.32) \quad \Pi_{SCT,cap} &= (P_t - C_{tm})E_{SCT,cap} + \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - P_t I_{SCT,cap} - C_{st} \bar{X}_t \\
&= (P_t - C_{tm})E_{SCT,cap} + \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - P_t I_{SCT,cap} - C_{st}(D_{SCT} + E_{SCT,cap} - I_{SCT,cap}) \\
\Pi_{SCT,0} &= \text{Prix fixé} \times D_{SCT} - C_{st} D_{SCT}
\end{aligned}$$

La différence de profit ou le gain d'interconnexion pour Northwater Power :

$$\begin{aligned}
(15.33) \quad \Delta \Pi_{SCT} &= (\Pi_{SCT,cap} - \Pi_{SCT,0}) \\
&= (P_t - C_{tm})E_{SCT,cap} - P_t I_{SCT,cap} + C_{st} I_{SCT,cap} - C_{st} E_{SCT,cap} \\
&= (P_t - C_{tm} - C_{st})E_{SCT,cap} + C_{st} I_{SCT,cap} - P_t I_{SCT,cap} \\
&= \text{Profit incrémental d'exportation} + \text{Coût évité}_{SCT} - \text{Coût de l'importation}
\end{aligned}$$

Le cash-flow actualisé (DCF) pour  $N$  années de vie de projet de modèle bidirectionnel est définie dans l'équation (15.19) :

$$(15.34) \quad \Pi_N = \sum_{y=1}^N \frac{1}{(1 + \rho)^y} \Pi_{SCT}$$

où  $\Pi_{SCT}$  est la fonction du profit de la firme  $f$  définies dans les équations (15.29) pour une année de production  $y$ , et  $\rho$  est le taux d'intérêt sans risque.

#### **Humber Power:**

Le profit incrémental d'exportation et d'importation d'Humber Power est donné par :

$$\begin{aligned}
(15.35) \quad \Pi_{EX\_YKS} &= (P_t - C_{tm})E_{YKS,cap} \\
\Pi_{IM\_YKS} &= (P_t - P_t)I_{YKS,cap} = 0
\end{aligned}$$

Le coût évité pour Humber Power est égal à:

$$(15.36) \quad \text{Coût évité}_{YKS} = C_g(G_0 - G_{Cap}) = C_g I_{YKS,cap}$$

avec

$G_{Cap}, G_0$ : La quantité de production à gaz pour la capacité d'interconnexion Cap et 0 MW, respectivement.

$P_t$  Le prix spot au temps  $t$

$E_{SCT}, I_{SCT}$  : Les quantités d'électricité exportée et importée d'Ecosse

Le profit total de Humber Power pour une capacité d'interconnexion Cap est égal à :

$$(15.37) \quad \Pi_{YKS,cap} = (P_t - C_{tm})E_{YKS,cap} + P_t(D_{YKS} - I_{YKS,cap}) - C_n p_n - C_g G_{Cap} + \frac{1}{2}(P_t - C_{tm})\max(0, p_n - D_{YKS} - E_{YKS,cap})$$

$$= (P_t - C_{tm})E_{YKS, cap} + P_t D_{YKS} - P_t I_{YKS, cap} - C_n p_n - C_g G_{cap} + \frac{1}{2} (P_t - C_{tm}) \max(0, p_n - D_{YKS}) - \frac{1}{2} (P_t - C_{tm}) E_{YKS, cap}$$

où  $\frac{1}{2} (P_t - C_{tm}) \max(0, p_n - D_{YKS} - E_{YKS, cap})$  est le profit provenant de l'exportation de l'électricité au marché externe. Pour une capacité d'interconnexion 0 MW, le profit du Yorkshire est égal à

$$(15.38) \quad \Pi_{YKS, 0} = P_t D_{YKS} + \frac{1}{2} (P_t - C_{tm}) \max(0, p_n - D_{YKS}) - C_n p_n - C_g G_0$$

La différence de profit (relation Ecosse) ou le gain d'interconnexion pour Humber Power est égal à

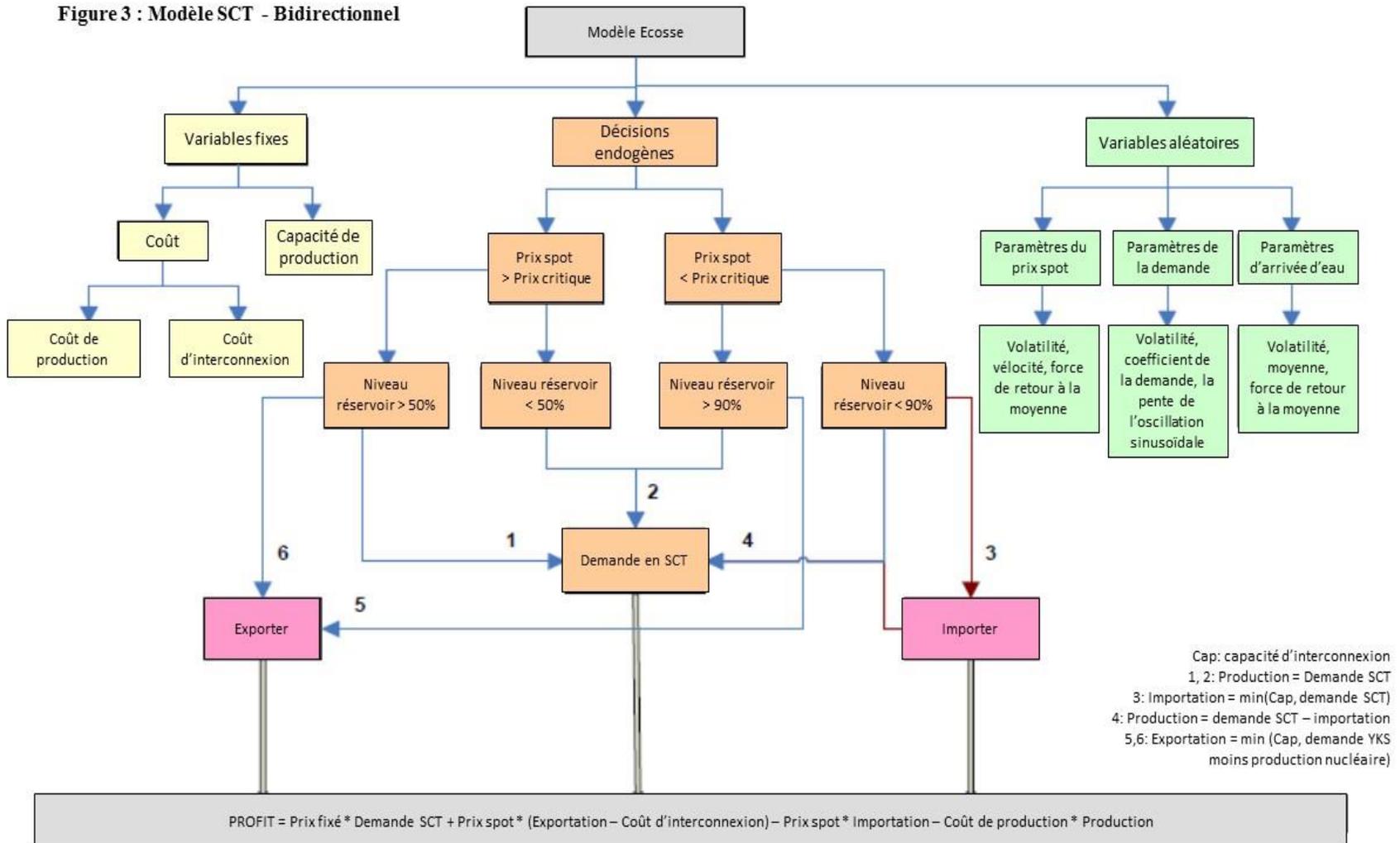
$$(15.39) \quad \Delta \Pi_{YKS} = (\Pi_{YKS, cap} - \Pi_{YKS, 0})$$

$$= (P_t - C_{tm}) E_{YKS, cap} + C_g (G_0 - G_{cap}) - P_t I_{YKS, cap}$$

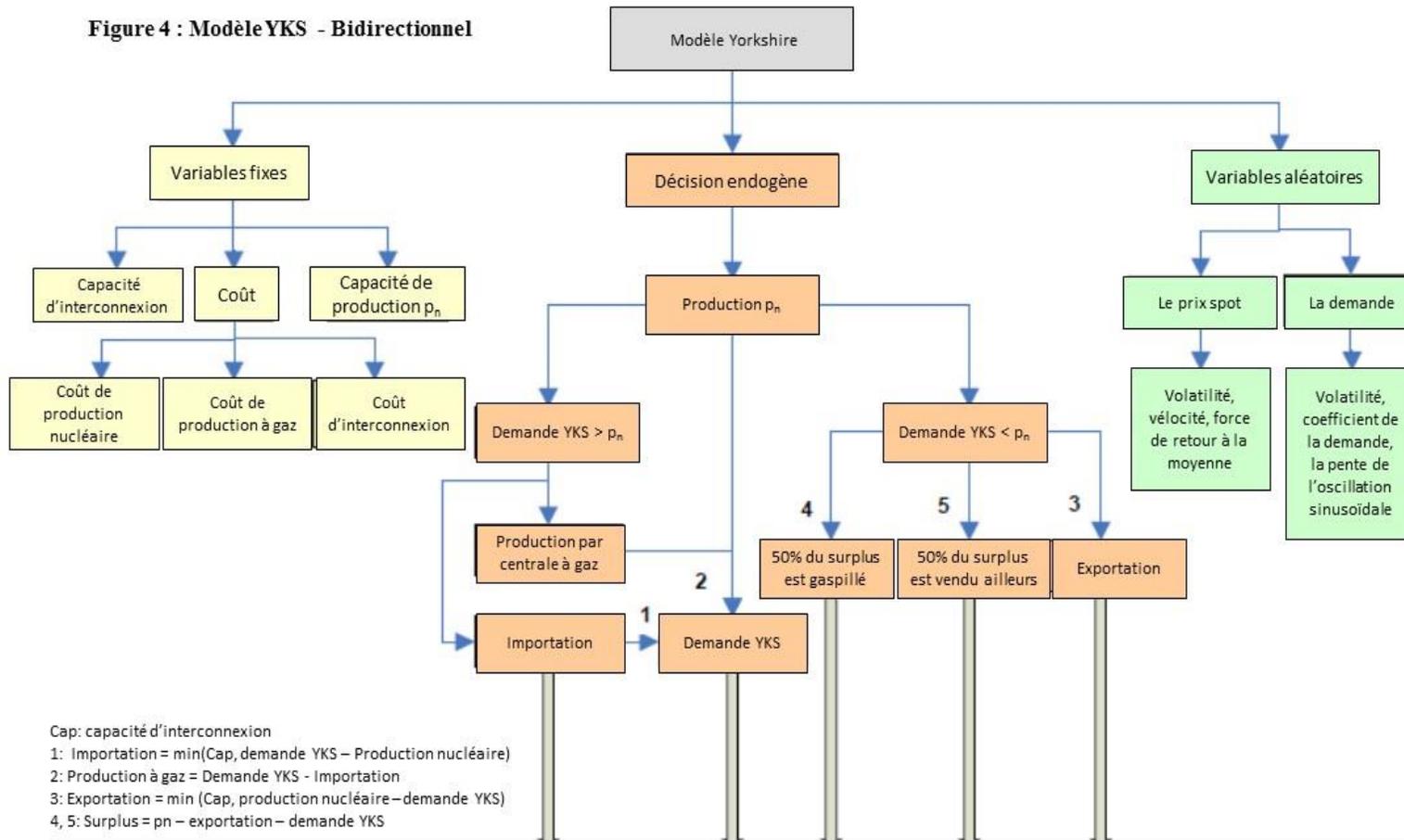
*= Profit incrémental d'exportation YKS + Coût évité<sub>YKS</sub> - Coût de l'importation YKS*

Le processus bidirectionnel est représenté par les Figures 3 et 4.

Figure 3 : Modèle SCT - Bidirectionnel



**Figure 4 : Modèle YKS - Bidirectionnel**



Cap: capacité d'interconnexion

1:  $Importation = \min(Cap, demande\ YKS - Production\ nucléaire)$

2:  $Production\ à\ gaz = Demande\ YKS - Importation$

3:  $Exportation = \min(Cap, production\ nucléaire - demande\ YKS)$

4, 5:  $Surplus = p_n - exportation - demande\ YKS$

$PROFIT = Prix\ spot * (la\ demande - Importation) + (Prix\ spot - Coût\ d'interconnexion) * Exportation - Production\ nucléaire * Coût\ de\ production\ nucléaire - Production\ à\ gaz * Coût\ de\ production\ à\ gaz$

## 15:7 - RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES: ANALYSE DE SENSITIVITÉ

Nous avons mentionné que la diffusion d'Onstein-Uhlenbeck (OU) est peut-être un modèle mathématique du processus stochastique le plus simple mais l'estimation des paramètres de ce processus est faisable mais n'est pas une tâche facile. Plusieurs auteurs montrent que la difficulté majeure avec une étude des temps du premier-pas utilisant le modèle OU est que la fonction de probabilité de densité de ces temps n'est pas analytiquement tractable. Les interférences standards sont utilisées telles que le maximum de vraisemblance. Dans le cas des processus OU, il est difficile d'estimer les paramètres à partir des données disponibles, pour juger la qualité de l'ajustement du modèle ou pour comparer les divers modèles.

Dans un premier temps, nous utilisons la calibration pour déterminer les paramètres des modèles et plus tard, nous allons déterminer les paramètres utilisant les données historiques requises.

Le processus de calibration assigne les valeurs des paramètres des modèles qui répliquent les caractéristiques des données observées. Dans notre cas, nous choisissons des conditions initiales à partir d'une étude antérieure de DOEGE (2006). Pour chaque vecteur de valeur des paramètres, nous calculons la valeur de la firme et nous répétons le processus 5000 fois afin de prendre la moyenne qui représente l'espérance de valeur. Nous procédons à des études de sensibilité de la valeur de la centrale par rapport aux variations des paramètres. Nous étudions 5 paramètres  $\alpha, \sigma_I$ , qui représentent la vitesse de retour à la moyenne et volatilité d'arrivée d'eau,  $\sigma_S^{YKS}, \lambda$  la volatilité et vitesse du prix spot et  $\sigma_D^{SCT}$  la volatilité de la demande d'électricité en Ecosse.

La vie du projet est définie à 40 ans (c.-à-d.  $N = 40$ ) mais la simulation sur 5000 trajectoires possibles sera exécutée pour une année de production puisque l'espérance de profit de la firme sera la même pour chaque année. Les centrales nucléaires fonctionnent 24h par jour, ce qui amène aux nombres d'heures de productions de  $T = 24 \times 365 = 8760$  heures. L'année de référence commence le 1<sup>er</sup> octobre et se termine le 30 septembre. La référence du week-end et congés est choisie en se basant sur le calendrier de 2006. Nous supposons que la partie qui exporte de l'électricité paie les frais de transmission.

Afin de pouvoir comparer d'une part le modèle unidirectionnel de la production du Yorkshire et de la production écossaise et d'autre part le modèle bidirectionnel des deux productions, nous calculons les stratégies et les profits dans les trois cas pour chacune des simulations des processus stochastiques. Ainsi, les résultats sont compatibles et comparables, en particulier en ce qui a trait à la valeur incrémentale du modèle bidirectionnel.

### 7.1 - Centrales thermiques – Yorkshire

Les paramètres utilisés sont présentés dans le Tableau 2. Le coût de production par centrale nucléaire est de 27 \$/MWh. Le coût de production par la centrale à gaz est de 85\$/MWh, c.-à-d., 3 fois plus cher que le coût de production nucléaire. La demande au temps 0 de 3500 MWh correspond à un prix spot de 70 \$/MWh.

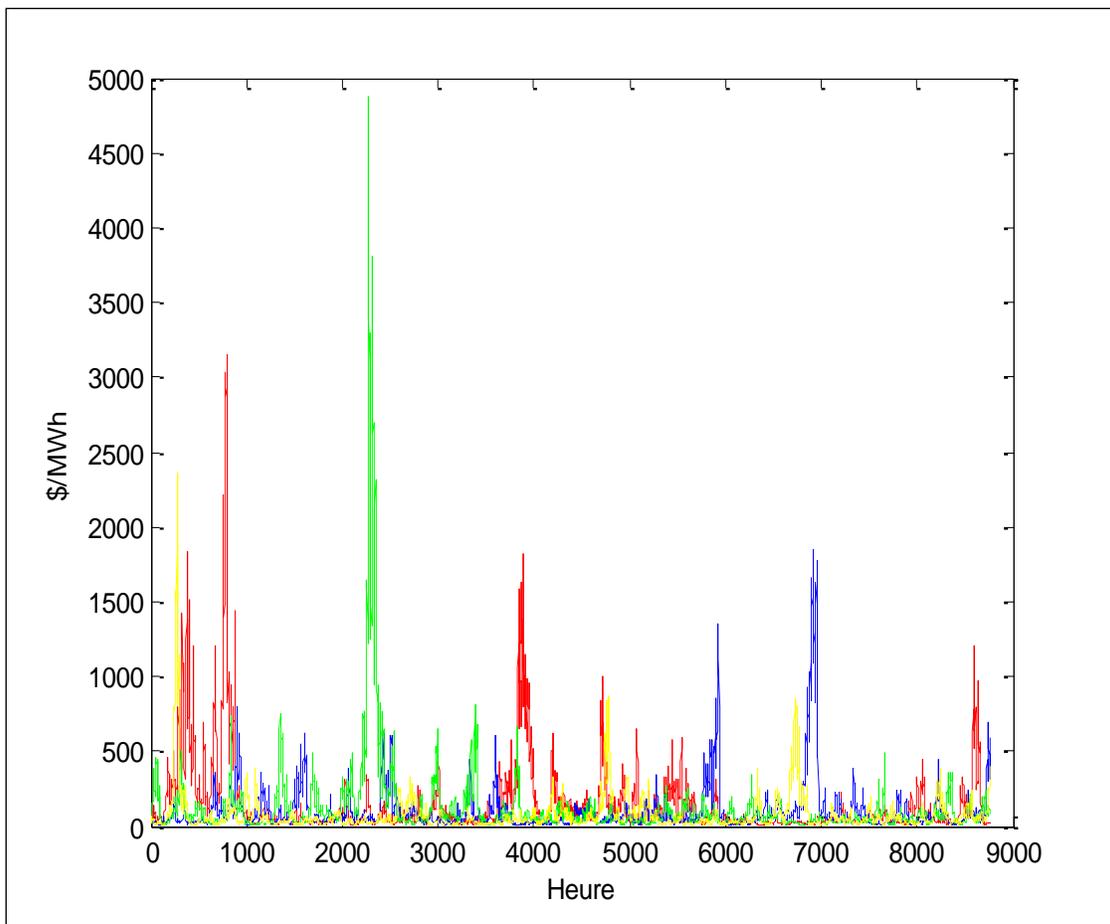
Paramètres	Valeur
$C_g$	85 \$
$C_n$	27 \$
$C_{tm}(YKS - SCT)$	5.5 \$
$C_{tm}(SCT - YKS)$	8 \$
$p_n$	17 300 MW
$P_0$	70 \$/MWh
$D_0$	3 500 MWh
<i>Paramètres étudiées</i>	
$\lambda$	[0.60, 0.80]
$\sigma_S^{YKS}$	[5, 21]\$ ou [0.08, 0.25]
$\sigma_D^{YKS}$	[0.08, 0.25]

TABLEAU 2. PARAMÈTRES UTILISÉS – CENTRALE THERMIQUE

La vélocité des prix spot,  $\lambda$  varie entre 0.60 à 0.80. La volatilité  $\sigma_S^{YKS}$  des prix spots étudiés varie entre 5 à 21\$, ce qui correspond à un pourcentage de 8 à 25%. La volatilité  $\sigma_D^{YKS}$  de demande varie entre 8 à 25%.

La figure 3 représente le mouvement du prix spot d'une année donnée obtenus pour quatre différentes simulations avec les mêmes paramètres. Le graphique montre que les sauts du prix ont lieu pendant la période de pointe (en automne et en hiver) quand il commence à faire froid. En général, le minimum et le maximum du prix sont de 2.4 \$ et 4 000\$ par MWh<sup>1</sup>. Le prix moyen est trouvé au tour de 108.5 \$/MWh.

<sup>1</sup> Prix par simulation sans avoir mis le critère de bornes inférieure et supérieure.



**FIGURE 3. PRIX SPOT POUR LES DIFFÉRENTES SIMULATIONS**

La figure 5 montre l'espérance du prix spot sur 5 000 simulations pour deux valeurs de volatilité  $\sigma_S^{YKS} = 15$  et  $\sigma_S^{YKS} = 20$ . Le minimum et maximum de l'espérance du prix sont de 4.89 \$/MWh et 1 431.4 \$/MWh, respectivement. Pour  $\sigma_S^{YKS} = 15$  (courbe rouge), le prix moyen est de 78 \$/MWh et pour  $\sigma_S^{YKS} = 20$  (courbe bleue), le prix moyen est de 102 \$/MWh. Le résultat de simulation montre que la demande horaire d'électricité dans le Yorkshire varie entre 1 500 MWh à 3 750 MWh. La demande moyenne est à peu près 3 400 MWh.

La figure 8 montre que la production par centrale à gaz augmente pendant la période de pointe, en automne et hiver (heure 0 à l'heure 5 600) et baisse pendant le printemps et l'été.

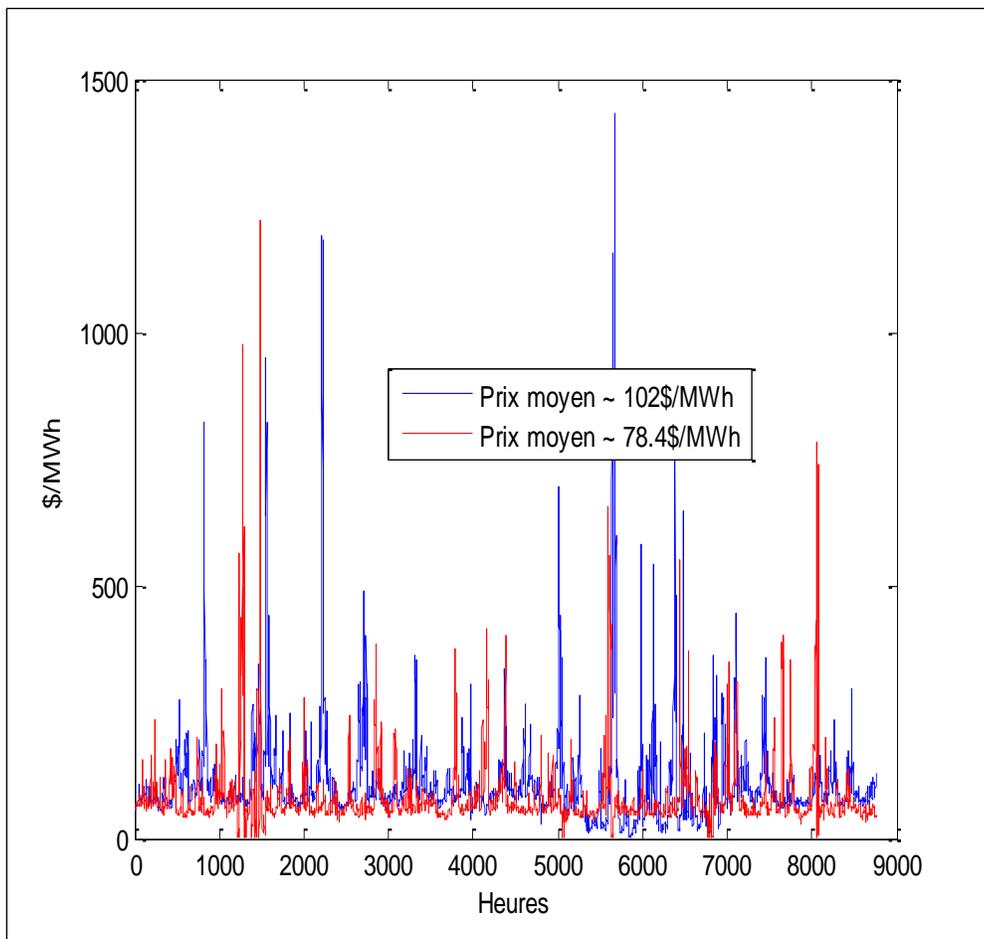
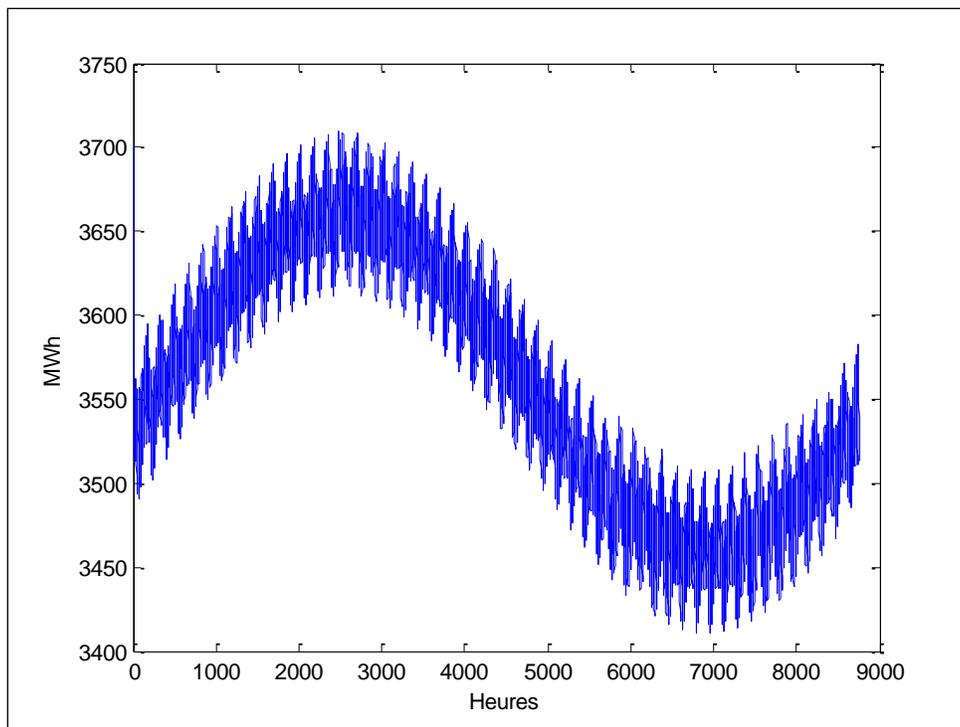
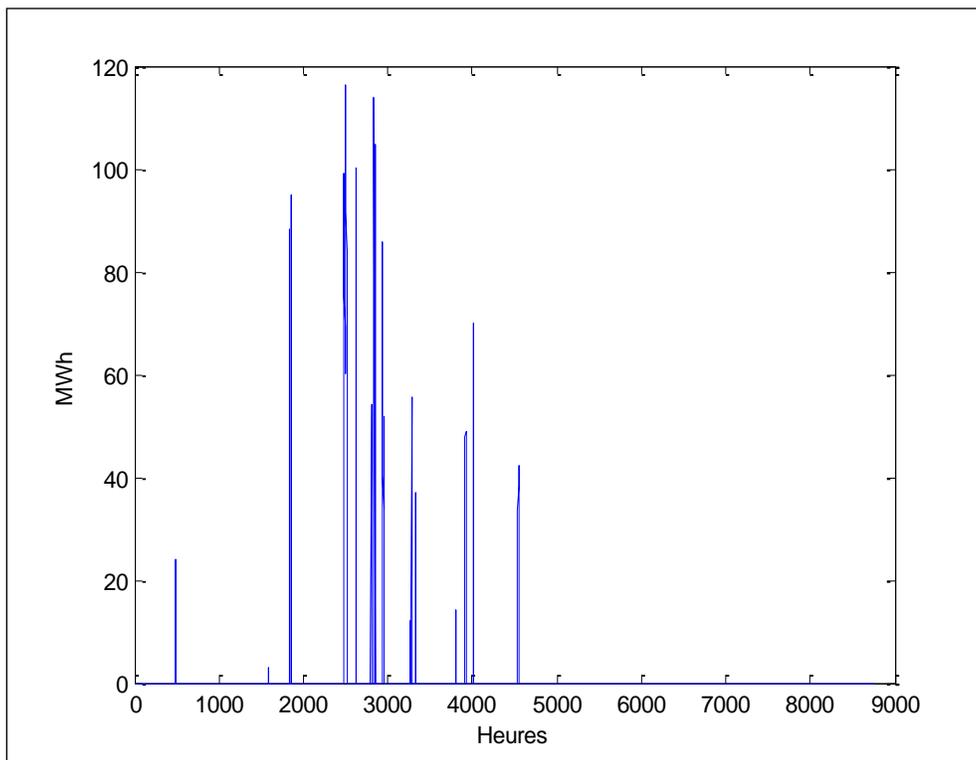


FIGURE 4. ESPÉRANCE DU PRIX SPOT POUR  $\sigma_s^{YKS} = 15$  ET  $\sigma_s^{YKS} = 20$



**FIGURE 5. DEMANDE D'ÉLECTRICITÉ DANS LE YORKSHIRE POUR UNE ANNÉE DONNÉE**



**FIGURE 6. PRODUCTION PAR LA CENTRALE À GAZ POUR UNE ANNÉE DONNÉE**

Nous illustrons dans les cas qui suivent différents résultats de simulation et des analyses de sensibilité.

Pour bien interpréter les résultats de simulation, nous devons nous rappeler que le prix spot, la demande et l'arrivée d'eau suivent des processus stochastiques et que leurs interactions sont assez complexes. Ainsi, l'effet d'un changement des paramètres sur l'espérance de profit est tributaire de plusieurs interactions entre des processus aléatoires. De plus, le processus de calibration impose un choix arbitraire entre les paramètres libres, dont les valeurs sont obtenues d'une source extérieure ou simplement des valeurs assignées sur une base de jugement subjectif, et les paramètres calibrés à partir de paramètres libres pour reproduire des données de référence. En conséquence, il existe un niveau d'incertitude associé avec la sélection de ces paramètres. L'estimation des paramètres à partir de données historiques sera discutée dans la section suivante.

### 7.1.1 - Cas unidirectionnel

Dans le cas YKS.U.1, les différentes valeurs de profit annuel estimé, la quantité d'électricité importée ainsi que la quantité de production par centrale à gaz sont obtenues quand certaines valeurs des paramètres changent. Nous fixons la capacité de production nucléaire à 17 300 MW, la capacité d'interconnexion à 1500 MW, la volatilité de demande d'électricité en Ecosse à  $\sigma_D^{SCT} = 0.10$ , la volatilité et la force de retour à la moyenne d'arrivée d'eau à  $\sigma_I = 0.10$  et  $\alpha = 0.65$ . Nous faisons varier  $\sigma_5^{YKS}$  et  $\lambda$  entre [5, 21] et [0.60, 0.80] respectivement.

Cas YKS.U.1 :  $\sigma_S^{YKS} \in [5, 21], \lambda \in [0.6, 0.8], p_n = 17300 \text{ MW}, \text{Cap} = 1500 \text{ MW}$

Espérance de profit, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_S^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
5	Profit total (M\$)	2 911.00	2 912.20	2 912.50	2 915.70	2 916.60
	Importation (TWh)	3.05	3.04	3.02	3.01	3.00
	Production à gaz (TWh)	1.61	1.61	1.62	1.63	1.64
10	Profit total (M\$)	2 928.50	2 928.80	2 934.00	2 933.20	2 936.20
	Importation (TWh)	2.89	2.87	2.87	2.85	2.83
	Production à gaz (TWh)	1.77	1.78	1.79	1.80	1.82
15	Profit total (M\$)	2 951.40	2 953.80	2 954.00	2 959.60	2 960.60
	Importation (TWh)	2.66	2.65	2.64	2.63	2.62
	Production à gaz (TWh)	2.00	2.01	2.02	2.04	2.05
18	Profit total (M\$)	2 971.80	2 973.90	2 974.90	2 978.20	2 977.30
	Importation (TWh)	2.52	2.51	2.50	2.50	2.48
	Production à gaz (TWh)	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19
21	Profit total (M\$)	2 991.80	2 993.10	2 992.80	2 994.90	2 992.20
	Importation (TWh)	2.39	2.38	2.38	2.37	2.35
	Production à gaz (TWh)	2.28	2.29	2.29	2.29	2.30

TABLEAU 3. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

Le tableau 3 représente l'espérance de profit annuel total, la quantité d'électricité importée ainsi que la production à gaz du Yorkshire pour les différents niveaux de volatilité et la vélocité du prix spot pour le cas unidirectionnel. La stratégie de décision est présentée dans l'algorithme 1. Pour les valeurs de paramètres utilisées (du tableau 2), l'espérance de profit annuel total, quand  $\sigma_S^{YKS} = 18$  et  $\lambda = 0.80$ , est égale à 2 977.30 million de dollars. Quant à l'importation et la production à gaz, elles sont égales à 2.48 TWh (le Yorkshire n'exporte pas en Ecosse pour le cas unidirectionnel) et 2.19 TWh respectivement.

Notre résultat montre que l'espérance de profit annuel et de la production à gaz du Yorkshire augmentent en général quand la vélocité du prix spot et la volatilité du prix augmentent. La quantité d'électricité importée diminue quand la vélocité et la volatilité du prix spot augmentent. D'une part, une plus grande force de retour à la moyenne du prix génère des effets asymétriques sur l'espérance de profit annuel : si le prix est élevé, le Yorkshire ne peut seulement produire à pleine capacité et importer le surplus du marché écossais. Si le prix est faible, l'entreprise gagne au fait que le prix retourne rapidement à son niveau moyen. Par conséquent, l'espérance de profit est généralement augmentée. D'autre part, une plus grande volatilité du prix veut dire que les prix touchent le niveau minimal et maximal plus souvent. Si les prix sont élevés, la demande est également élevée. L'électricité en surplus est moindre, et cela signifie que l'on importe moins du marché écossais. Si la demande est plus grande que la production, le Yorkshire importe le surplus du marché écossais en évitant le coût élevé pour démarrer la centrale à gaz. Au

contraire si les prix sont faibles, le Yorkshire vend une moitié du surplus au marché externe. Par conséquent, l'espérance de profit tend à augmenter.<sup>2</sup>

Considérons maintenant le cas YKS.U.2 où la volatilité de la demande d'électricité en Ecosse est fixée à  $\sigma_D^{SCT} = 0.10$ , la volatilité et la vélocité du prix spot sont fixées à  $\sigma_S^{YKS} = 5$  et  $\lambda = 0.65$ . Nous faisons varier la force de retour à la moyenne et la volatilité de l'arrivée d'eau avec  $\sigma_I = [0.10, 0.25]$  et  $\alpha = [0.60, 0.80]$  respectivement.

**Cas YKS.U.2 :**  $\sigma_I = [0.10, 0.25], \alpha = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_I$ ↓	$\alpha \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
	0.10	Profit total (M\$)	2 914.80	2 913.10	2 913.20	2 911.30
Importation (TWh)		3.01	3.01	3.01	3.01	3.02
Production à gaz (TWh)		1.62	1.62	1.61	1.62	1.61
0.15	Profit total (M\$)	2 914.30	2 912.90	2 910.90	2 913.40	2 913.20
	Importation (TWh)	3.03	3.03	3.03	3.04	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.62	1.61	1.61	1.62	1.62
0.20	Profit total (M\$)	2 912.40	2 914.30	2 914.20	2 912.90	2 912.10
	Importation (TWh)	3.02	3.03	3.02	3.03	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.61	1.62	1.61	1.62	1.61
0.25	Profit total (M\$)	2 913.80	2 913.70	2 912.20	2 911.50	2 911.50
	Importation (TWh)	3.01	3.02	3.02	3.02	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.62	1.62	1.62	1.61	1.62

**TABLEAU 4. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Avec  $\sigma_S^{YKS}$ ,  $\sigma_D^{SCT}$  et  $\lambda$  fixées, le Tableau 4 montre que pour  $\sigma_I = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel du Yorkshire est égale à 2 912.10 millions de dollars. L'espérance de l'importation est de 3.03 TWh. La production à gaz est égale à 1.61 TWh. Nos résultats montrent que l'espérance de profit, de l'importation et de production à gaz demeurent assez stables pour les paramètres étudiés.

<sup>2</sup> Quelques « aberrations » apparaissent à cause du faible nombre de simulations (5000).

Cas YKS.U.3 :  $\sigma_D^{YKS} = [0.08, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25], \lambda = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_D^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.08	Profit total (M\$)	2 811.60	2 809.10	2 811.50	2 810.40	2 811.20
	Importation (TWh)	1.81	1.80	1.80	1.80	1.81
	Production à gaz (TWh)	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
0.10	Profit total (M\$)	2 789.90	2 788.90	2 791.30	2 788.10	2 788.70
	Importation (TWh)	2.10	2.09	2.10	2.09	2.09
	Production à gaz (TWh)	0.75	0.75	0.76	0.75	0.75
0.15	Profit total (M\$)	2 752.20	2 752.80	2 753.90	2 751.80	2 752.60
	Importation (TWh)	2.38	2.39	2.40	2.39	2.39
	Production à gaz (TWh)	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18
0.20	Profit total (M\$)	2 767.10	2 768.50	2 765.20	2 766.00	2 767.80
	Importation (TWh)	2.37	2.37	2.36	2.37	2.37
	Production à gaz (TWh)	3.94	3.95	3.93	3.94	3.94
0.25	Profit total (M\$)	2 850.90	2 850.40	2 847.70	2 847.10	2 844.80
	Exportation (TWh)	2.22	2.21	2.21	2.21	2.22
	Production à gaz (TWh)	5.83	5.83	5.82	5.82	5.82

TABLEAU 5. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

Pour  $\sigma_D^{YKS} = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel est égale à 2 767.80 millions de dollars. L'espérance d'importation du Yorkshire est de 2.37 TWh et de production à gaz est de à 3.94 TWh.

**Cas YKS.U.4 :**  $\sigma_D^{SCT} = [0.08, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25]$

Espérance de profit, d'exportation et de production à gaz du Yorkshire					
$\sigma_D^{SCT} \rightarrow$	0.08	0.10	0.15	0.20	0.25
Profit total (M\$)	2 918.1	2 906.3	2 886.4	2 904.8	2 977
Importation (TWh)	3.04	3.02	2.89	2.70	2.46
Production à gaz(TWh)	1.42	1.89	3.33	5.02	6.79

**TABLEAU 6. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Pour  $\sigma_D^{SCT} = 0.20$ , l'espérance de profit annuel est égale à 2 904.8 millions de dollars. L'importation est environ 2.70 TWh et la production à gaz est environ 5.02 TWh.

### 7.1.2 - Cas bidirectionnel

Dans le modèle bidirectionnel, la capacité de production nucléaire et la capacité d'interconnexion sont toujours à 17 300 MW et à 1500 MW. La volatilité de demande d'électricité en Ecosse est fixée à  $\sigma_D^{SCT} = 0.10$ , la volatilité et la force de retour à la moyenne d'arrivée d'eau à  $\sigma_1 = 0.10$  et  $\alpha = 0.65$ . Comme dans le cas précédent, nous faisons varier  $\sigma_S^{YKS}$  et  $\lambda$  entre  $[5, 21]$  et  $[0.60, 0.80]$  respectivement.

**Cas YKS.B.1** :  $\sigma_S^{YKS} \in [5,21], \lambda \in [0.60, 0.80], p_n = 17300 \text{ MW}, \text{Cap} = 1500 \text{ MW}$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_S^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
5	Profit total (M\$)	2 928.50	2 929.60	2 930.10	2 933.50	2 934.40
	Exportation (TWh)	1.28	1.27	1.28	1.29	1.30
	Importation (TWh)	3.05	3.04	3.02	3.01	3.00
	Production à gaz (TWh)	1.61	1.61	1.62	1.63	1.64
10	Profit total (M\$)	2 947.30	2 947.90	2 953.10	2 952.40	2 955.60
	Exportation (TWh)	1.36	1.37	1.38	1.39	1.40
	Importation (TWh)	2.89	2.87	2.87	2.85	2.83
	Production à gaz (TWh)	1.77	1.78	1.79	1.80	1.82
15	Profit total (M\$)	2 972.50	2 975.00	2 975.30	2 981.00	2 982.10
	Exportation (TWh)	1.53	1.53	1.54	1.55	1.56
	Importation (TWh)	2.66	2.65	2.64	2.63	2.62
	Production à gaz (TWh)	2.00	2.01	2.02	2.04	2.05
18	Profit total (M\$)	2 994.60	2 996.60	2 997.90	3 001.20	3 000.50
	Exportation (TWh)	1.66	1.66	1.67	1.68	1.69
	Importation (TWh)	2.52	2.51	2.50	2.50	2.48
	Production à gaz (TWh)	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19
21	Profit total (M\$)	3 015.60	3 017.10	3 016.80	3 019.10	3 016.50
	Exportation (TWh)	1.77	1.78	1.78	1.80	1.81
	Importation (TWh)	2.39	2.38	2.38	2.37	2.35
	Production à gaz (TWh)	2.28	2.28	2.29	2.29	2.30

**TABLEAU 7. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Le tableau 7 représente l'espérance de profit annuel total, la quantité d'électricité exportée, importée ainsi que la production à gaz du Yorkshire pour les différents niveaux de volatilité et la vélocité du prix spot pour le cas bidirectionnel. La stratégie de décision est présentée dans l'algorithme 3. Pour les valeurs de paramètres utilisées (du tableau 2), l'espérance de profit annuel total, quand  $\sigma_S^{YKS} = 18$  et  $\lambda = 0.80$ , est égale à 3 000.50 millions de dollars. Le Yorkshire exporte à peu près 1.69 TWh et importe à peu près 2.48 TWh par année. La production annuelle totale à gaz est de 2.19 TWh en moyenne. Le tableau du résultat montre que l'espérance de profit annuel, d'exportation, d'importation et de production à gaz augmentent quand la volatilité et la vélocité de prix augmentent. Au contraire, l'espérance de l'importation diminue quand la volatilité et la vélocité du prix augmentent. La même explication du cas YKS.U.1 s'explique.

Cas YKS.B.2 :  $\sigma_I = [0.10, 0.25]$ ,  $\alpha = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_I$ ↓	$\alpha \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.10	Profit total (M\$)	2 932.50	2 930.80	2 930.90	2 929.00	2 931.60
	Exportation (TWh)	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29
	Importation (TWh)	3.01	3.01	3.01	3.01	3.02
	Production à gaz (TWh)	1.62	1.62	1.61	1.62	1.61
0.15	Profit total (M\$)	2 931.90	2 930.50	2 928.50	2 931.00	2 930.70
	Exportation (TWh)	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28
	Importation (TWh)	3.03	3.03	3.03	3.04	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.62	1.61	1.61	1.62	1.62
0.20	Profit total (M\$)	2 930.10	2 931.90	2 931.80	2 930.50	2 929.60
	Exportation (TWh)	1.29	1.28	1.28	1.28	1.28
	Importation (TWh)	3.02	3.03	3.02	3.03	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.61	1.62	1.61	1.62	1.61
0.25	Profit total (M\$)	2 931.50	2 931.40	2 929.80	2 929.10	2 929.10
	Exportation (TWh)	1.29	1.29	1.28	1.29	1.29
	Importation (TWh)	3.02	3.02	3.02	3.02	3.03
	Production à gaz (TWh)	1.62	1.62	1.62	1.61	1.61

TABLEAU 8. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

Avec  $\sigma_S^{YKS}$ ,  $\sigma_D^{SCT}$  et  $\lambda$  fixées, le Tableau 8 montre que pour  $\sigma_I = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit est égale à 2 929.60 millions de dollars. Le Yorkshire exporte 1.28 TWh en Ecosse et importe 3.03 TWh. Elle produit par central à gaz 1.61 TWh. Nos résultats montrent que l'espérance de profit et de production à gaz demeurent assez stables pour les paramètres étudiés.

**Cas YKS.B.3** :  $\sigma_D^{YKS} = [0.08, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25], \lambda = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production à gaz du Yorkshire						
$\sigma_D^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
	0.08	Profit total (M\$)	2 829.00	2 826.40	2 828.70	2 827.70
Exportation (TWh)		1.27	1.27	1.26	1.26	1.26
Importation (TWh)		1.81	1.80	1.80	1.80	1.81
Production à gaz (TWh)		0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
0.10	Profit total (M\$)	2 807.60	2 806.70	2 809.10	2 806.00	2 806.60
	Exportation (TWh)	1.29	1.30	1.29	1.30	1.30
	Importation (TWh)	2.10	2.09	2.10	2.09	2.10
	Production à gaz (TWh)	0.75	0.75	0.76	0.75	0.75
0.15	Profit total (M\$)	2 772.80	2 773.40	2 774.40	2 772.50	2 773.30
	Exportation (TWh)	1.49	1.48	1.48	1.48	1.49
	Importation (TWh)	2.39	2.39	2.40	2.39	2.39
	Production à gaz (TWh)	2.17	2.17	2.17	2.17	2.18
0.20	Profit total (M\$)	2 790.70	2 792.20	2 788.90	2 789.70	2 791.60
	Exportation (TWh)	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74
	Importation (TWh)	2.37	2.37	2.36	2.37	2.37
	Production à gaz (TWh)	3.94	3.95	3.93	3.94	3.94
0.25	Profit total (M\$)	2 876.70	2 876.20	2 873.50	2 873.00	2 870.60
	Exportation (TWh)	1.96	1.97	1.97	1.97	1.96
	Importation (TWh)	2.22	2.21	2.21	2.21	2.22
	Production à gaz (TWh)	5.83	5.83	5.82	5.82	5.82

**TABLEAU 9. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Pour  $\sigma_D^{YKS} = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel est égale à 2 791.60 millions de dollars. Le Yorkshire exporte en Ecosse en moyenne 1.74 TWh par année et importe en moyenne 2.37 TWh par année. Elle produit par centrale à gaz en moyenne 3.94 TWh par année.

**Cas YKS.B.4** :  $\sigma_D^{SCT} = [0.08, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25]$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production à gaz du Yorkshire					
$\sigma_D^{SCT} \rightarrow$	0.08	0.10	0.15	0.20	0.25
Profit total (M\$)	2 935.5	2 924.1	2 906.6	2 927.8	3 002.1
Exportation (TWh)	1.27	1.29	1.45	1.68	1.89
Importation (TWh)	3.04	3.02	2.8974	2.6977	2.4662
Production (TWh)	1.42	1.88	3.32	5.02	6.79

**TABLEAU 10. ESPERANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION À GAZ DU YORKSHIRE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Pour  $\sigma_D^{SCT} = 0.20$ , l'espérance de profit annuel est égale à 2 927.8 millions de dollars. Le Yorkshire exporte vers l'Ecosse 1.68 TWh et importe 2.47 TWh par année. Elle produit par centrale à gaz 5.02 TWh.

## 7.2 - Centrales à réservoir – Ecosse

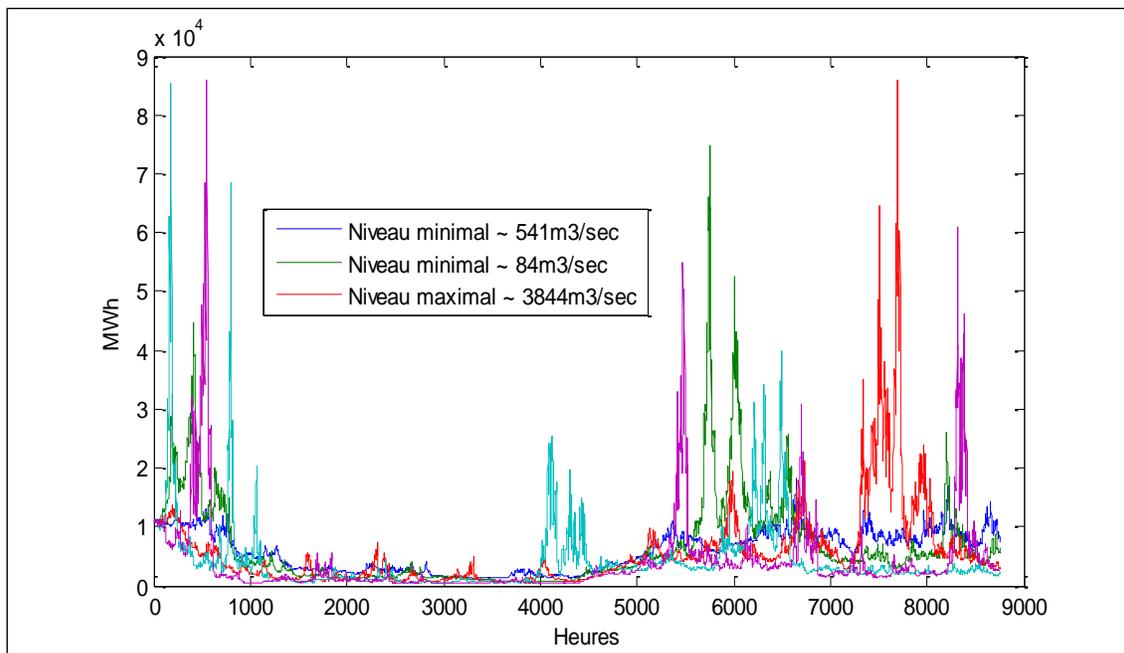
Le grand défi est de déterminer le prix critique afin de décider si nous devons produire l'électricité ou non. Pour simplifier, nous supposons que la décision de production est un ensemble d'options américaines (put) et nous utilisons des méthodes quadratiques proposées par BARONE-ADESI AND WHALEY (1987) pour approximer les prix d'exercice de ces options. Dans leurs méthodes, le prix critique est calculé en fonction de taux d'escompte, le coût de retenir l'option (nous le supposons zéro), la volatilité du prix spot, le prix d'exercice et le temps d'exercice. Nous supposons que le taux d'intérêt est de 8% par année et le prix d'exercice (coût de production) est fixé à 27 \$/MWh. Puisque la volatilité du prix spot varie entre 8 à 25% (soit [5, 21] \$), nous avons trouvé que les prix critiques varient entre 32 \$ à 43 \$ respectivement, c.-à-d. nous produisons l'électricité si le prix spot au temps  $t$  est plus grand que 32 \$ pour  $\sigma_S^{YKS} = 0.08$ .

La taille du réservoir ainsi que la capacité de la turbine sont choisies sur la base de valeurs réalistes d'une centrale à réservoir. La valeur des paramètres est présentée dans le Tableau 11.

Paramètres	Valeur	Paramètres	Valeur
$\gamma$	1	$P$	14 000 MWh
$I_o$	400*3600	$p_{max}$	10 000 MWh
$\varphi_t$	[1, 9, 6, 1.2]	$v_{max}$	72M MWh ~ 13866 Mm <sup>3</sup>
$\mu^y$	2	$V_o$	68M MWh ~ 11093 Mm <sup>3</sup>
$x$	0.91	$C_{tm}$	8 \$/MWh
$c_i$	[90.78, 193.66, 32.42, 693.16, 1700]	$O_{max}$	0.011M MWh
$v_i$	[1.233, 0.9785, 0.95, 1.5723]	$O_{min}$	0.0016M MWh
<b>Prix</b>	40 \$/MWh	$C_{st}$	27 \$/MWh
<i>Cap1 / Cap2</i>	1500 MW / 0 MW	$p_n$	17 300 MW
<i>Paramètres étudiées</i>			
$\alpha$	[0.60, 0,80]	$\lambda$	[0.60, 0,80]
$\sigma_I$	[0.10, 0.25]	$\sigma_S^{YKS}$	[5, 21]

TABLEAU 11. PARAMÈTRES UTILISÉS – CENTRALE À RÉSERVOIR

La figure 9 illustre le mouvement d'arrivée d'eau d'une rivière pour une année donnée. Le graphique montre clairement qu'il y a moins d'eau qui arrive à la rivière en automne et presque pas d'eau en hiver. Au printemps, quand il commence à faire chaud, la neige fond, la pluie tombe, la rivière est inondée. Le niveau moyen d'arrivée d'eau est de 514 m<sup>3</sup>/s. Les niveaux minimal et maximal d'arrivée d'eau sont de 82 m<sup>3</sup>/s en hiver et 3 855 m<sup>3</sup>/s en été. Ce phénomène explique le niveau d'eau dans le réservoir.



**FIGURE 7. ARRIVÉE D'EAU POUR UNE ANNÉE DONNÉE (BASE HORAIRE)**

Le volume maximal du réservoir est de 13 866 Mm<sup>3</sup> (soit 7 19M MWh) et le niveau minimal est de 11 093 Mm<sup>3</sup> (soit 215 Million MWh ~ 30% du niveau maximal). Figure 8 montre que la production majeure est faite vers la fin de décembre (autour de 1 440<sup>ième</sup> heure), où le niveau d'eau dans le réservoir commence à baisser et il continue à baisser jusqu'à la mi-mars (autour de 4 680<sup>ième</sup> heure). Le niveau d'eau commence à augmenter de nouveau vers la fin de mois d'août lorsqu'il y a beaucoup de pluie en été et il baisse de nouveau à partir de mois de septembre (7 200<sup>ième</sup> heure).

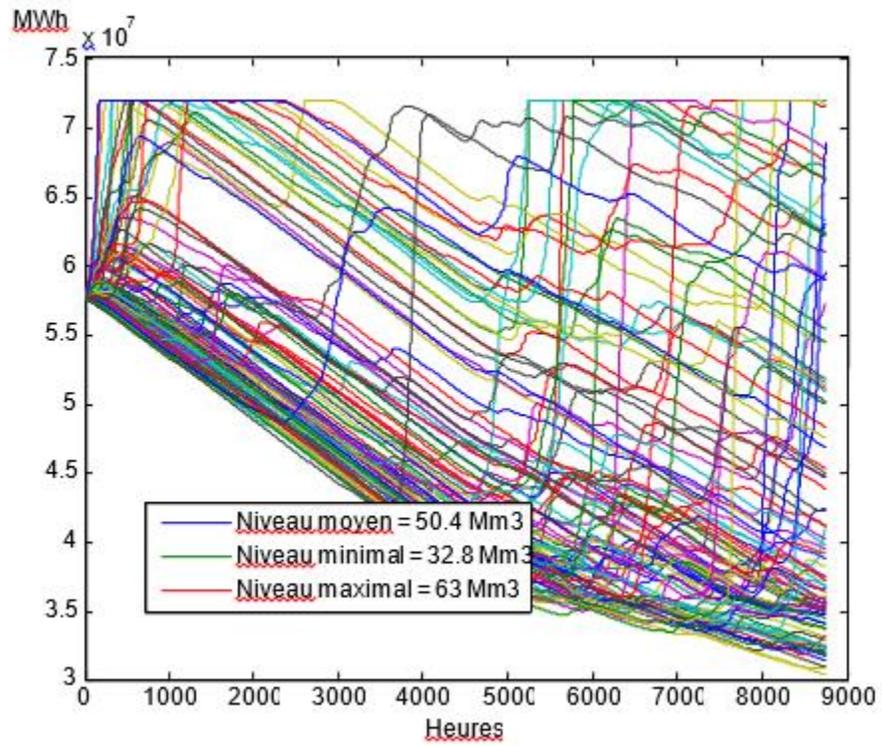


FIGURE 8. VOLUME D'EAU DANS LE RÉSERVOIR POUR UNE ANNÉE DONNÉE

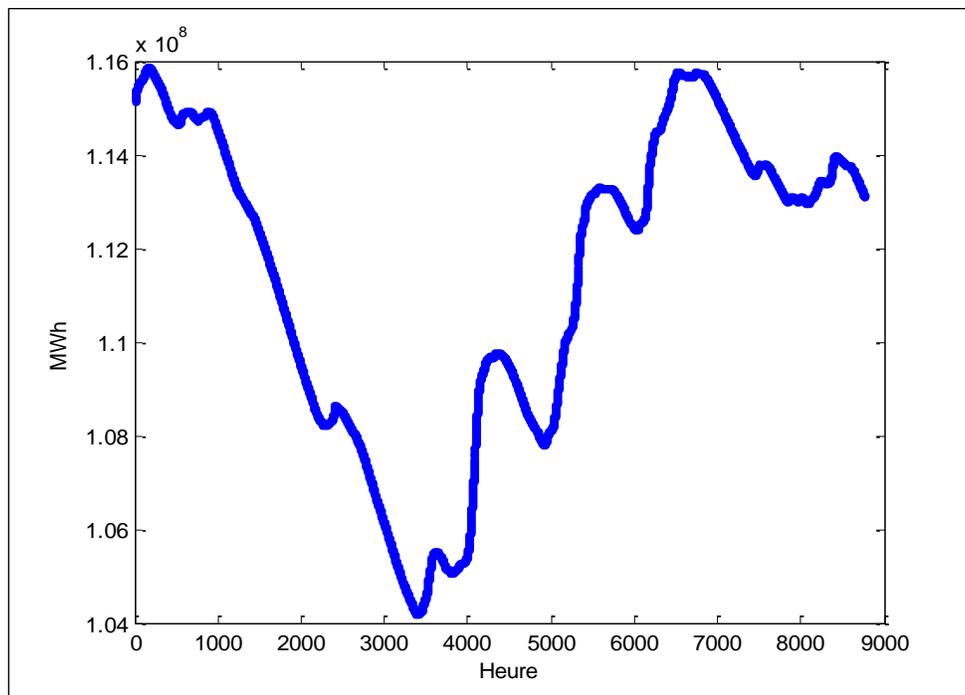


FIGURE 9. ESPÉRANCE DE VOLUME D'EAU DANS LE RÉSERVOIR POUR UNE ANNÉE DONNÉE

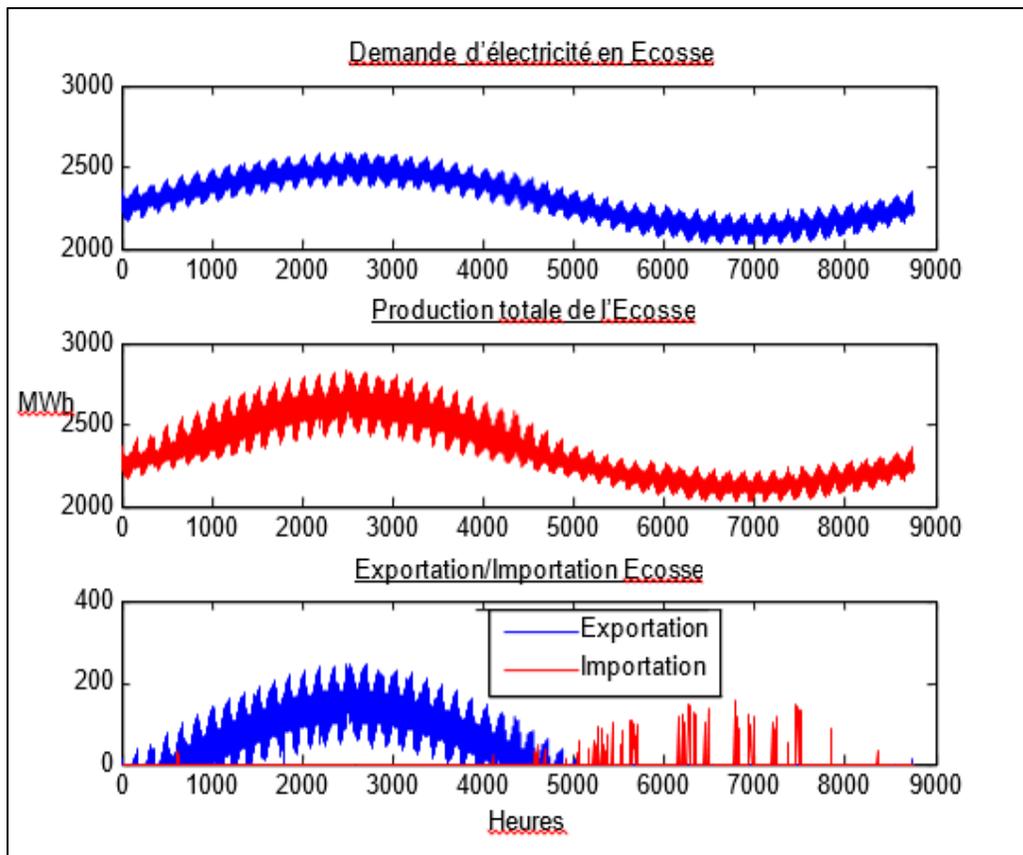


FIGURE 10. ESPÉRANCE DE PRODUCTION TOTALE, DEMANDE EN ECOSSE ET EXPORTATION

La figure 12 montre la demande d'électricité, la production totale ainsi que l'exportation et l'importation de l'Ecosse. La production totale augmente en automne et en hiver à cause de la demande plus grande dans le Yorkshire. Au printemps et à l'été, le taux d'exportation est presque nul et la production diminuée également puisque nous importons l'électricité.

### 7.2.1 - Cas unidirectionnel

Nous illustrons au cas SCT.U.1 la sensibilité de l'espérance de profit annuel à la variation de la volatilité et de la vélocité (force de retour à la moyenne) du prix spot. En utilisant les paramètres du Tableau 11, nous fixons la volatilité et la force de retour à la moyenne de l'arrivée d'eau  $\sigma_l$  et  $\alpha$  à 8% et 25% respectivement, la volatilité de demande d'électricité en Ecosse,  $\sigma_S^{YKS} = 0.10$  et nous faisons varier la volatilité et la vélocité du prix spot  $\sigma_S^{YKS}$  et  $\lambda$  entre [5, 21] et [0.60, 0.80].

Cas SCT.U.1 :  $\sigma_S^{YKS} \in [5, 21], \lambda \in [0.60, 0.80]$

Espérance de profit annuel, d'exportation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_S^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
5	Profit total (M\$)	2 445.20	2 445.00	2 445.00	2 444.90	2 444.40
	Exportation (TWh)	3.05	3.04	3.02	3.01	3.00
	Production totale (TWh)	183.89	183.89	183.87	183.87	183.84
10	Profit total (M\$)	2 442.10	2 442.00	2 441.60	2 441.40	2 440.70
	Exportation (TWh)	2.89	2.87	2.87	2.85	2.83
	Production totale (TWh)	183.74	183.72	183.71	183.71	183.69
15	Profit total (M\$)	2 434.50	2 434.20	2 434.00	2 433.60	2 432.80
	Exportation (TWh)	2.66	2.65	2.64	2.63	2.62
	Production totale (TWh)	183.52	183.50	183.49	183.48	183.47
18	Profit total (M\$)	2 429.00	2 429.00	2 428.80	2 428.40	2 427.80
	Exportation (TWh)	2.52	2.51	2.50	2.50	2.48
	Production totale (TWh)	183.37	183.37	183.35	183.34	183.33
21	Profit total (M\$)	2 423.60	2 423.70	2 423.60	2 423.80	2 423.20
	Exportation (TWh)	2.39	2.38	2.38	2.37	2.35
	Production totale (TWh)	183.24	183.23	183.23	183.23	183.21

TABLEAU 12. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

Pour  $\sigma_S^{YKS} = 18, \lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel de Northwater Power est égale à 2 427.80 millions de dollars. Northwater Power exporte vers le Yorkshire en moyenne 2.48 TWh par année. La production totale est en moyenne de 183.33 TWh. Le résultat du Tableau 12 montre que l'espérance du profit pour la centrale à réservoir est assez stable pour chaque paramètre étudié. Cela est dû au fait que la production majeure est faite pour satisfaire la demande locale et est très peu exportée. Le résultat montre que le niveau d'exportation est à peu près 8% de la production totale (voir Figure 12). Puisque le prix vendu en Ecosse est fixe et la demande ne varie pas beaucoup, alors nous ne pouvons pas profiter de la flexibilité du prix spot ce qui implique une espérance de profit assez stable.

Cas SCT.U.2 :  $\sigma_I = [0.10, 0.25], \alpha = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit annuel, d'exportation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_I$ ↓	$\alpha \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.10	Profit total (M\$)	2 445.40	2 445.50	2 445.10	2 445.30	2 445.20
	Exportation (TWh)	3.01	3.01	3.01	3.01	3.02
	Production totale (TWh)	183.86	183.88	183.85	183.87	183.86
0.15	Profit total (M\$)	2 445.30	2 445.10	2 445.00	2 445.00	2 445.10
	Exportation (TWh)	3.03	3.03	3.03	3.04	3.03
	Production totale (TWh)	183.89	183.88	183.88	183.88	183.88
0.20	Profit total (M\$)	2 445.10	2 445.10	2 445.10	2 445.20	2 445.10
	Exportation (TWh)	3.02	3.03	3.02	3.03	3.03
	Production totale (TWh)	183.86	183.88	183.87	183.89	183.88
0.25	Profit total (M\$)	2 445.10	2 445.10	2 445.10	2 444.90	2 445.30
	Exportation (TWh)	3.01	3.02	3.02	3.02	3.03
	Production totale (TWh)	183.87	183.87	183.88	183.87	183.89

TABLEAU 13. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

Pour  $\sigma_I = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel de Northwater Power est égale à 2 445.10 millions de dollars. L'exportation vers le Yorkshire est en moyenne de 3.03 TWh par année et la production totale de l'Ecosse est environ de 183.88 TWh par année.

Cas SCT.U.3 :  $\lambda = [0.60, 0.80]$ ,  $\sigma_D^{YKS} = [0.08, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25]$

Esperance de profit annuel, d'exportation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_D^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.08	Profit total (M\$)	2 408.10	2 407.60	2 407.70	2 407.80	2 407.90
	Exportation (TWh)	1.81	1.80	1.80	1.80	1.81
	Production totale (TWh)	182.66	182.65	182.64	182.65	182.66
0.10	Profit total (M\$)	2 419.30	2 419.50	2 419.30	2 419.30	2 419.30
	Exportation (TWh)	2.10	2.09	2.10	2.09	2.09
	Production totale (TWh)	182.95	182.96	182.95	182.94	182.95
0.15	Profit total (M\$)	2 431.70	2 431.40	2 431.70	2 431.80	2 431.70
	Exportation (TWh)	2.38	2.39	2.40	2.39	2.39
	Production totale (TWh)	183.23	183.22	183.25	183.25	183.24
0.20	Profit total (M\$)	2 431.20	2 431.40	2 431.20	2 431.10	2 431.40
	Exportation (TWh)	2.37	2.37	2.36	2.37	2.37
	Production totale (TWh)	183.23	183.23	183.22	183.23	183.23
0.25	Profit total (M\$)	2 425.80	2 425.60	2 425.60	2 425.60	2 425.40
	Exportation (TWh)	2.22	2.21	2.21	2.21	2.22
	Production totale (TWh)	183.09	183.06	183.07	183.06	183.07

TABLEAU 14. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

L'espérance de profit annuel quand  $\sigma_D^{YKS} = 0.20$  et  $\lambda = 0.20$  est de 2 431.40 millions de dollars. L'exportation est environ 2.37 TWh et la production totale est environ 183.23 TWh.

**Cas SCT.U.4 :**  $\sigma_D^{SCT} = [0.08, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25]$

Espérance de profit annuel, d'exportation et de production totale de l'Ecosse					
$\sigma_D^{SCT} \rightarrow$	0.08	0.10	0.15	0.20	0.25
Profit total (M\$)	2 444.1	2 445.9	2 446.1	2 440.8	2 432.8
Exportation (TWh)	3.04	3.02	2.89	2.69	2.46
Production totale (TWh)	183.88	183.87	183.75	183.55	183.31

**TABLEAU 15. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS UNIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

L'espérance de profit annuel quand  $\sigma_D^{SCT} = 0.20$  est de 2 440.8 millions de dollars. L'espérance d'exportation est de 2.70 TWh et de production totale est égale à 183.31 TWh.

Nous avons remarqué que l'effet du changement des paramètres sur l'espérance de profit reste très complexe mais les résultats de chaque cas sont compatibles et comparables. Ils sont obtenus à partir des simulations des mêmes histoires stochastiques pour le cas du Yorkshire et le cas écossais.

## 7.2.2 - Cas bidirectionnel

**Cas SCT.B.1** :  $\sigma_S^{YKS} \in [5, 21], \lambda \in [0.6, 0.8], p_n = 17300 \text{ MW}, \text{Cap} = 1500 \text{ MW}$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_S^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
5	Profit total (M\$)	2 455.10	2 454.90	2 455.00	2 454.90	2 454.50
	Exportation (TWh)	3.05	3.04	3.02	3.01	3.00
	Importation (TWh)	1.28	1.27	1.28	1.29	1.30
	Production totale (TWh)	182.62	182.61	182.59	182.58	182.55
10	Profit total (M\$)	2 452.40	2 452.50	2 452.10	2 451.90	2 451.40
	Exportation (TWh)	2.89	2.87	2.87	2.85	2.83
	Importation (TWh)	1.36	1.37	1.38	1.39	1.40
	Production totale (TWh)	182.38	182.35	182.33	182.33	182.29
15	Profit total (M\$)	2 446.20	2 445.90	2 445.80	2 445.40	2 444.80
	Exportation (TWh)	2.66	2.65	2.64	2.63	2.62
	Importation (TWh)	1.53	1.53	1.54	1.55	1.56
	Production totale (TWh)	181.99	181.97	181.95	181.93	181.91
18	Profit total (M\$)	2 441.80	2 441.80	2 441.80	2 441.40	2 441.00
	Exportation (TWh)	2.52	2.51	2.50	2.50	2.48
	Importation (TWh)	1.66	1.66	1.67	1.68	1.69
	Production totale (TWh)	181.72	181.71	181.68	181.67	181.64
21	Profit total (M\$)	2 437.80	2 438.00	2 438.00	2 438.30	2 437.90
	Exportation (TWh)	2.39	2.38	2.38	2.37	2.35
	Importation (TWh)	1.77	1.78	1.78	1.80	1.81
	Production totale (TWh)	181.47	181.45	181.44	181.43	181.40

**TABLEAU 16. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

Dans ce cas bidirectionnel, pour  $\sigma_D^{YKS} = 18, \lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel est égale à 2 441 millions de dollars. L'espérance d'exportation est de 2.48 TWh et d'importation est de 1.69 TWh. La production totale est de 181.64 TWh par année. Le résultat montre que l'espérance de profit annuel pour la centrale à réservoir a tendance d'augmenter lorsque la force de retour à la moyenne du processus de prix spot augmente mais elle diminue lorsque la volatilité du prix augmente. L'explication est la même que dans le cas YKS.U.1.

**Cas SCT.B.2 :**  $\sigma_I = [0.10, 0.25], \alpha = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_I$ ↓	$\alpha \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.10	Profit total (M\$)	2 455.40	2 455.50	2 455.20	2 455.30	2 455.20
	Exportation (TWh)	3.01	3.01	3.01	3.01	3.02
	Importation (TWh)	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29
	Production totale (TWh)	182.57	182.58	182.56	182.58	182.57
0.15	Profit total (M\$)	2 455.20	2 455.00	2 455.00	2 454.90	2 455.00
	Exportation (TWh)	3.03	3.03	3.03	3.04	3.03
	Importation (TWh)	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28
	Production totale (TWh)	182.61	182.60	182.60	182.60	182.60
0.20	Profit total (M\$)	2 455.10	2 455.10	2 455.10	2 455.20	2 455.10
	Exportation (TWh)	3.02	3.03	3.02	3.03	3.03
	Importation (TWh)	1.29	1.28	1.28	1.28	1.28
	Production totale (TWh)	182.57	182.59	182.59	182.61	182.60
0.25	Profit total (M\$)	2 455.20	2 455.20	2 455.20	2 455.00	2 455.30
	Exportation (TWh)	3.02	3.02	3.02	3.02	3.03
	Importation (TWh)	1.29	1.29	1.28	1.29	1.29
	Production totale (TWh)	182.58	182.58	182.60	182.58	182.61

**TABLEAU 17. ESPÉRANCE DE PROFIT ANNUEL, D'EXPORTATION, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAS)**

Pour  $\sigma_I = 0.20$  et  $\lambda = 0.80$ , l'espérance de profit annuel de Northwater Power est égale à 2 455.10 millions de dollars. L'exportation vers le Yorkshire est en moyenne de 3.03 TWh par année et l'importation est en moyenne de 1.28TWh. La production totale de l'Ecosse est environ 182.60 TWh par année.

Cas SCT.B.3 :  $\sigma_D^{YKS} = [0.08, 0.25]$ ,  $\lambda = [0.60, 0.80]$

Espérance de profit, d'exportation, d'importation et de production totale de l'Ecosse						
$\sigma_D^{YKS}$ ↓	$\lambda \rightarrow$	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0.08	Profit total (M\$)	2 418.00	2 417.50	2 417.60	2 417.60	2 417.70
	Exportation (TWh)	1.81	1.80	1.80	1.80	1.81
	Importation (TWh)	1.27	1.27	1.26	1.26	1.26
	Production totale (TWh)	181.40	181.38	181.38	181.39	181.39
0.10	Profit total (M\$)	2 429.20	2 429.50	2 429.30	2 429.30	2 429.40
	Exportation (TWh)	2.10	2.09	2.10	2.09	2.10
	Importation (TWh)	1.29	1.30	1.29	1.30	1.30
	Production totale (TWh)	181.66	181.66	181.65	181.65	181.65
0.15	Profit total (M\$)	2 442.90	2 442.60	2 443.00	2 443.10	2 443.00
	Exportation (TWh)	2.39	2.39	2.40	2.39	2.39
	Importation (TWh)	1.49	1.48	1.48	1.48	1.49
	Production totale (TWh)	181.74	181.74	181.77	181.77	181.75
0.20	Profit total (M\$)	2 444.90	2 445.10	2 444.90	2 444.80	2 445.10
	Exportation (TWh)	2.37	2.37	2.36	2.37	2.37
	Importation (TWh)	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74
	Production totale (TWh)	181.49	181.49	181.48	181.49	181.49
0.25	Profit total (M\$)	2 442.20	2 442.10	2 442.00	2 442.00	2 441.80
	Exportation (TWh)	2.22	2.21	2.21	2.21	2.22
	Importation (TWh)	1.96	1.97	1.97	1.97	1.96
	Production totale (TWh)	181.12	181.09	181.10	181.09	181.11

TABLEAU 18. ESPÉRANCE DE PROFIT, D'EXPORTATION, D'IMPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DE L'ECOSSE : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)

L'espérance de profit annuel quand  $\sigma_D^{YKS} = 0.20$  et  $\lambda = 0.65$  est de 2 445.10 millions de dollars. L'espérance d'exportation et d'importation sont de 2.37 TWh et de 1.74 TWh par année. La production annuelle totale est en moyenne 181.49 TWh.

**Cas SCT.B.4 :**  $\sigma_D^{SCT} = [0.08, 0.25]$

Espérance de profit, d'exportation et de production totale de l'Ecosse					
$\sigma_D^{SCT} \rightarrow$	0.08	0.10	0.15	0.20	0.25
Profit total (M\$)	2 454.01	2 456.30	2 457.20	2 454.10	2 448.40
Exportation (TWh)	3.04	3.02	2.89	2.69	2.46
Importation (TWh)	1.27	1.29	1.45	1.68	1.89
Production totale (TWh)	182.61	182.57	182.29	181.87	181.42

**TABLEAU 19. ESPÉRANCE DE PROFIT, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE DU QUÉBEC : CAS BIDIRECTIONNEL (5 000 SIMULATIONS CHAQUE CAGE)**

L'espérance de profit annuel quand  $\sigma_D^{SCT} = 0.20$  est de 2 454.10 millions de dollars. L'espérance d'exportation et d'importation sont de 2.69 TWh et de 1.68 TWh par année. Northwater Power produit en moyenne 181.87 TWh par année.

## 15:8 - ESTIMATION DES PARAMÈTRES

Dans cette section, nous faisons l'estimation des paramètres de nos modèles. Tout d'abord, nous choisissons des séries de paramètres initiaux, et nous simulons, à partir de nos modèles, des séries de prix, des séries de demandes ainsi que des arrivées d'eau. Nous supposons que ces séries simulées sont historiques et nous procédons à l'estimation des paramètres à partir de ces séries.

Nous considérons trois séries de paramètres :

- ▣ La série qui génère les prix et les demandes durant la journée (base de 16 heures)
- ▣ La série qui génère les prix et les demandes durant la nuit (base de 8 heures).
- ▣ Et la série des paramètres pour les arrivées d'eau

Les paramètres estimés sont ceux qui minimisent l'erreur quadratique moyenne entre les prix et les demandes historiques (simulés) et les prix et les demandes prédits. Pour chaque série de paramètres estimés, nous simulons

- ▣ Les prix spots
- ▣ Les demandes en Ecosse et dans le Yorkshire
- ▣ Les arrivées d'eau au réservoir
- ▣ Les productions pour les deux parcs d'équipements
- ▣ Et les profits pour les cas unidirectionnel et bidirectionnel.

Nous appliquons les mêmes procédures 5 000 fois afin de calculer la moyenne représentant l'espérance de valeur sur la base de la politique/stratégie optimale qui est déterminée pour chaque scénario généré.

Pour pouvoir comparer d'une part, le modèle unidirectionnel de la production du Yorkshire et de la production écossaise, et d'autre part le modèle bidirectionnel des deux productions, nous calculons les stratégies et les profits dans les trois cas (Ecosse, Yorkshire, Ecosse-Yorkshire) et ce, pour chacun des 5 000 scénarios des processus stochastiques de prix, de demande et d'arrivée d'eau. Ainsi, les résultats sont compatibles et comparables, en particulier en ce qui a trait à la valeur incrémentale du modèle bidirectionnel.

Nous procédons à des études de sensibilité de l'espérance de profit en faisant varier les paramètres représentant la capacité de la ligne d'interconnexion et la capacité de la production nucléaire (Yorkshire).

Nous travaillons sur une base journalière d'une durée d'un an, c.-à-d.  $T = 365$ .

Les constantes utilisées sont présentées dans le Tableau 20.

Paramètres	Valeur	Paramètres	Valeur
$\gamma$	1	$p$	$1.4943 \cdot 10^6$ MW
$I_o$	$1.9218 \cdot 10^5$	$p_{max}$	$1.3449 \cdot 10^6$ MW
$\varphi_t$	[3.5, 1.5, 9, 3.5]	$v_{max}$	$6.5452 \cdot 10^8$ MWh
$\mu^y$	2	$V_0$	$1.9635 \cdot 10^8$ MWh
$X$	0.9	$O_{max}$	$1.4943 \cdot 10^4$ MWh
$C_n$	27 \$/MWh	$Cap$	[0, 1200, 1500, 1800] MW
$C_g$	85 \$/MWh	$p_n$	17 300 MW
$C_{st}$	27 \$/MWh	Prix fixé	[40, 50, 60] \$/MWh
$C_{tm}(SCT - YKS)$	8 \$/MWh	$C_{tm}(YKS - SCT)$	5.5 \$/MWh

TABLEAU 20. PARAMÈTRES CONSTANTS

Notons que pour les prix et la demande, les paramètres les plus importants sont  $\sigma_D, \sigma_S, \lambda, \mu, c_o$  et  $c_3$  représentant la volatilité de la demande, la volatilité, la vélocité (force de retour à la moyenne) et la moyenne du prix spot, le coefficient de demande et la pente de l'oscillation sinusoïdale qui représente le niveau moyen de la demande (indice 3 de l'équation (15.6)). Afin d'estimer ces paramètres plus efficacement, nous posons les autres paramètres comme figurés dans le Tableau suivant :

Paramètres	SCT Journée	SCT Nuit	YKS Journée	YKS Nuit
$v_o$	5.45	5.747	5.811	6.054
$c_1$	-9.53	-9.910	-10.026	-10.269
$v_1$	-36.06	-35.255	-41.379	-41.734
$v_3$	126.204	126.313	120.678	113.181
$c_3$	0.00	0.000	2.53E-06	-3.35E-05

TABLEAU 21. PARAMÈTRES CONSTANTS POUR LE PROCESSUS DU PRIX SPOT ET DE LA DEMANDE

Dans nos modèles originaux de prix et demandes, les paramètres  $c_2, v_2$  sont associés avec un paramètre qui explique les comportements de prix et demandes horaires. Puisque nous travaillons maintenant avec les prix et demandes journaliers, ces paramètres sont égaux à 0. Les autres paramètres sont choisis basés sur les études antérieures.

Paramètres	SCT Journée	SCT Nuit	YKS Journée	YKS Nuit
$\sigma_D$	14 572	8 572	27 572	17 572
$c_0$	25 614	18 614	30 614	20 614
$c_3$	284 150	128 770	389 950	127 400
$\sigma_S$	n/a	n/a	23.08	13.87
$\lambda$	n/a	n/a	0.75	0.75
$\mu$	n/a	n/a	56.98	34.85
$\alpha$	0.75	n/a	n/a	n/a
$I_0$	400 000	n/a	n/a	n/a
$\sigma_I$	30 000	n/a	n/a	n/a

TABLEAU 22. PARAMETRES INITIAUX : DEMANDES, PRIX SPOTS ET ARRIVEES D'EAU

Les tableaux 22 et 23 représentent les trois séries de paramètres initiaux et paramètres estimés pour les modèles de demande, de prix spot et d'arrivée d'eau.

Paramètres	SCT Journée	SCT Nuit	YKS Journée	YKS Nuit
$\hat{\sigma}_D$	32 698	10 524	29 809	15 661
$\hat{c}_0$	73 949	36 472	30 621	21 866
$\hat{c}_3$	345 940	150 300	399 690	127 400
$\hat{\sigma}_S$	n/a	n/a	16.072	15.630
$\hat{\lambda}$	n/a	n/a	0.684	0.808
$\hat{\mu}$	n/a	n/a	60.466	44.397
$\hat{\alpha}$	0.80	n/a	n/a	n/a
$\hat{I}_0$	417 841	n/a	n/a	n/a
$\hat{\sigma}_I$	30 513	n/a	n/a	n/a

TABLEAU 23. PARAMETRES ESTIMÉS : DEMANDES, PRIX SPOTS ET ARRIVEES D'EAU

Rappelons que Northwater Power vend l'électricité à prix fixe en Ecosse, ainsi nous n'avons pas besoin d'estimer les paramètres associés. Les résultats montrent que la moyenne et la volatilité des prix spot dans le Yorkshire sont de \$60.59 et \$23.07 durant la journée et de \$44.39 et \$15.63 durant la nuit. La volatilité de la demande en Ecosse est de 32 698 MWh durant la journée et de 10 524 MWh durant la nuit. Dans le Yorkshire, elle est de 29 809 MWh durant la journée et de 15 661 MWh durant la nuit. Il est important de noter que les prix spots et les demandes sont calculés sur une base de 16 heures durant la journée et de 8 heures durant la nuit.

La force de retour à la moyenne, l'arrivée d'eau au point de commencement (temps 0) ainsi que la volatilité des arrivées d'eau sont 0.8, 417 841 MWh et 30 513 MWh respectivement.

**Tous les programmes sont faits en Matlab.**

GENERATION DU PRIX SPOT ET DE LA DEMANDE :

La demande en Ecosse et dans le Yorkshire ainsi que les prix spots sont calculés par l'équation (15.5) et (15.8). Dans le Yorkshire, la demande et les prix spots sont générés dans le même processus et nous traiterons la demande en Ecosse à part. La fonction spot\_price(X) calcule la série de prix spot et la demande d'électricité pour le Yorkshire.

La fonction contient une variable d'entrée  $X$ , un ensemble de 6 paramètres  $\sigma_D, \sigma_S, \lambda, \mu, c_0$  et  $c_3$  représentant la volatilité de la demande, la volatilité, la vélocité (force de retour à la moyenne) et la moyenne du prix spot, le coefficient de demande et la pente de l'oscillation sinusoïdale représentent le niveau moyen de la demande (indice 3 de l'équation (15.6)). Ces variables diffèrent entre le jour et la nuit. Notons que l'année de référence commence le premier octobre et se termine le 30 septembre. Nous supposons que le prix et la demande au temps 1 sont égaux aux moyennes du prix et de la demande durant l'année. Le terme  $f(D_t)$  de l'équation (15.8) est considéré linéaire. Cela est justifié par le fait que la demande locale est différente de la demande chez IESO. Ainsi, nous écrivons  $f(D_t) = h \times D_t$  où  $h = 0.00021$ . Pour éviter les prix outliers négatifs, à chaque temps  $t$ , si le prix est inférieur à 2\$, il est remplacé par la moyenne moins deux fois la volatilité.

#### GENERATION DES ARRIVEES D'EAU :

Les arrivées d'eau sont calculées par l'équation (15.20) avec les fluctuations saisonnières modélisées par l'équation (15.21). La fonction inflow ( $Y$ ) contient une variable d'entrée  $Y$ , regroupant trois paramètres  $\alpha, I_0$  et  $\sigma_I$ , qui représentent respectivement la force de retour à la moyenne, l'arrivée d'eau au temps initial et la volatilité des arrivées d'eau. Les facteurs saisonniers sont définis pour les quatre saisons avec un niveau de fluctuation moyenne associée.

#### GENERATION DU PRIX CRITIQUE :

Le prix critique est calculé en utilisant les méthodes quadratiques proposées par BARONE-ADESI AND WHALEY (1979) pour approximer les prix d'exercice des options américaines (Annexes A2). La fonction  $trigger\_spot\_price(S_1, S_2, X, \sigma)$  utilise la méthode numérique de bisection pour trouver le prix critique entre l'intervalle  $[S_1, S_2]$ . Le processus contient 4 variables d'entrées :  $S_1$  le prix critique planché,  $S_2$  le prix critique plafonné,  $X$  le prix d'exercice de l'option et  $\sigma$  la volatilité du prix d'électricité.

#### GENERATION DE VOLUME D'EAU DANS LE RESERVOIR, LA PRODUCTION ET LES PROFITS :

La fonction *independent* ( $input, S, Cap, p_n$ ) calcule le niveau d'eau dans le réservoir à chaque temps  $t$ , la production d'électricité en Ecosse, la production d'électricité dans le Yorkshire, la production par la centrale à gaz, l'exportation de l'Ecosse et du Yorkshire et les profits des deux firmes. La fonction contient 4 variables d'entrées, ( $input, S, Cap$ ) et  $p_n$  où  $input$  est un vecteur de 4 paramètres (la demande en Ecosse, la demande dans le Yorkshire, les prix spots, les arrivées d'eau au réservoir),  $S$  le prix critique,  $Cap$  représentant la capacité de la ligne d'interconnexion et  $p_n$  la capacité de production nucléaire. Ces variables sont calculées en se basant sur la stratégie optimale des algorithmes 2 et 3 pour le modèle unidirectionnel et pour le modèle bidirectionnel respectivement.

Pour le modèle unidirectionnel : Si le prix spot à un temps  $t$  est plus petit que le prix critique ou bien si le volume d'eau dans le réservoir est moins que la moitié, Northwater Power produit de l'électricité pour satisfaire seulement la demande locale (l'exportation = 0). De même, si la demande dans le Yorkshire est plus grande que la production nucléaire, la production à gaz fournit le complément pour satisfaire le besoin. D'autre part, si le prix spot est supérieur au prix critique, alors Northwater Power exporte de l'électricité dans le Yorkshire. Cette exportation est égale à  $[\max(0, \min(Cap, D_{YKS} - p_n))]$  et la production à gaz est égale à la demande du Yorkshire moins la production nucléaire et moins l'importation de l'Ecosse  $[D_{YKS} - p_n - E_{SCT}]$ . La quantité d'eau utilisée pour produire de l'électricité au temps  $t$  est égale à la production de l'électricité totale en Ecosse (local + exportation) divisée par le taux de conversion en électricité (équation (15.24)). Le volume d'eau dans le réservoir au temps  $t$  est calculé par l'équation (15.22). En tout temps, si le volume d'eau est plus grand que le volume total du réservoir, le surplus d'eau est gaspillé. Le profit du Yorkshire et de l'Ecosse est calculé par les équations (15.13) et (15.27).

Pour le modèle bidirectionnel, le Yorkshire a une option d'exporter de l'électricité, conditionnée par la capacité de la ligne d'interconnexion, pour vendre en Ecosse. Si la demande locale du Yorkshire est plus faible que la production nucléaire, le comté peut vendre le surplus à l'Ecosse au prix spot et cette exportation est égale à  $[\min(Cap, \max(0, p_n - D_{YKS}))]$ . Une moitié de l'électricité restante est vendue au marché externe. Le profit du

Yorkshire et de l'Ecosse est calculé par les équations (15.29) et (15.37). Le reste du processus est calculé de façon similaire au modèle unidirectionnel.

Les figures 13 et 14 montrent une évolution du prix spot et la demande d'électricité dans le Yorkshire pour une année donnée. Durant la journée, le prix spot varie de \$5.92 à \$111.92 avec une moyenne de \$58.14. La demande dans le Yorkshire varie de  $2.22 \times 10^5$  MWh à  $3.88 \times 10^5$  MWh avec une moyenne de  $3.01 \times 10^5$  MWh sur une base de 16 heures. Durant la nuit, le prix spot est de 30.34\$ en moyenne (soit la moitié du prix en journée en général) et la demande est de  $1.15 \times 10^5$  MWh (soit également la moitié de la demande en journée).

La demande en Ecosse durant la journée varie de  $2.41 \times 10^5$  MWh à  $5.62 \times 10^5$  MWh avec une moyenne de  $3.45 \times 10^5$  MWh. Durant la nuit, elle varie de  $1.04 \times 10^5$  MWh à  $2.17 \times 10^5$  MWh avec une moyenne de  $1.50 \times 10^5$  MWh. Les statistiques de prix et de demande pour le Yorkshire, ainsi que pour l'Ecosse, sont présentées dans les tableaux 19 et 20.

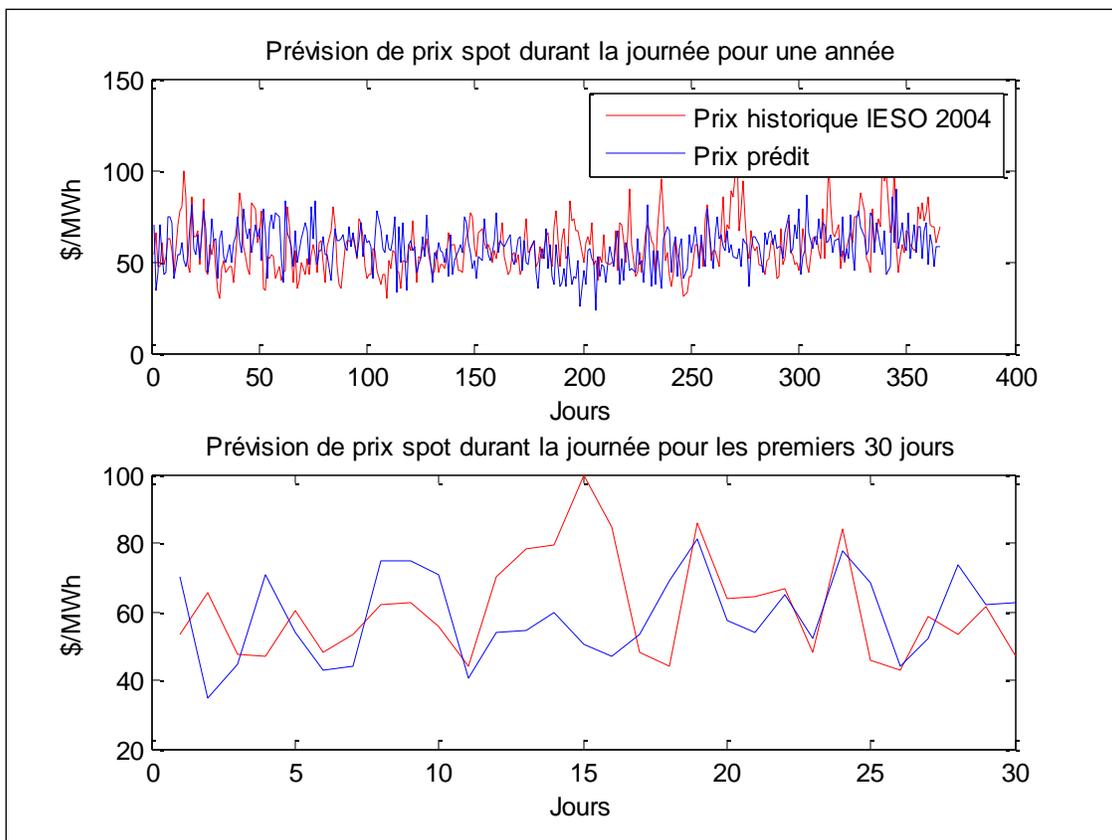


FIGURE 11. PRÉVISION ET HISTORIQUE DU PRIX SPOT DANS LE YORKSHIRE POUR UNE ANNÉE DONNÉE

L'intervalle de confiance à 95 % pour la demande dans le Yorkshire est de  $[2.99 \times 10^5, 3.03 \times 10^5]$  MWh durant la journée et de  $[1.13 \times 10^5, 1.16 \times 10^5]$  MWh durant la nuit. Le prix spot semble être plus volatile que la demande. L'intervalle de confiance à 95% du prix spot est de [\$56, \$60] avec une volatilité de \$18.05 (soit 33%) durant la journée et de [\$28.89, \$31.79] avec une volatilité de \$14.09 (soit 46%) durant la nuit. Pendant la nuit, le niveau de prix et de demande sont quasiment égaux à la moitié de ceux de la journée.

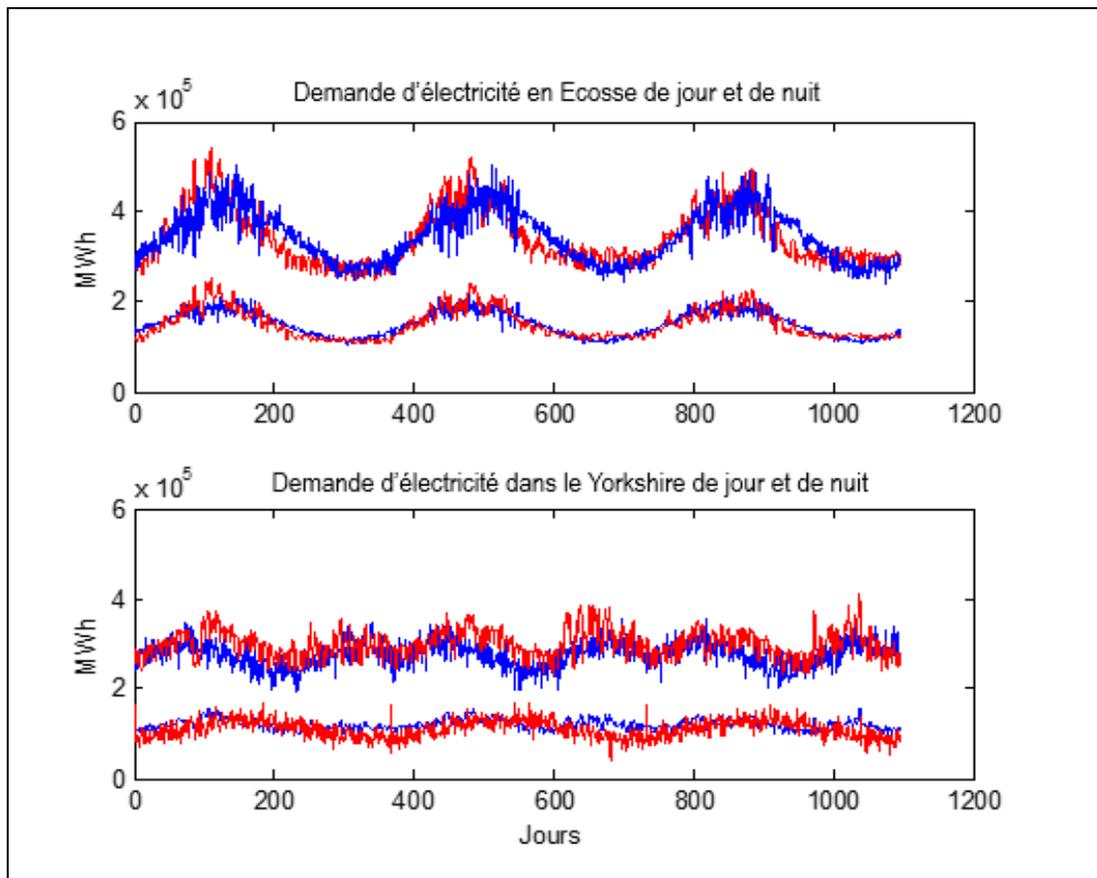


FIGURE 12. PRÉVISION ET HISTORIQUE DE LA DEMANDE EN ECOSSE ET DANS LE YORKSHIRE POUR TROIS ANNÉES DONNÉES (COURBE ROUGE : LES DONNÉES HISTORIQUES, COURBE BLEU : PRÉDICTION)

Prix spot Journée	Prédite	IESO	Unités
Interval de Conf.	[56.29, 59.99]	[56.81, 59.66]	\$/MWh par 16h
Maximum	111.92	109.19	\$/MWh par 16h
Moyenne	58.14	58.24	\$/MWh par 16h
Minimum	5.92	16.28	\$/MWh par 16h
Écart-type	18.05	13.89	\$/MWh par 16h
Prix spot Nuit	Prédite	IESO	Unités
Interval de Conf.	[28.89, 31.79]	[31.26, 33.32]	\$/MWh par 8h
Maximum	79.79	84.90	\$/MWh par 8h
Moyenne	30.34	32.29	\$/MWh par 8h
Minimum	2.66	7.14	\$/MWh par 8h
Écart-type	14.09	10.06	\$/MWh par 8h

TABLEAU 24. STATISTIQUES DES PRIX SPOTS (JOURNALIER)

Demande Journée	Prédite	IESO	Unités
Interval de Conf.	[2.89, 2.95]10 <sup>5</sup>	[2.96, 3.02]10 <sup>5</sup>	MWh par 16h
Maximum	355 240	369 210	MWh par 16h
Moyenne	292 202	298 868	MWh par 16h
Minimum	208 620	237 450	MWh par 16h
Écart-type	27 115	27 626	MWh par 16h
Demande Nuit	Prédite	Historique	Unités
Interval de Conf.	[1.13, 1.16]10 <sup>5</sup>	[1.22, 1.24]10 <sup>5</sup>	MWh par 8h
Maximum	148 020	155 480	MWh par 8h
Moyenne	114 544	123 718	MWh par 8h
Minimum	80 773	98 023	MWh par 8h
Écart-type	15 069	11 891	MWh par 8h

TABLEAU 25. DEMANDE (JOURNALIERE) DE L'ELECTRICITE POUR LE YORKSHIRE

Demande Journée	Prédite	NP historique	Unités
Interval de Conf.	[3.394, 3.518]10 <sup>5</sup>	[3.326, 3.467]10 <sup>5</sup>	MWh par 16h
Maximum	494 965	541 087	MWh par 16h
Moyenne	345 617	339 631	MWh par 16h
Minimum	247 048	246 965	MWh par 16h
Écart-type	60 063	68 981	MWh par 16h
Demande Nuit	Prédit	Historique	Unités
Interval de Conf.	[1.477, 1.535]10 <sup>5</sup>	[1.447, 1.524]10 <sup>5</sup>	MWh par 8h
Maximum	220 993	251 570	MWh par 8h
Moyenne	150 581	148 417	MWh par 8h
Minimum	103 627	105 950	MWh par 8h
Écart-type	28 013	36 265	MWh par 8h

TABLEAU 26. DEMANDE (JOURNALIERE) DE L'ELECTRICITE POUR L'ECOSSE

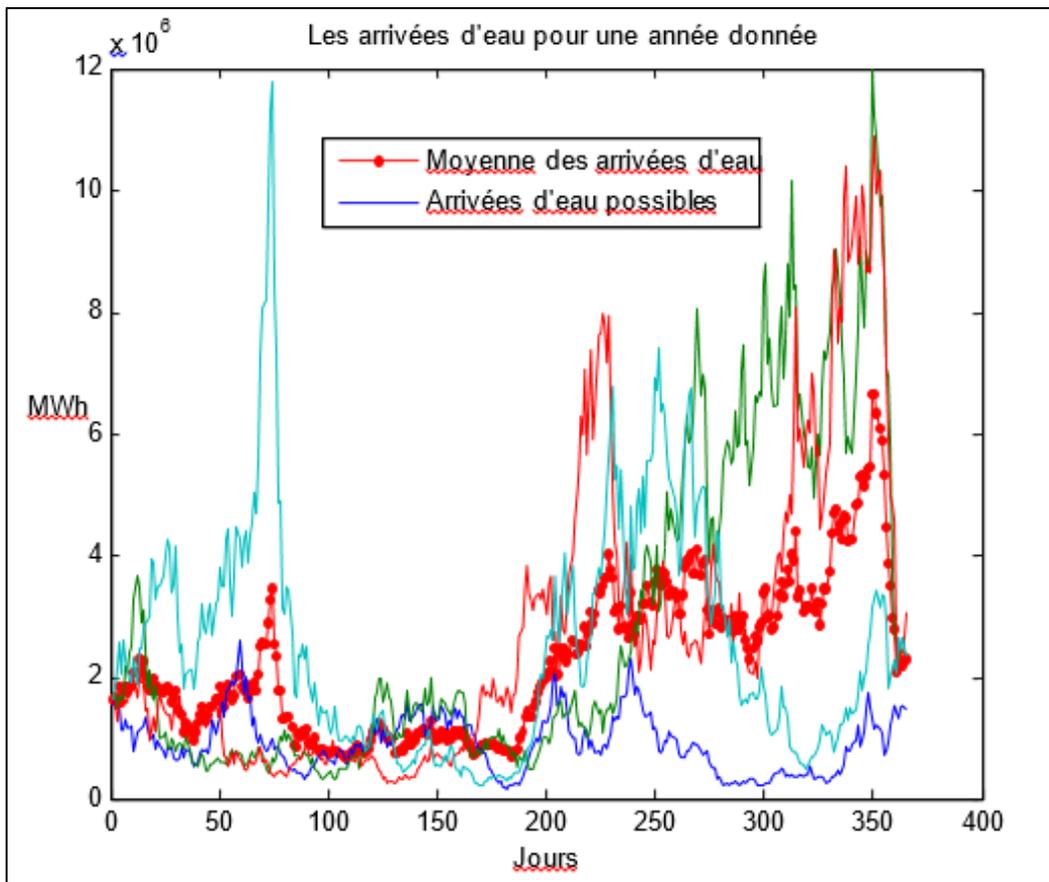


FIGURE 13. LA PRÉVISION DES ARRIVEES D'EAU POUR UNE ANNEE DONNEE

La figure 15 représente les arrivées d'eau possibles au réservoir pour une année donnée et la moyenne sur tous les scénarios générés. Rappelons que l'année de référence commence le 1<sup>er</sup> octobre et se termine le 30 septembre. Le graphique montre clairement qu'il y a moins d'eau qui arrive à la rivière en automne et presque pas d'eau en hiver.

La figure 16 représente la production totale de Northwater Power, le taux d'exportation de l'Ecosse, du Yorkshire ainsi que la production totale à gaz dans le Yorkshire pour le modèle bidirectionnel et les détails sont présentés au Tableau 21.

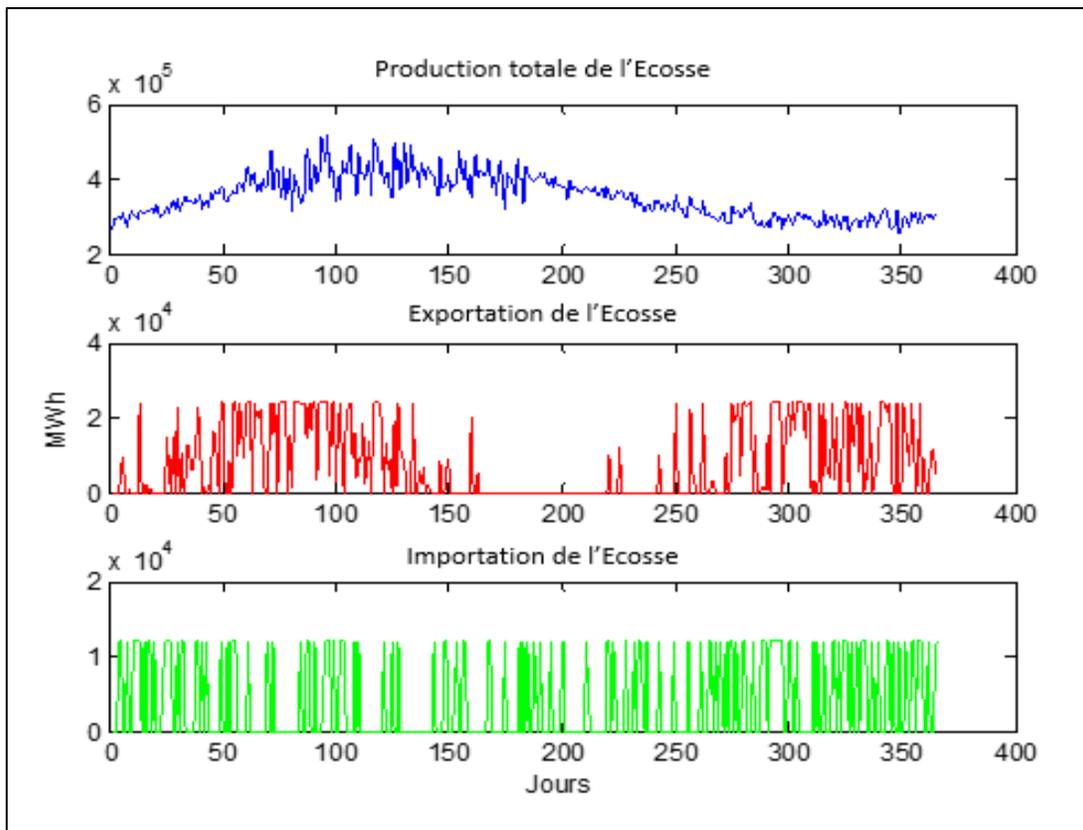


FIGURE 14. LA PRODUCTION TOTALE DE NORTHWATER POWER, LES EXPORTATIONS DE L'ECOSSE DURANT LA JOURNÉE, DU YORKSHIRE DURANT LA NUIT AINSI QUE LA PRODUCTION TOTALE À GAZ DANS LE YORKSHIRE ( $p_n = 17\ 300\ \text{MW}$ ,  $Cap = 1500\ \text{MW}$ )

## 8.1 – Résultat : espérance de profit et gain d'interconnexion

### 8.1.1 - Statistique d'un mois donné :

Les tableaux 27 et 28 représentent les prix spots, les demandes dans le Yorkshire, les demandes en Ecosse, la production totale de l'Ecosse, les exportations et les importations de l'Ecosse, les exportations du Yorkshire, la production à gaz, la quantité d'électricité gaspillée dans le Yorkshire et les niveaux d'eau dans le réservoir, pour le cas bidirectionnel durant la journée et durant la nuit pour une période de 30 jours (une simulation donnée).

Notons que la demande est calculée par l'équation (5) du rapport provisoire, le prix spot est calculé par l'équation (8) et le niveau d'eau dans le réservoir est calculé par l'équation (15.22).

Nous supposons que la capacité de production nucléaire est de 17 300 MW et la capacité d'interconnexion est de 1 500 MW. Le prix fixé pour le marché écossais est de \$40/MWh. Nous supposons que le coût de production est de 27 \$/MWh par centrale hydroélectrique, de 27 \$/MWh par centrale nucléaire, et 85 \$/MWh par centrale à gaz. Le coût d'interconnexion YKS – SCT est de 5.5 \$/MWh et SCT – YKS de 8 \$/MWh. La partie qui exporte doit payer le coût d'interconnexion.

Le prix et la demande durant la journée sont calculés sur une base de 16 heures, le prix et la demande durant la nuit sont calculés sur une base de 8 heures. Le niveau d'eau dans le réservoir à la fin de la 16<sup>ème</sup> heure de la journée est le niveau d'eau dans le réservoir à la 1<sup>ère</sup> heure de la nuit. Rappelons que la centrale nucléaire produit à pleine

capacité. Durant la journée la production nucléaire  $p_n = 17\,300 \text{ MW} \times 16\text{h} = 276\,800 \text{ MWh}$  et durant la nuit  $p_n = 17\,300 \text{ MW} \times 8\text{h} = 138\,400 \text{ MWh}$ .

Le prix critique est calculé dans la section A2 de l'Annexe. Durant la journée, le prix critique est de 43.82 \$ et durant la nuit il est de 32.49 \$.

Tableau 27

Statistiques pour le modèle bidirectionnel: la capacité d'interconnexion = 1 500 MW (donnée durant la journée)												
Capacité de production nucléaire = 17300 MW												
Jour	Prix spot	DE_YKS	DE_SCT	Prod_SCT	Exp_SCT	Exp_YKS	Prod_Gaz	Gaspillage	Pro_Exp_SCT	Pro_Imp_SCT	Pro_Exp_YKS	Coût évité
1	70.080	266530	266530	266530	0	0	0	5135	0	0	0	0
2	23.829	228680	295110	271110	0	24000	0	12062	0	4.40E+05	3.88E+05	0
3	51.732	260830	322000	322000	0	0	0	7985	0	0	0	0
4	56.526	265770	274850	274850	0	0	0	5516	0	0	0	0
5	59.756	271260	305210	305210	0	0	0	2772	0	0	0	0
6	50.874	254410	271090	271090	0	0	0	11194	0	0	0	0
7	52.445	256470	288880	288880	0	0	0	10163	0	0	0	0
8	47.092	246150	303730	303730	0	0	0	15326	0	0	0	0
9	48.046	247430	286990	286990	0	0	0	14685	0	0	0	0
10	65.561	281650	320130	324980	4851	0	0	0	1.48E+05	0	0	4.12E+05
11	50.818	256070	304830	304830	0	0	0	10365	0	0	0	0
12	49.073	251850	306060	306060	0	0	0	12475	0	0	0	0
13	70.507	293160	308250	324610	16356	0	0	0	5.81E+05	0	0	1.39E+06
14	58.904	274080	292640	292640	0	0	0	1358	0	0	0	0
15	54.967	266270	286240	286240	0	0	0	5263	0	0	0	0
16	55.008	265920	314550	314550	0	0	0	5441	0	0	0	0
17	47.703	251790	313950	313950	0	0	0	12505	0	0	0	0
18	41.195	238260	295550	295550	0	0	0	19269	0	0	0	0
19	39.462	233760	277330	277330	0	0	0	21519	0	0	0	0
20	53.110	259820	298950	298950	0	0	0	8493	0	0	0	0
21	64.507	284180	289450	296830	7385	0	0	0	2.18E+05	0	0	6.28E+05
22	38.029	235650	323090	323090	0	0	0	20573	0	0	0	0
23	76.336	307400	330750	354750	24000	0	6600	0	9.92E+05	0	0	2.04E+06
24	59.507	279880	316930	320010	3077	0	0	0	7.54E+04	0	0	2.62E+05
25	40.523	242680	326880	326880	0	0	0	17062	0	0	0	0
26	60.701	279030	296730	298970	2235	0	0	0	5.74E+04	0	0	1.90E+05
27	55.610	271390	318210	318210	0	0	0	2703	0	0	0	0
28	61.083	282400	328070	333670	5601	0	0	0	1.46E+05	0	0	4.76E+05
29	65.835	292900	323210	339310	16100	0	0	0	4.96E+05	0	0	1.37E+06
30	45.991	255820	312670	312670	0	0	0	10488	0	0	0	0
	<b>Total</b>	<b>7901500</b>	<b>9098900</b>	<b>9154500</b>	<b>79605</b>	<b>24000</b>	<b>6604</b>	<b>232345</b>	<b>2.71E+06</b>	<b>4.40E+05</b>	<b>3.88E+05</b>	<b>6.77E+06</b>

Tableau 28

Statistiques pour le modèle bidirectionnel: la capacité d'interconnexion = 1 500MW (donnée durant la nuit)												
Capacité de production nucléaire = 17 300 MW												
Nuit	Prix spot	DE_YKS	DE_SCT	Prod_SCT	Exp_SCT	Exp_YKS	Prod_Gaz	Gaspillage	Pro_Exp_SCT	Pro_Imp_SCT	Pro_Exp_YKS	Coût évité
1	40.080	126530	146530	146530	0	0	0	5935	0.00	0	0	0.00
2	25.580	95079	130610	118610	0	12000	0	15661	0.00	2.41E+05	173040	0.00
3	29.557	97160	127890	127890	0	0	0	20620	0.00	0	0	0.00
4	31.014	98693	133360	133360	0	0	0	19854	0.00	0.00E+00	0	0.00
5	45.703	115890	141220	141220	0	0	0	11253	0.00	0	0	0.00
6	18.678	87048	138300	126300	0	12000	0	19676	0.00	158140	255860	0.00
7	29.346	96110	134580	134580	0	0	0	21145	0.00	0	0	0.00
8	17.570	83146	133550	121550	0	12000	0	21627	0.00	144840	269160	0.00
9	36.444	103440	132740	132740	0	0	0	17479	0.00	0	0	0.00
10	15.784	82030	134400	122400	0	12000	0	22185	0.00	1.23E+05	290600	0.00
11	12.913	76447	136970	124970	0	12000	0	24977	0.00	88960	325040	0.00
12	12.800	75226	136340	124340	0	12000	0	25587	0.00	87597	326400	0.00
13	47.039	114490	135580	135580	0	0	0	11955	0.00	0	0	0.00
14	16.904	84872	137800	125800	0	12000	0	20764	0.00	136850	277150	0.00
15	34.659	102580	140990	140990	0	0	0	17911	0.00	0	0	0.00
16	50.587	122860	137060	137060	0	0	0	7772	0.00	0.00	0	0.00
17	17.872	88182	138230	126230	0	12000	0	19109	0.00	148460	265540	0.00
18	20.215	87024	143440	131440	0	12000	0	19688	0.00	176580	237420	0.00
19	23.685	90231	142180	130180	0	12000	0	18085	0.00	218220	195780	0.00
20	26.028	93304	138120	126120	0	12000	0	16548	0.00	246340	167660	0.00
21	42.259	112630	157370	157370	0	0	0	12885	0.00	0	0	0.00
22	13.035	81629	147070	135070	0	12000	0	22386	0.00	90417	323580	0.00
23	40.102	109460	145770	145770	0	0	0	14471	0.00	0	0	0.00
24	21.819	91440	137220	125220	0	12000	0	17480	0.00	195820	218180	0.00
25	19.421	87005	140970	128970	0	12000	0	19698	0.00	167050	246950	0.00
26	25.485	93215	150780	138780	0	12000	0	16593	0.00	239820	174180	0.00
27	33.482	103230	151570	151570	0	0	0	17586	0.00	0	0	0.00
28	12.533	80611	149200	137200	0	12000	0	22895	0.00	84391	329610	0.00
29	44.136	114570	145480	145480	0	0	0	11916	0.00	0	0	0.00
30	4.175	72500	147920	135920	0	12000	0	26950	0.00	429906	429910	0.00
	<b>Total</b>	<b>2866600</b>	<b>4213200</b>	<b>4009200</b>	<b>0</b>	<b>204000</b>	<b>0</b>	<b>540700</b>	<b>0.00</b>	<b>2.978E+06</b>	<b>4.506E+06</b>	<b>0.00</b>

Au jour 1, le prix spot durant la journée est de 70.08 \$/MWh (supérieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est égale à 266 530 MWh, ce qui est inférieur à la production nucléaire engendrée. Le surplus du Yorkshire est ainsi égale à 276 800 MWh – 266 530 MWh = 10 270 MWh. Pour le Yorkshire, ce surplus devrait être exporté en Ecosse. Mais avec le prix spot de \$70.08, il est plus profitable pour Northwater Power de produire l'électricité par elle-même. Une moitié du surplus est alors vendu au troisième marché spot (par hypothèse) et une autre moitié est gaspillée. Voir Figure 17.

Durant la nuit, le prix spot est de 40.08\$/MWh (supérieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est de 126 530 MWh ce qui est inférieur à la production nucléaire engendrée (à pleine capacité  $p_n = 138\ 400$  MWh). Le surplus du Yorkshire est ainsi égal à 138 400 MWh – 126 530 MWh soit 11 870 MWh. Ce surplus devrait être exporté en Ecosse, mais avec le prix spot de 40.08\$, il est plus profitable pour Northwater Power de produire l'électricité elle-même. Une moitié du surplus est ainsi vendu au troisième marché spot (par hypothèse) et une autre moitié est gaspillée. Voir Figure 18.

Au jour 2, le prix spot de jour baisse à 23.82 \$/MWh (inférieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est égale à 228 680 MWh. Le surplus disponible pour exporter en Ecosse est égal à 48 120 MWh. La demande en Ecosse est de 295 110 MWh. La capacité d'interconnexion par 16h est égale à 24 000 MWh. Northwater Power doit alors produire 295 110 MWh – 24 000MWh soit 271 110 MWh pour satisfaire la demande locale. Le Yorkshire gaspille 12 062 MWh et vend 12 062 MWh ailleurs. Voir Figure 19.

Durant la nuit, le prix spot est de 25.580\$/MWh (inférieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est égale à 95 079 MWh. Le surplus 43 321 MWh est disponible pour exporter en Ecosse. La demande en Ecosse est de 130 610 MWh. La capacité d'interconnexion par 8h est égale à 12 000MWh. Northwater Power doit alors produire 130 610 MWh – 12 000 MWh soit 118 610 MWh pour satisfaire la demande locale. Le Yorkshire gaspille 15 661 MWh et vend l'autre 15 661 MWh au troisième marché. Voir Figure 20.

Figure 17

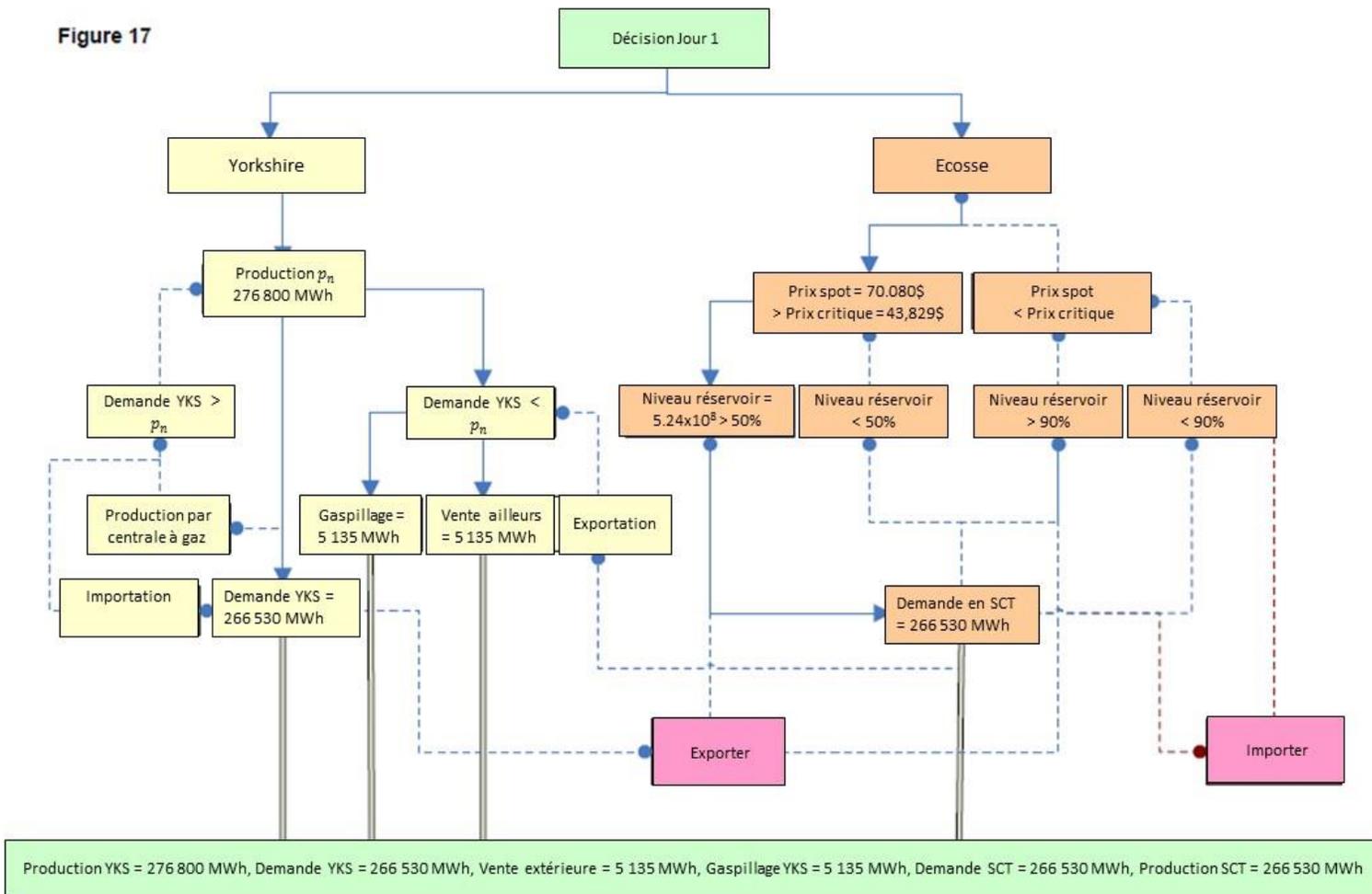


Figure 18

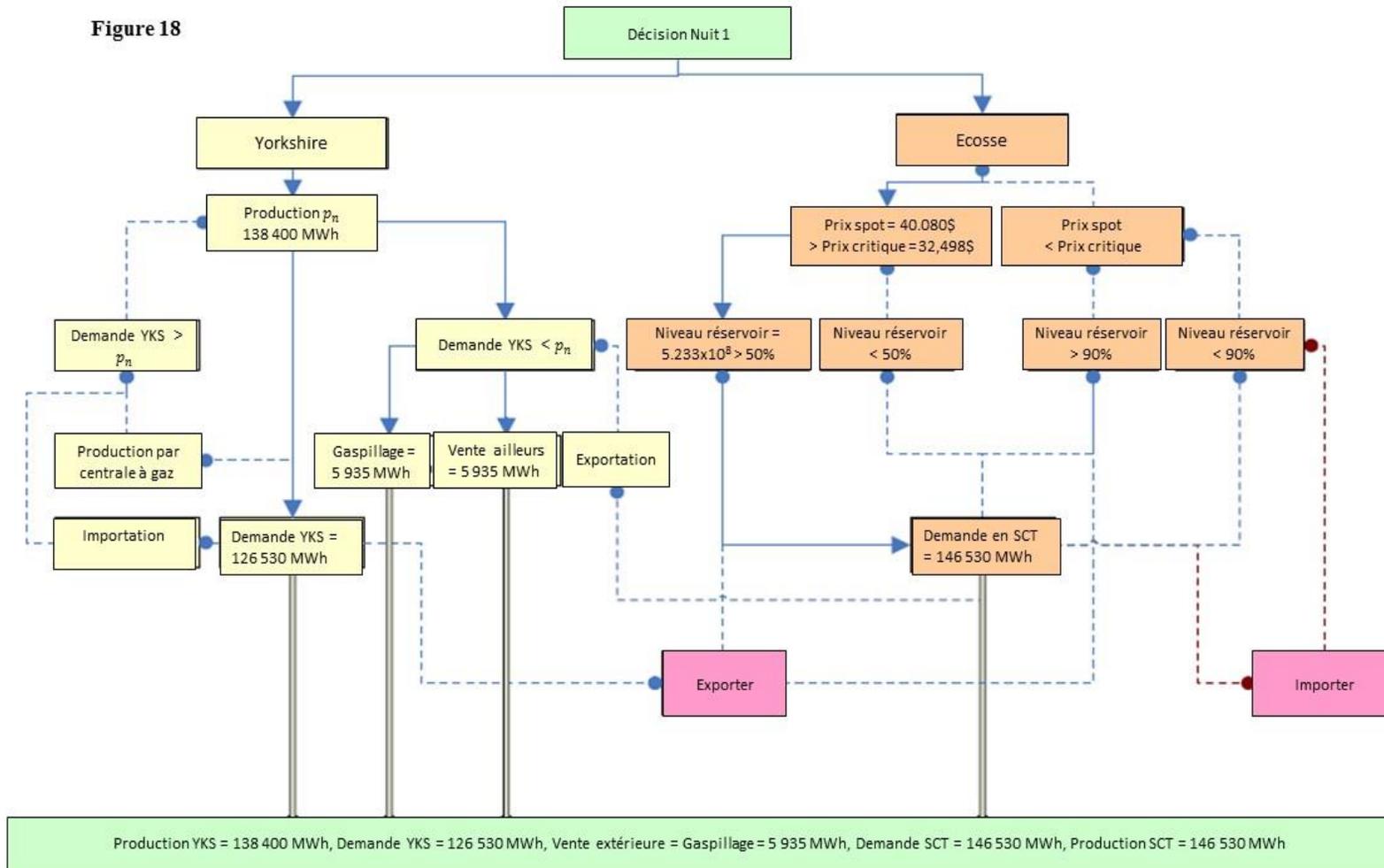


Figure 19

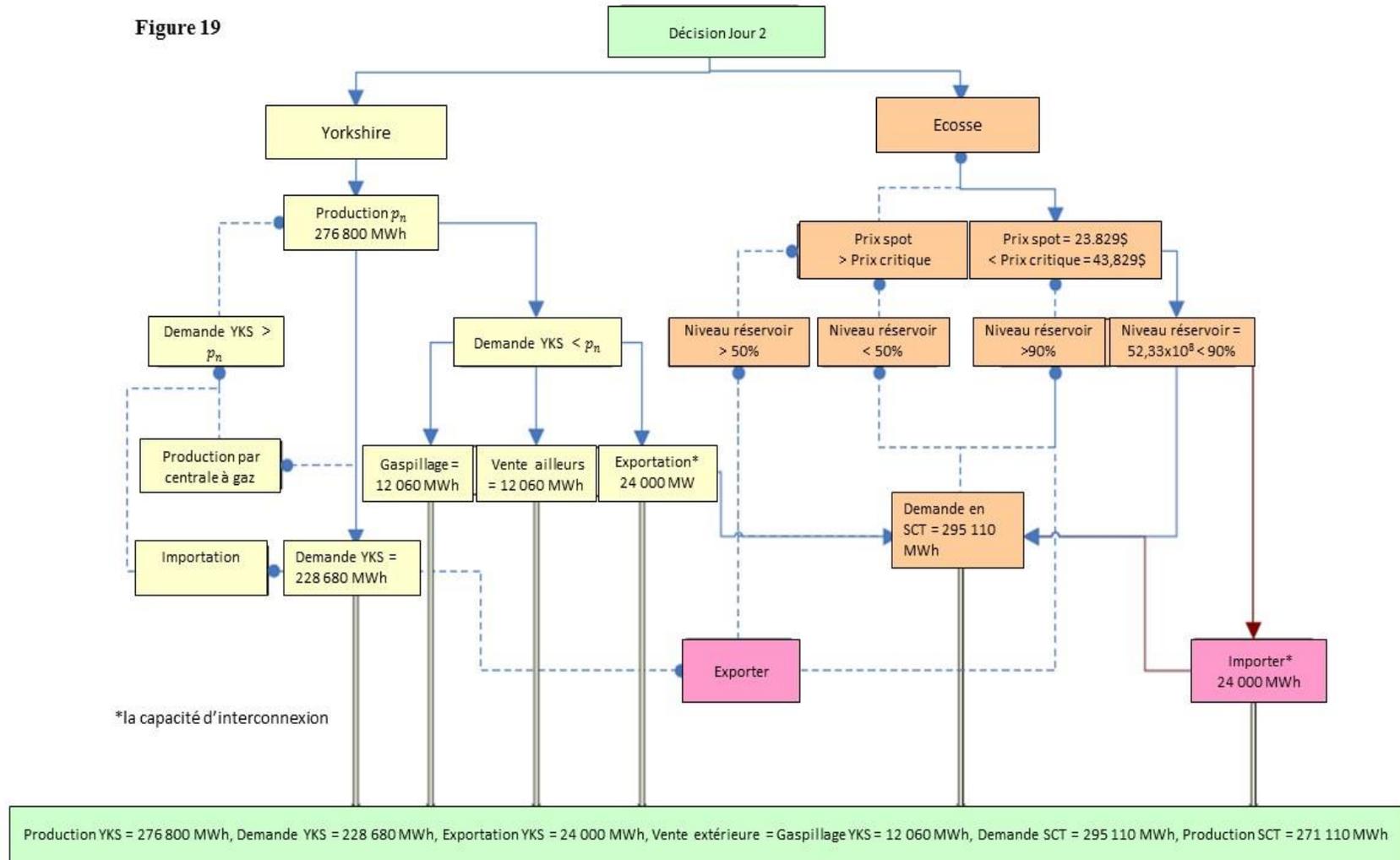
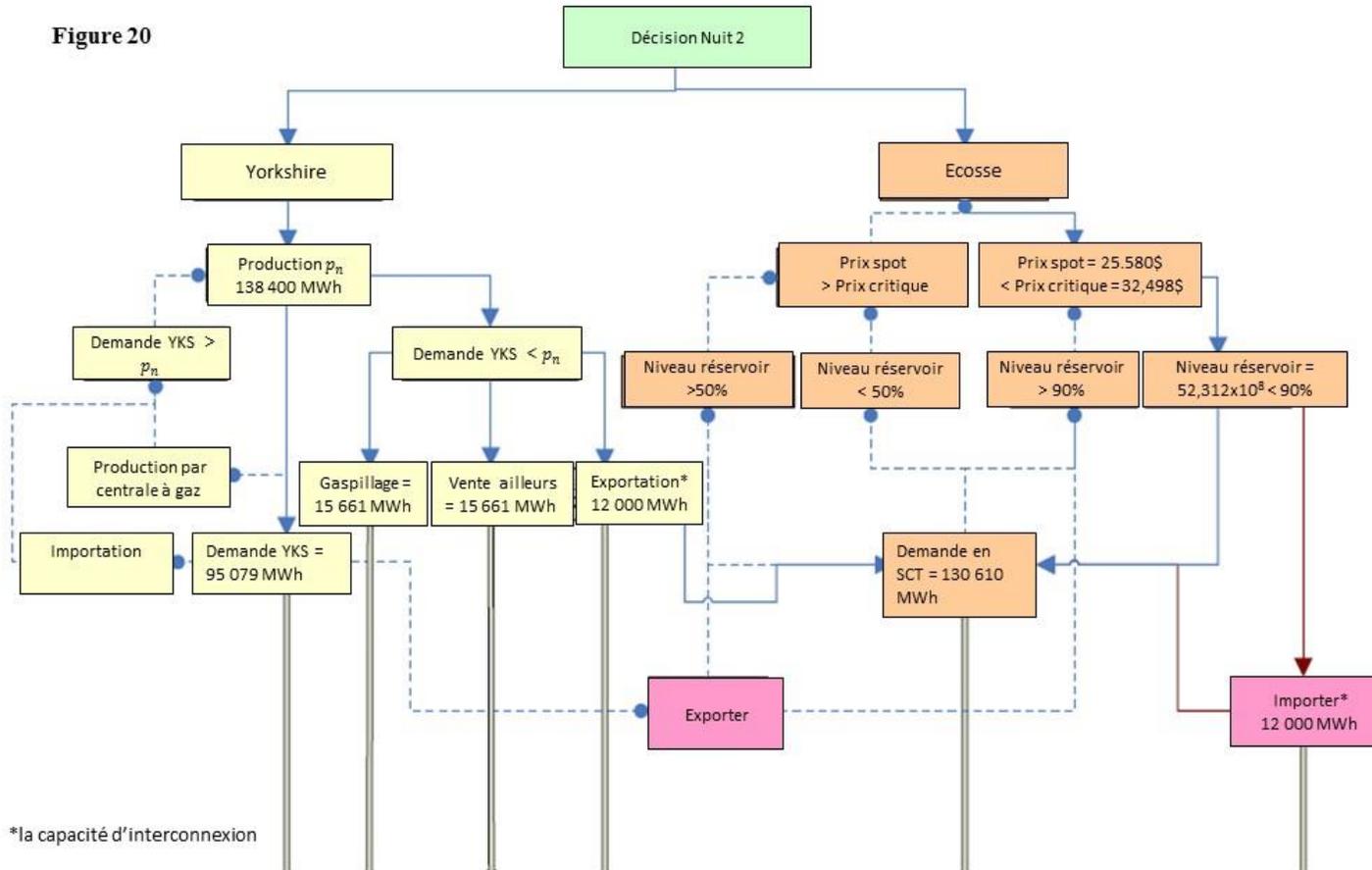


Figure 20



\*la capacité d'interconnexion

Production YKS = 138 400 MWh, Demande YKS = 95 079 MWh, Exportation YKS = 12 000 MWh, Vente extérieure = Gaspillage YKS = 15 661 MWh, Demande SCT = 130 610 MWh, Production SCT = 118 610 MWh

Étudions maintenant le jour 23. Le prix spot de jour est de 76.33 \$/MWh (supérieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est égale à 307 400 MWh. Le Yorkshire a besoin de 307 400 MWh – 276 800 MWh = 30 600 MWh pour satisfaire la demande locale. Puisque le prix spot est plus élevé que le prix critique et que le niveau du réservoir est supérieur à la moitié, Northwater Power exporte la différence sous contrainte de l'interconnexion de 24 000 MWh durant la journée. Le Yorkshire doit produire, par centrale à gaz, 6 600 MWh pour satisfaire la demande locale. Avec la demande locale en Ecosse de 330 750 MWh, la production totale de l'Ecosse est ainsi à 354 750 MWh. Voir Figure 21.

Durant la nuit, le prix spot est \$40.10 \$/MWh (supérieur au prix critique). La demande dans le Yorkshire est égale à 109 460 MWh. Le surplus du Yorkshire est ainsi égal à 138 400 MWh – 109 460 MWh soit 28 940 MWh. Ce surplus devrait être exporté en Ecosse, mais avec le prix spot de 40.102\$, il est plus profitable pour Northwater Power de produire l'électricité elle-même. Une moitié de l'électricité en surplus est vendue au troisième marché spot (par hypothèse) et une autre moitié est gaspillée. Voir Figure 22.

#### ESPERANCE DE GAIN D'INTERCONNEXION :

Les Tableaux 29 et 30 représentent l'espérance annuelle de profit, de l'exportation, de l'importation, de la production ainsi que le gain d'interconnexion de Northwater Power pour les cas unidirectionnel et bidirectionnel pour trois valeurs de prix de vente fixé (60, 50 et 40 \$/MWh). Elle est obtenue en faisant la moyenne de 5000 simulations où la politique/stratégie de production est optimisée dans chaque simulation générée. Nous fixons la capacité de production nucléaire  $p_n = 17300 MW$  et faisons varier la capacité d'interconnexion  $Cap = [0, 1200, 1500, 1800] MW$  et nous comparons les résultats.

Pour la capacité de la ligne d'interconnexion  $Cap = 1200 MW$ , NP produit en moyenne 182.75 TWh par année pour le modèle unidirectionnel et 181.15 TWh pour le modèle bidirectionnel. La production totale de l'Ecosse pour les deux cas dépend de son exportation (voir Tableau 28 et 29). Elle augmente lorsque la capacité de la ligne d'interconnexion augmente : quand la capacité d'interconnexion augmente, Northwater Power exporte plus ; et malgré une importation également plus importante pour le cas bidirectionnel, sa production augmente.

Figure 21

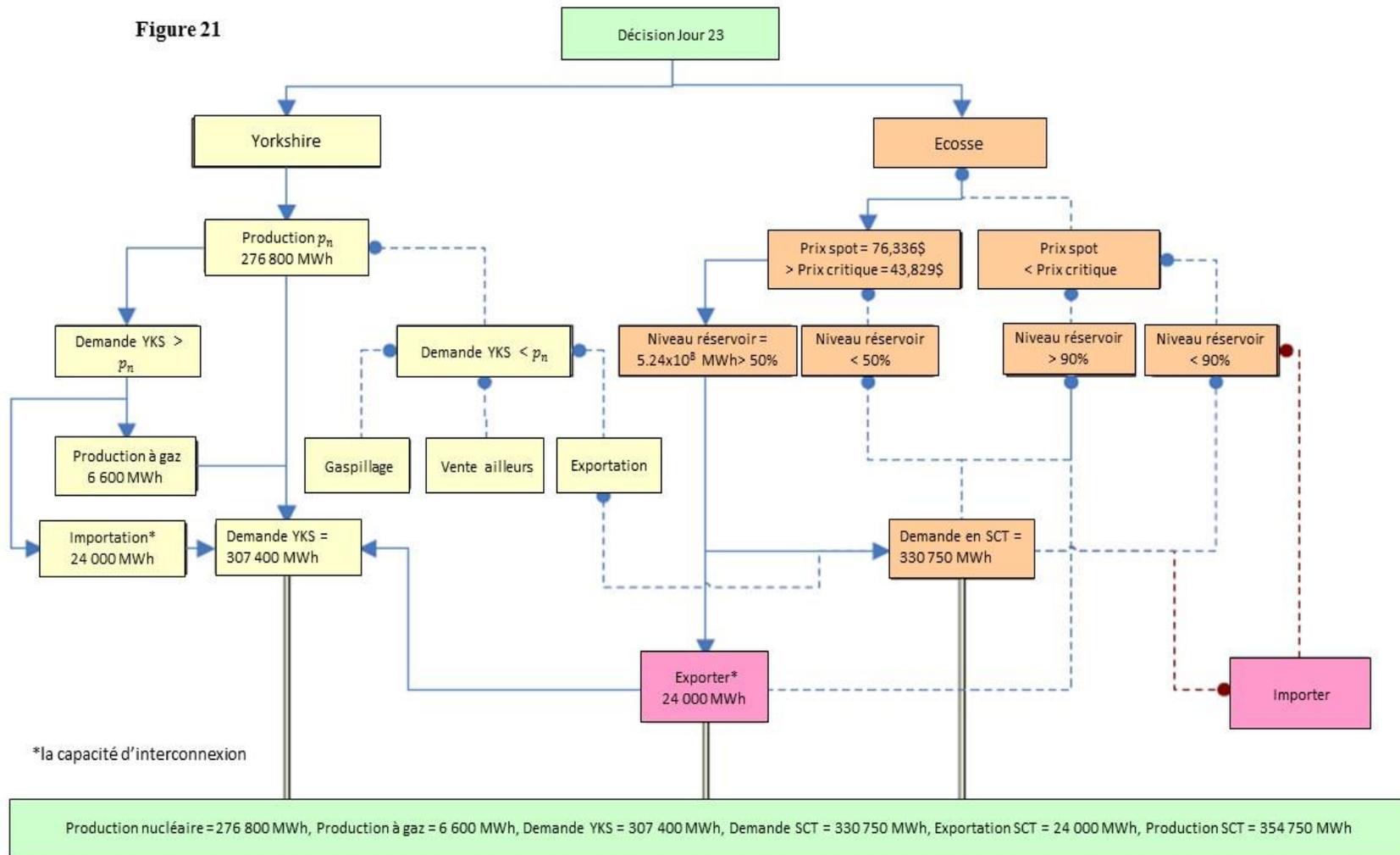
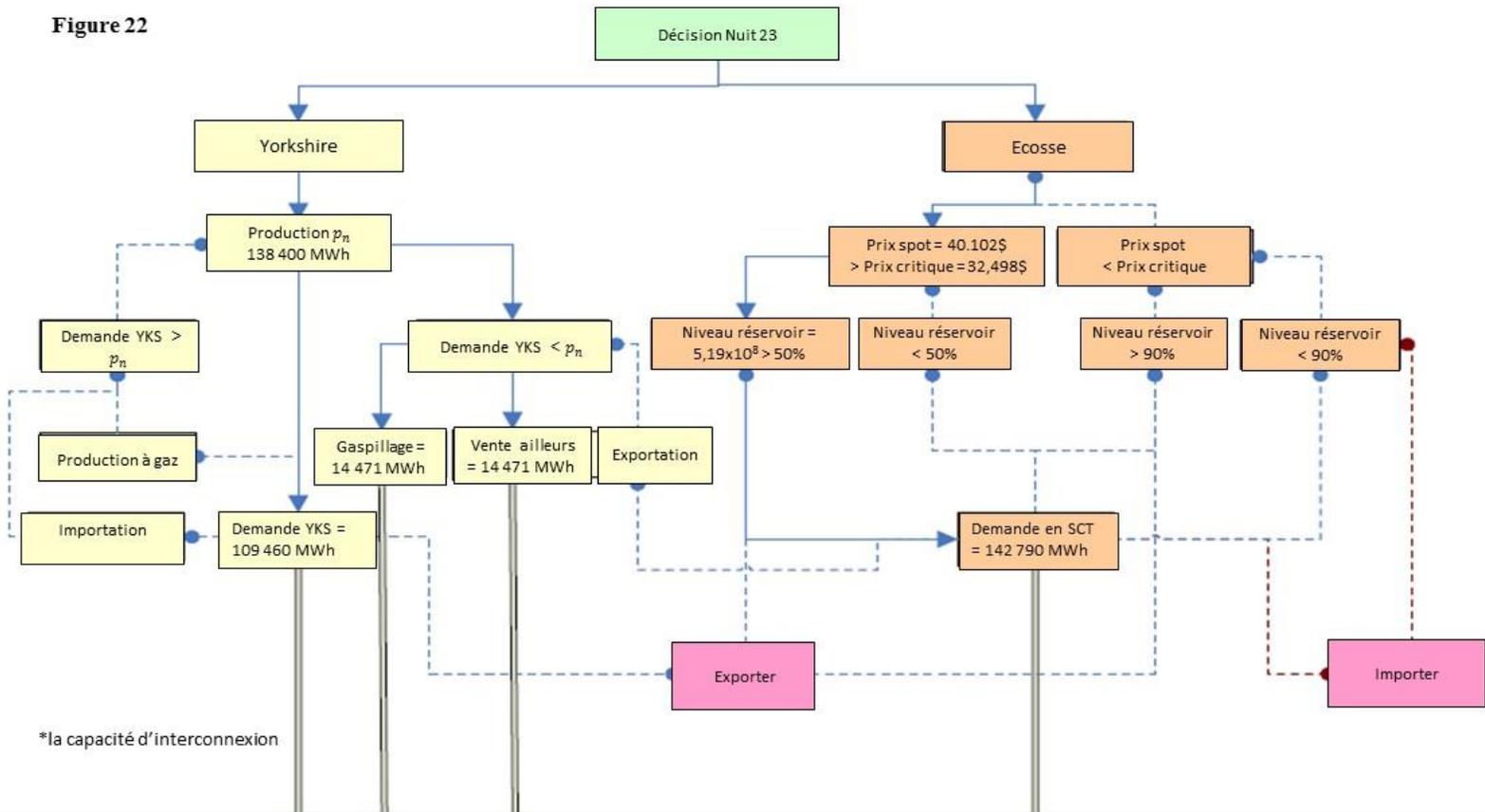


Figure 22



\*la capacité d'interconnexion

Production nucléaire = 138 400 MWh, Demande YKS = 109 460 MWh, Exportation YKS = 12 000 MWh, Vente extérieure = Gaspillage = 14 471 MWh, Demande SCT = 145 770 MWh, Production SCT = 145 770 MWh

Les exportations annuelles de NP pour le modèle unidirectionnel et bidirectionnel sont égales. Elles seraient alors d'environ 2.95 TWh. Dans les deux cas, le tableau montre que les exportations augmentent quand la capacité de la ligne d'interconnexion augmente. Le résultat montre que 95% de production d'électricité est pour satisfaire la demande locale. Ainsi l'espérance de profit total annuel de NP varie selon le prix de vente fixé.

Pour la capacité d'interconnexion de 1200 MW et les prix de vente fixé 40 \$/MWh, NP fait environ 2 470.70 M\$ de profit par année pour le modèle unidirectionnel et 2476.61 M\$ pour le bidirectionnel.

Pour les deux cas, l'espérance de profit augmente quand la capacité d'interconnexion augmente. Rappelons que le profit de l'Ecosse provient de la vente au prix fixé en Ecosse, de l'exportation au prix spot et de coût évité pour le cas bidirectionnel.

Quand la capacité d'interconnexion augmente, l'exportation augmente par conséquence, le profit augmente et le gain de l'interconnexion augmente également.

Prix de vente	Valeur	Capacité d'interconnexion			
		0 MW	1200 MW	1500 MW	1800 MW
60\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	5996.20	6087.70	6103.00	6115.20
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
	Quantité exportée de l'Ecosse (TWh)	0.00	2.96	3.41	3.76
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Quantité importée SCT(TWh)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Production totale de l'Ecosse (TWh)	179.79	182.75	183.20	183.55
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
50\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	4188.13	4279.20	4294.50	4306.80
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
	Quantité exportée de SCT (TWh)	0.00	2.95	3.39	3.74
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Quantité importée SCT(TWh)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Production totale du SCT (TWh)	179.80	182.75	183.20	183.55
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
40\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	2379.63	2470.70	2485.95	2498.23
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
	Quantité exportée du SCT (TWh)	0.00	2.96	3.41	3.76
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Quantité importée SCT (TWh)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Production totale du SCT (TWh)	179.78	182.75	183.20	183.55
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60

TABLEAU 29. L'ESPÉRANCE DE PROFIT, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION POUR L'ECOSSE MODÈLE UNIDIRECTIONNEL - CAPACITÉ DE PRODUCTION NUCLÉAIRE = 17 300 MW

#### Le gain d'interconnexion pour Northwater Power : cas unidirectionnel

$$\Pi_{SCT_1, cap} - \Pi_{SCT_1, 0} = (P_t - C_{tm} - C_{st}) \times E_{SCT, cap} = \text{Profit incrémental d'exportation}$$

Par exemple, pour une capacité d'interconnexion de 1200 MW, le prix fixé de 40\$/MWh, le gain d'interconnexion est de 91.07, c.à.d.  $91.07 = 2470.70 - 2379.63 = 91.07$  ce qui est le profit incrémental de l'exportation.

Prix de vente	Valeur	Capacité d'interconnexion			
		0 MW	1200 MW	1500 MW	1800 MW
60\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	5996.50	6093.81	6110.63	6124.52
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
	Quantité exportée de SCT (TWh)	0.00	2.95	3.40	3.75
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	58.89	73.59	88.21
	Quantité importée SCT (TWh)	0.00	1.60	1.99	2.39
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	43.08	53.82	64.46
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	36.84	46.01	55.04
	Production totale de SCT (TWh)	179.79	181.15	181.20	181.15
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	97.31	114.13	128.03
50\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	4188.00	4285.31	4302.13	4316.02
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	91.07	106.32	118.60
	Quantité exportée du SCT (TWh)	0.00	2.95	3.40	3.75
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	43.26	54.06	64.83
	Quantité importée SCT (TWh)	0.00	1.60	1.99	2.39
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	43.08	53.82	64.46
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	36.84	46.01	55.04
	Production totale de SCT (TWh)	179.79	181.15	181.20	181.15
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	97.31	114.13	128.03
40\$/MWh	Profit de l'Ecosse (M\$)	<u>2379.30</u>	<u>2476.61</u>	2493.43	2507.32
	Profit incrémental d'export SCT (M\$)	0.00	<u>91.07</u>	106.32	118.60
	Quantité exportée de SCT (TWh)	0.00	2.95	3.40	3.75
	Profit incrémental d'import SCT (M\$)	0.00	27.04	33.80	40.56
	Quantité importée SCT (TWh)	0.00	1.60	1.99	2.39
	Coût évité pour SCT (M\$)	0.00	<u>43.08</u>	53.82	64.46
	Coût payé pour l'importation SCT (M\$)	0.00	<u>36.84</u>	46.01	55.04
	Production totale de SCT (TWh)	179.79	181.15	181.20	181.15
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	<u>97.31</u>	114.13	128.03

TABLEAU 30. L'ESPÉRANCE DE PROFIT, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION POUR L'ECOSSE - MODELE BIDIRECTIONNEL, CAPACITE DE PRODUCTION NUCLEAIRE = 17300MW

### Le gain d'interconnexion pour Northwater Power : cas bidirectionnel

$$\Delta \Pi_{SCT} = (\Pi_{SCT, cap} - \Pi_{SCT, 0})$$

$$= (P_t - C_{tm})E_{SCT, cap} - P_t I_{SCT, cap} + C_{st} I_{SCT, cap} - C_{st} E_{SCT, cap}$$

$$= (P_t - C_{tm} - C_{st})E_{SCT, cap} - P_t I_{SCT, cap} + C_{st} I_{SCT, cap}$$

$$= \text{Profit incrémental d'exportation} + \text{Coût évité pour SCT} - \text{Coût de l'importation}$$

Par exemple, pour une capacité d'interconnexion de 1200 MW, le prix fixé de 40 \$/MWh, le gain d'interconnexion est de 97.31 M\$, ce qui est égal au profit incrémental de l'exportation plus le coût évité moins le cout de l'importation :  $97.31 = 2476.61 - 2379.30 = 91.07 + 43.08 - 36.84$ .

Le Tableau 31 représente l'espérance de profit, de l'exportation, de l'importation ainsi que le gain d'interconnexion pour Humber Power pour la capacité de production nucléaire de 17 300 MW et la capacité d'interconnexion de [0,1200,1500,1800]MW. Pour la capacité d'interconnexion 1200 MW, HP produit en moyenne 153.24 TWh par année (151.54 TWh par centrale nucléaire et 1.70 TWh par centrale à gaz) pour le modèle unidirectionnel et le modèle bidirectionnel. Pour tous les deux cas, la production totale de HP diminue quand la capacité d'interconnexion augmente : quand la capacité d'interconnexion augmente, elle peut importer plus, alors la production à gaz diminue ainsi sa production totale diminue.

Pour la même capacité d'interconnexion mentionnée, l'espérance de profit total annuel de HP est de 3093.80 M\$ (2 909.94 M\$ de profit relation Ecosse et 183.86 M\$ de profit relation externe) pour le modèle unidirectionnel et de 3108.20 M\$ (2938.43 M\$ de profit relation Ecosse et 169.77 M\$ de profit relation externe) pour le modèle bidirectionnel. Dans tous les deux cas, l'espérance de profit total et profit relation Ecosse augmente quand la capacité d'interconnexion augmente. Rappelons que par hypothèse, HP importe de l'électricité de l'Ecosse dans les cas unidirectionnel et bidirectionnel. La ligne d'interconnexion joue un rôle important. Quand la capacité augmente, l'importation augmente et la production par centrale à gaz (à coût très élevé) diminue, ainsi le coût de production (très élevé) diminue ce qui augmente le profit.

Le profit relation externe, provenant d'une vente 50% de l'électricité en surplus (c.à.d. production nucléaire moins la demande du Yorkshire moins l'exportation vers l'Ecosse) reste constant pour toute capacité d'interconnexion pour le modèle unidirectionnel. Pour le modèle bidirectionnel, il diminue quand la capacité d'interconnexion augmente : quand la capacité d'interconnexion augmente, l'exportation vers l'Ecosse augmente. La quantité de l'électricité en surplus diminue, ce qui fait baisser le profit relation externe. Pour les deux cas, le coût évité d'HP varie entre 0 \$ à 312 M\$ pour la capacité d'interconnexion de 0 à 1800 MW.

Modèle	Valeur	Capacité d'interconnexion			
		0 MW	1200 MW	1500 MW	1800 MW
Unidirectionnel	Profit total du Yorkshire (M\$)	3042.30	3093.80	3099.70	3103.70
	Profit relation SCT (M\$)	<u>2858.50</u>	<u>2909.94</u>	2915.85	2919.83
	Profit relation externe (M\$)	183.81	183.86	183.85	183.87
	Profit incrémental d'export YKS (M\$)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Quantité exportée du YKS (TWh)	0.00	0.00	0.00	0.00
	Coût évité pour YKS (M\$)	0.00	<u>246.20</u>	283.12	311.68
	Coût payé pour l'importation (M\$)	0.00	<u>194.76</u>	225.77	250.35
	Production à gaz pour YKS (TWh)	4.59	1.70	1.26	0.93
	Production totale du YKS (TWh)	156.14	153.24	152.81	152.47
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	<u>51.44</u>	57.35	61.33
Bidirectionnel	Profit total du Yorkshire (M\$)	3042.30	3108.20	3117.70	3125.20
	Profit relation SCT (M\$)	<u>2858.50</u>	<u>2938.43</u>	2951.40	2962.32
	Profit relation externe (M\$)	183.81	169.77	166.29	162.85
	Profit incrémental d'export YKS (M\$)	0.00	<u>28.07</u>	35.04	41.91
	Quantité exportée du YKS (TWh)	0.00	1.60	1.99	2.39
	Coût évité pour YKS (M\$)	0.00	<u>246.20</u>	283.12	311.68
	Coût payé pour l'importation (M\$)	0.00	<u>194.34</u>	225.27	249.77
	Production à gaz pour YKS (TWh)	4.59	1.70	1.26	0.93
	Production totale du YKS (TWh)	156.14	153.24	152.81	152.47
	Gain d'interconnexion SCT-YKS (M\$)	0.00	<u>79.93</u>	92.90	103.82

TABLEAU 31.

L'ESPÉRANCE DE PROFIT, D'EXPORTATION ET DE PRODUCTION TOTALE POUR LE YORKSHIRE POUR LES MODÈLES UNIDIRECTIONNEL ET BIDIRECTIONNEL - CAPACITÉ DE PRODUCTION NUCLÉAIRE = 17 300 MW

### La différence de profit ou le gain d'interconnexion pour le Yorkshire : cas unidirectionnel

$$\begin{aligned}\Pi_{YKS,Cap} - \Pi_{YKS,0} &= C_g(G_0 - G_{Cap}) - P_t I_{YKS,Cap} \\ &= C_g I_{YKS,Cap} - P_t I_{YKS,Cap} \\ \Delta_{YKS,Cap} &= \text{Coût évité} - \text{Coût de l'importation}\end{aligned}$$

Par exemple, pour une capacité d'interconnexion de 1200MW, le gain d'interconnexion pour le Yorkshire est de 51.44 M\$, ce qui est égal au coût évité moins le coût de l'importation, c.à.d.  $51.44 = 2909.94 - 2858.50 = 246.20 - 194.76 = 51.44$ .

### La différence de profit ou le gain d'interconnexion pour le Yorkshire : cas bidirectionnel

$$\begin{aligned}\Delta\Pi_{YKS} &= (\Pi_{YKS,Cap} - \Pi_{YKS,0}) = (P_t - C_{tm})E_{YKS,Cap} + C_g(G_0 - G_{Cap}) - P_t I_{YKS,Cap} \\ &= \text{Profit incrémental d'exportation YKS} + \text{Coût évité} - \text{Coût de l'importation}\end{aligned}$$

Par exemple, pour une capacité d'interconnexion de 1200 MW, le gain d'interconnexion pour Humber Power est de 79.93 M\$, ce qui est égal au profit incrémental d'exportation plus le coût évité moins le coût de l'importation, c.à.d.  $79.93 = 2938.43 - 2858.50 = 28.07 + 246.20 - 194.34 = 79.93$ .

Pour les deux cas, le gain d'interconnexion augmente quand la capacité d'interconnexion augmente. La même explication que la précédente s'applique. Quand la capacité d'interconnexion augmente, l'exportation de l'Ecosse pour les deux cas augmente, l'exportation du Yorkshire pour le modèle bidirectionnel augmente, ainsi le gain d'interconnexion augmente.

La relation de gain d'interconnexion de Northwater Power et d'Humber Power et le profit incrémental, le coût évité et le coût de l'importation pour le cas bidirectionnel sont représentés dans les Figures 23 et 24.

Figure 23

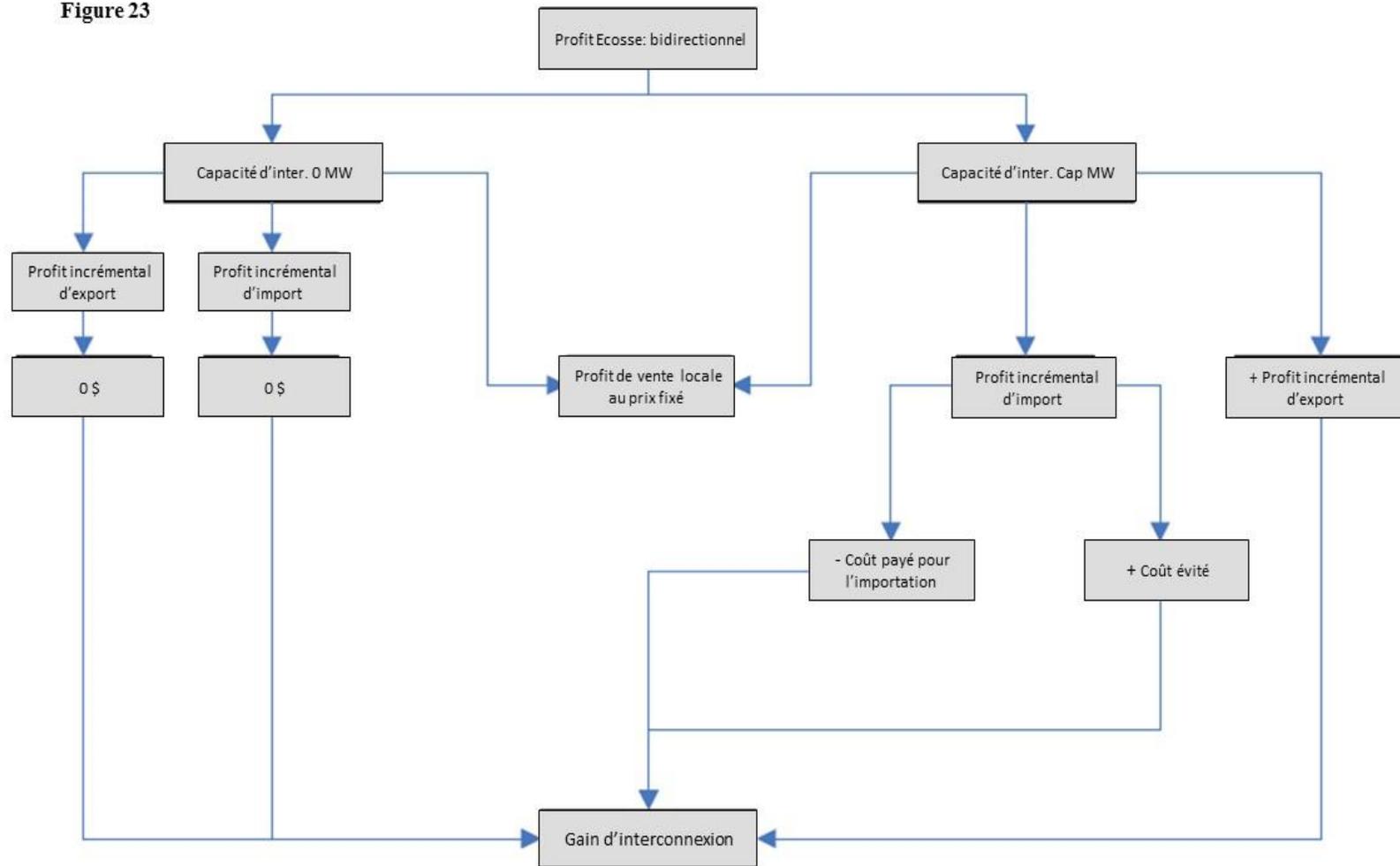
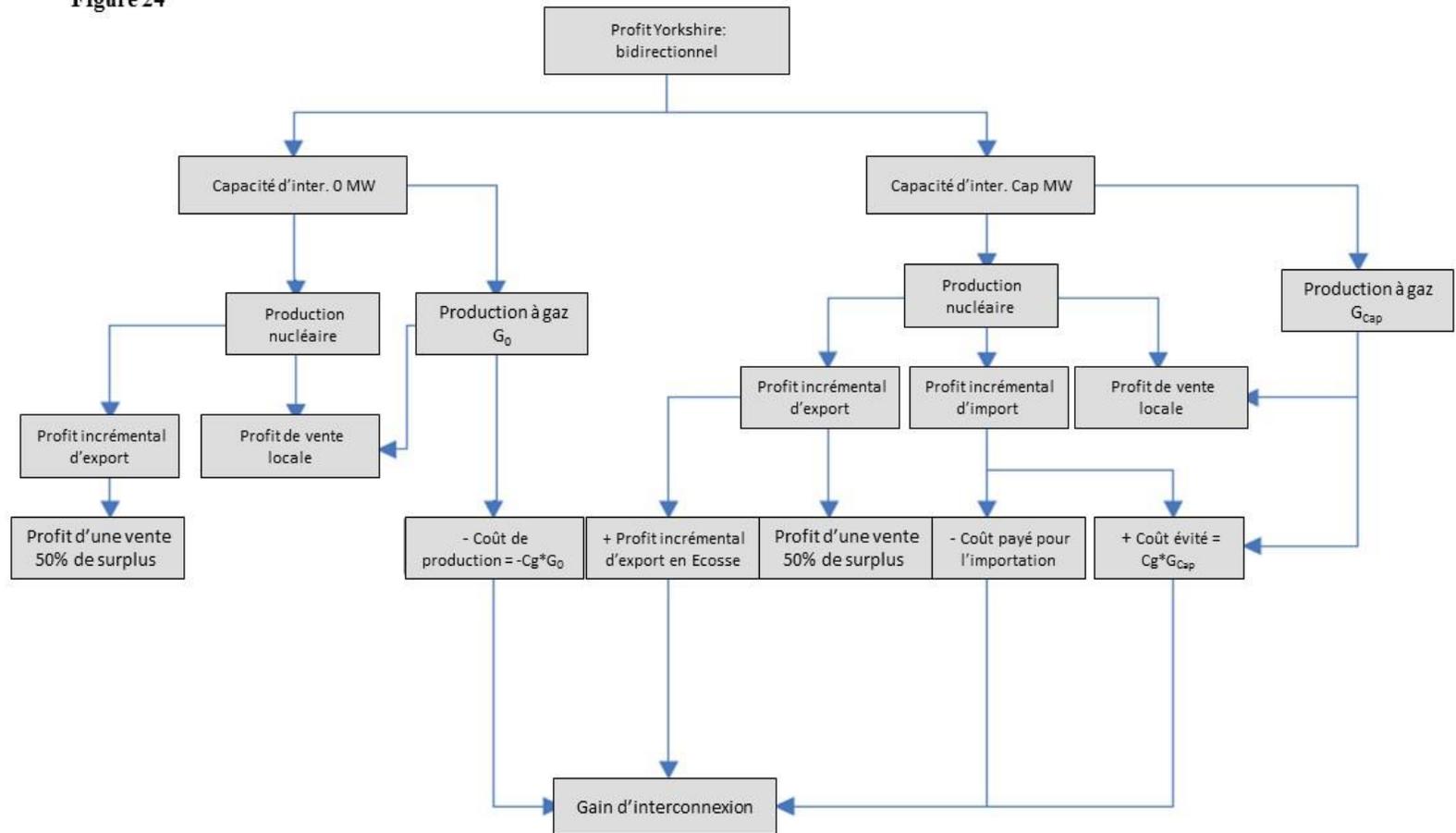


Figure 24



FLUX MENSUEL – EXPORT ET IMPORT ECOSSE

Rappelons que les exportations et importations Ecosse sont faites en fonction du prix spot. Le Tableau 32 représente les moyennes mensuelles d'une année donnée du prix spot (durant la journée et durant la nuit) ainsi que les moyennes mensuelles de l'exportation et l'importation Ecosse.

Mois	Prix spot – nuit (\$/MWh)	Prix spot – jour (\$/MWh)	Export SCT – jour (MWh)	Import SCT – nuit (MWh)
Octobre	30.900	60.971	13996	4438
Novembre	30.552	60.874	14062	4602
Décembre	30.935	60.753	14008	4318
Janvier	31.209	61.226	14510	4010
Février	27.900	66.163	17663	6221
Mars	27.199	66.511	17875	6452
Avril	26.587	67.134	18563	6700
Mai	26.807	67.196	18346	6488
Juin	27.369	61.285	13170	6015
Juillet	26.571	60.577	12753	6246
Août	26.478	60.704	12699	5413
Septembre	26.240	61.282	13228	6767

TABLEAU 32. MOYENNE MENSUELLE SUR UNE SIMULATION DU PRIX SPOT, DE L'EXPORTATION ET DE L'IMPORTATION

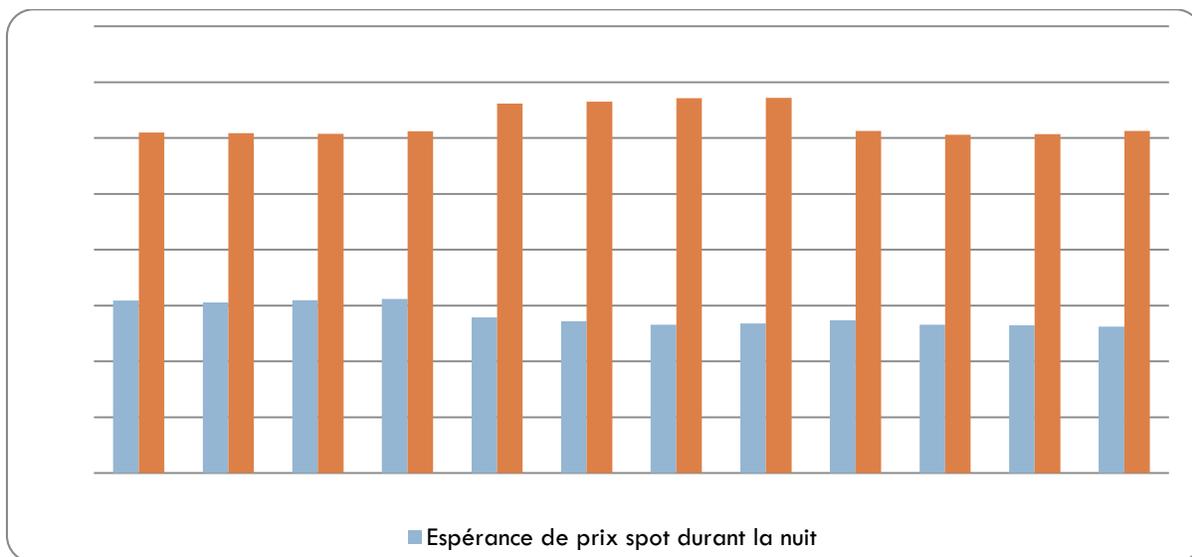


FIGURE 25. HISTOGRAMME DE LA MOYENNE : PRIX SPOT

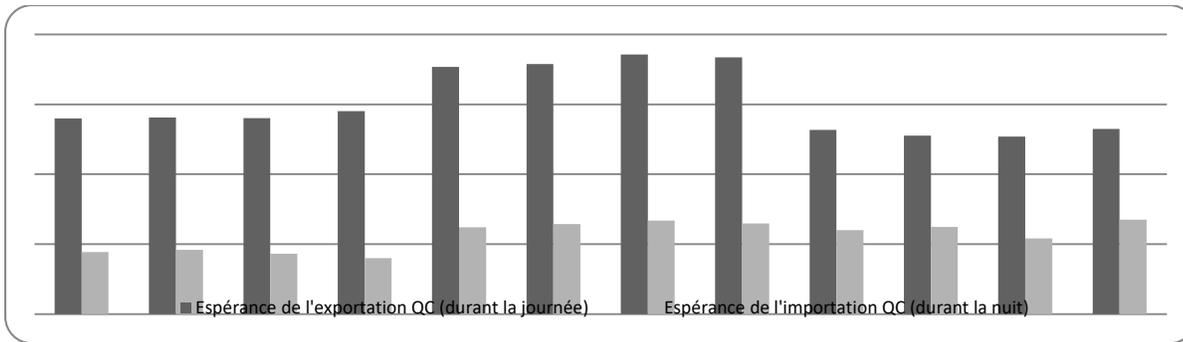


FIGURE 26. HISTOGRAMME DE LA MOYENNE : EXPORTATION ET IMPORTATION ECOSSE

Le Tableau 33 représente la valeur incrémentale de l'exportation et de l'importation de NP et de HP pour le modèle bidirectionnel, avec capacité d'interconnexion  $Cap = [1200, 1500, 1800]MW$  et la capacité de production nucléaire  $p_n = 17\ 300\ MW$ .

Valeur incrémentale	Capacité d'interconnexion		
	1200MW	1500MW	1800MW
Exportation SCT (M\$)	91.07	106.32	118.60
Importation SCT (M\$)	58.89	73.59	88.21
Exportation YKS (M\$)	28.07	35.04	41.91

TABLEAU 33

Le Tableau 34 représente les gains d'interconnexion (extrait des Tableau 28, 29, 30) des deux modèles ainsi que la variation de valeur entre le modèle unidirectionnel et bidirectionnel.

Firme	Modèle	1200MW	1500MW	1800MW
Ecosse	Unidirectionnel	91.07	106.32	118.60
	Bidirectionnel	97.31	114.13	128.03
	Variation	6.24	7.81	9.43
Yorkshire	Unidirectionnel	51.44	57.35	61.33
	Bidirectionnel	79.93	92.90	103.82
	Variation	28.49	35.55	42.49

TABLEAU 34. ESPÉRANCE DE GAIN D'INTERCONNEXION (M\$)

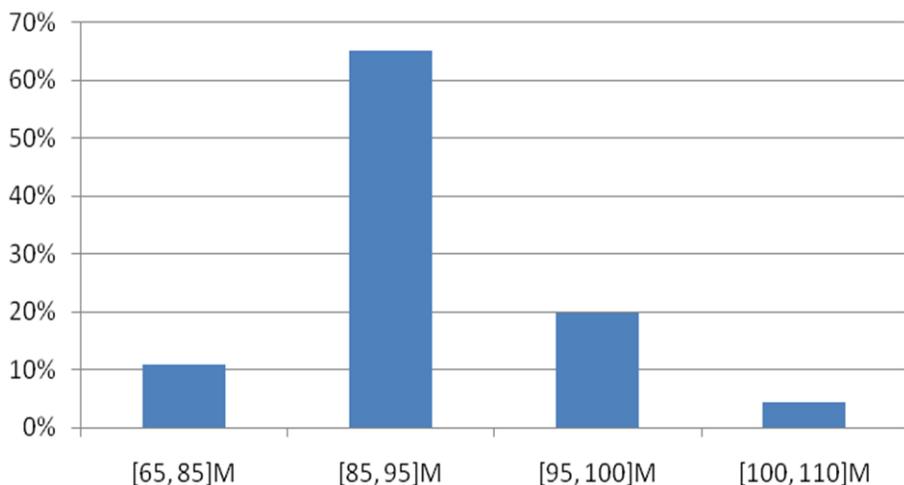
Le tableau 35 représente la variation de valeurs d'exportation et d'importation ainsi que la probabilité des valeurs sur 5000 scénarios pour la capacité d'interconnexion  $Cap = [1200, 1500, 1800]MW$  et la capacité de production nucléaire  $p_n = 17\ 300\ MW$ .

Pour la capacité d'interconnexion de 1200MW et la capacité de production nucléaire de 17 300 MW, la probabilité que le profit incrémental d'exportation de l'Écosse soit entre [65, 85] M\$ est de 11%, entre [85, 95] M\$ est de 65%, entre [95, 100] M\$ est de 20% et entre [100, 110] M\$ est de 4%. Quant au profit incrémental d'importation, la probabilité qu'il soit entre [15, 25] M\$ est de 11%, entre [25, 30] M\$ est de 76%, entre [30, 40] M\$ est de 13%. La probabilité que le profit incrémental d'exportation Yorkshire soit entre [15, 25] M\$ est de 12%, entre [25, 30] M\$ est de 55% et entre [30, 40] M\$ est de 33%.

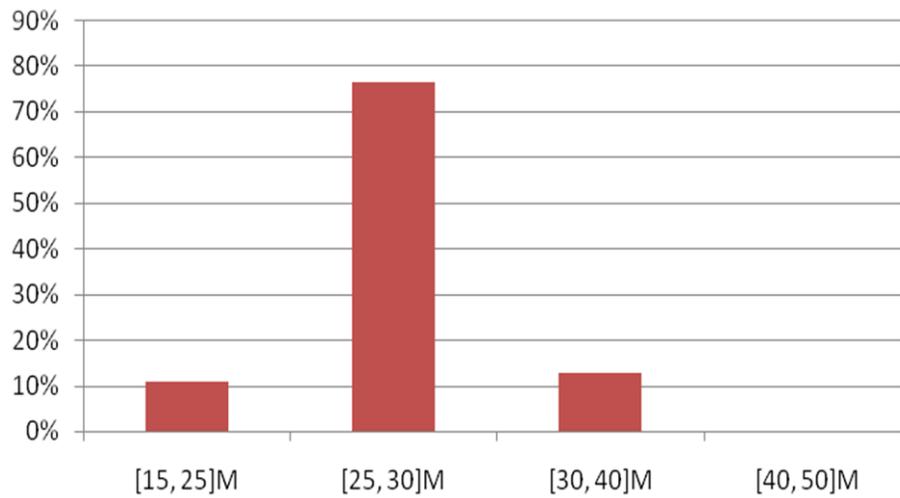
Cap. d'inter.	Export SCT	Pourcentage	Import SCT	Pourcentage	Export YKS	Pourcentage
1200MW	[65, 85]M	11%	[15, 25]M	11%	[15, 25]M	12%
	[85, 95]M	65%	[25, 30]M	76%	[25, 30]M	55%
	[95, 100]M	20%	[30, 40]M	13%	[30, 40]M	33%
	[100, 110]M	4%	[40, 50]M	0%	[40, 50]M	0%
1500MW	[75, 100]M	14%	[15, 30]M	8%	[15, 30]M	8%
	[100, 110]M	55%	[30, 35]M	46%	[30, 35]M	32%
	[110, 120]M	29%	[35, 40]M	45%	[35, 40]M	47%
	[120, 130]M	1%	[40, 45]M	1%	[40, 50]M	13%
1800MW	[80, 100]M	2%	[15, 35]M	7%	[15, 35]M	7%
	[100, 120]M	53%	[35, 40]M	22%	[35, 40]M	18%
	[120, 130]M	39%	[40, 45]M	59%	[40, 45]M	43%
	[130, 150]M	6%	[45, 55]M	13%	[45, 60]M	32%

**TABLEAU 35. VARIATION DE VALEURS D'EXPORTATION ET D'IMPORTATION AINSI QUE LA PROBABILITÉ DE VALEUR SUR 5000 SIMULATIONS SELON LA CAPACITÉ D'INTERCONNEXION**

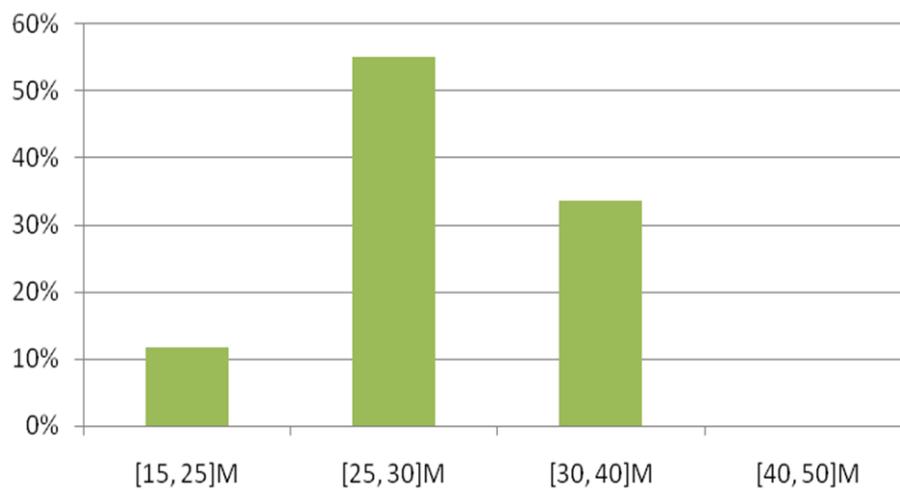
Ces variations de valeurs avec le pourcentage de variation sont représentées par les histogrammes suivants :



**FIGURE 27. ESPÉRANCE DE PROFIT INCRÉMENTAL D'EXPORTATION ECOSSE**  
 $p_n = 17300$  MW, CAPACITÉ D'INTERCONNEXION = 1200 MW



**FIGURE 28. ESPÉRANCE DE PROFIT INCRÉMENTAL D'IMPORTAION ECOSSE**  
 $p_n = 17300$  MW, CAPACITÉ D'INTERCONNEXION = 1200 MW



**FIGURE 29. ESPÉRANCE DE PROFIT INCRÉMENTAL D'EXPORTATION YORKSHIRE**  
 $p_n = 17300$  MW, CAPACITÉ D'INTERCONNEXION = 1200 MW

## 15:9 - CONCLUSION

L'objectif de ce projet était d'évaluer la flexibilité des centrales hydroélectriques ainsi que la ligne d'interconnexion Yorkshire-Ecosse avec l'approche des options réelles. Tout d'abord, nous avons calibré nos modèles en procédant aux études de sensibilités de la valeur des deux parcs par rapport à des variations des paramètres : la vitesse de retour à la moyenne et la volatilité des arrivées d'eau, la vitesse et la volatilité du prix spot. Ensuite, nous avons fait l'estimation des paramètres de nos modèles à partir des données 'historiques'. Nous avons étudié aussi les sensibilités de l'espérance de profit par rapport aux variations de la production nucléaire et de la capacité de la ligne d'interconnexion.

Le résultat de nos études de sensibilité des différents paramètres indique que l'espérance annuelle de profit pour les centrales à réservoirs est significativement plus élevée due à la flexibilité du système. Les processus stochastiques des arrivées d'eau, du prix spot et de la demande sont discutés. Les résultats de nos simulations sont compatibles avec le fait que les arrivées d'eau sont plus élevées au printemps et à l'été qu'à l'automne et en hiver, contrairement aux mouvements des prix spots et des demandes qui sont plus élevés en automne et en hiver et moins élevés au printemps et en été. L'espérance de profit annuel dépend des interactions de plusieurs processus stochastiques des arrivées d'eau, du prix spot et de la demande.

Les études indiquent que parmi les quatre paramètres étudiés (la volatilité et la force de retour à la moyenne des arrivées d'eau, la volatilité et la vitesse du prix spot), les volatilités des arrivées d'eau et du prix spot ont généralement plus d'impact sur l'espérance de profit.

Les paramètres estimés capturent bien les comportements du prix et la demande réelle. Les statistiques du prix et de la demande prédits pour les deux parcs s'approchent des statistiques des données historiques. Malgré les facteurs stochastiques du processus prix spot et le manque de détail au niveau de volatilité des prix horaires, nos résultats sont assez bons. L'espérance de profit des deux parcs en fonction de la capacité de production nucléaire ainsi que la capacité de la ligne d'interconnexion rencontrent nos attentes.

# 15:10 - ANNEXES

## A1 - The spot price stochastic process

The Ornstein-Uhlenbeck process for spot price model is given as:

$$dP_t = \lambda \left( f(t) + \frac{1}{\lambda} f'(t) - P_t \right) dt + \sigma_S dW_t$$

This model can be easily estimated and explicitly solved (see Karatzas and Shreve) which leads to a mean  $\mu$  and corresponding variance  $\Sigma$ .

$$\begin{aligned} \mu &= E(P_t) = f(t) + (P_0 - f(0))e^{-\lambda t} \\ \Sigma &= Var(P_t) = \frac{\sigma_S^2}{2\lambda} (1 - e^{-2\lambda t}) \quad \forall \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Observe that if  $P_0 \sim N\left(\frac{\sigma_S^2}{2\lambda}\right)$ ,  $P$  becomes a (strictly) stationary Gaussian process with covariance function of  $\frac{\sigma_S^2}{2\lambda} e^{-\lambda t}$ . Also that if we slightly modify (10) to:

$$dP_t = \lambda(\alpha - P_t)dt + \sigma_S dZ(\lambda t)$$

where  $P_0 \sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right)$ , and  $Z = \{Z_t\}$  is an independent Gaussian process with  $Z_t \sim N(0, t\sigma^2)$ , the associated stationary distribution is normal with mean 0 and variance  $\frac{\sigma^2}{2}$ . The likelihood function of this model is explicitly given by:

$$L(\sigma^2, \lambda, \alpha) = f_{P_0}(X_0) \prod_{t=0}^T f_{P_t|P_{t-1}=X_{t-1}}(X_t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{X_0^2}{\sigma^2}\right) \prod_{t=0}^T \frac{\exp\left(\frac{-(X_t - X_{t-1}e^{-\lambda dt})}{\sigma^2(1 - e^{-2\lambda dt})}\right)}{\sigma\sqrt{(\pi(1 - e^{-2\lambda dt}))}}$$

where  $X_t$  is the observed spot price at time  $t$ .

Hence, the observed maximum likelihood estimator can be easily found by numerically maximizing the log-likelihood function:

$$K(\sigma^2, \lambda, \alpha) = -\frac{(T+1)}{2} \log(\pi\sigma^2) - \frac{X_0^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (1 - e^{-2\lambda dt}) - \sum_{t=1}^T \frac{[(X_t - \alpha) - (X_{t-1} - \alpha)e^{-\lambda dt}]^2}{\sigma^2(1 - e^{-2\lambda dt})}$$

## A2 - The trigger spot price:

Le prix critique est calculé en utilisant les méthodes quadratiques pour une approximation des valeurs des options Américaines proposées par BARONE-ADESI AND WHALEY (1987).

La valeur approximative de l'option américaine s'est écrit comme étant la valeur de l'option européenne  $p(S, T)$  plus une prime d'exercer l'option plus tôt,  $\varepsilon(S, T)$ . Elle est représentée par

$$P(S, T) = p(S, T) + \varepsilon(S, T)$$

Les méthodes proposées consistent à trouver une solution approximative de l'équation différentielle partielle de prime  $\varepsilon(S, T)$  :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \varepsilon_{SS} + bS\varepsilon_S - r\varepsilon + \varepsilon_t = 0$$

où

$\varepsilon$  : Valeur de l'option

$S$  : Prix spot d'électricité

$r$  : Taux d'intérêt sans risque

$\sigma$  : Volatilité du prix

$b$  : Coût de retenir l'option ( $b = r$  pour des actifs qui ne paie pas de dividende)

Le coût de retenir l'option décrit le mouvement du prix de commodité en fonction du temps.

C'est une équation différentielle de second ordre. La solution générale est

$$\varepsilon(S) = K(\alpha_1 S^{q_1} + \alpha_2 S^{q_2})$$

où  $\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2$  sont des constants à déterminer. Cette fonction  $f$  tend vers 0 quand  $S$  tend vers l'infini. Ce n'est pas acceptable que la valeur de l'option de vente est zéro, alors il faut imposer  $\alpha_2 = 0$  et la valeur approximative de l'option put américaine est égale à

$$P(S, T) = p(S, T) + K\alpha_1 S^{q_1} = p(S, T) - \{1 - e^{(b-r)T} N[-d_1(S)]\} \frac{S}{q_1}$$

où

$$\alpha_1 = -\{1 - e^{(b-r)T} N[-d_1(S)]\} \frac{1}{Kq_1 S^{q_1-1}}, \quad K = 1 - e^{-rt},$$

$$p(S, T) = X e^{-rT} N(-d_2(S)) - S e^{(b-r)T} N(-d_1(S))$$

$$q_1 = \frac{1}{2} \left[ -\left(\frac{2b}{\sigma^2} - 1\right) - \sqrt{\left(\frac{2b}{\sigma^2} - 1\right)^2 + 4 \frac{2r}{\sigma^2 K}} \right]$$

$$d_1(S) = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[ \log\left(\frac{S}{K}\right) + \left(b + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]$$

$$d_2(S) = d_1(S) - \sigma\sqrt{T}$$

Au-dessus de la valeur du prix critique  $S^*$ , la valeur de put américaine est égale à  $(S - X)$  où  $X$  est le prix d'exercice de l'option. Le prix critique  $S^*$  de la commodité est déterminé en résolvant

$$X - S^* = p(S^*, T) - \{1 - e^{(b-r)T} N[-d_1(S^*)]\} \frac{S^*}{q_1}$$

## 15:11 - REFERENCES

- ABDELKHALEK, A., DUFOUR, J.-M., (2003), 'Statistical inference for calibrated parameters in computable general equilibrium models' Discussion Paper, C.R.D.E. and CIRANO, Université de Montréal.
- AMBEC, S., DOUCET, J. A., (2003), 'Decentralizing Hydro Power Production', *Canadian Journal of Economics/Revue Canadienne d'Economie*, 36 (2), 21, 587 – 607.
- BARONE-ADESI, G. AND WHALEY, R., (1987), 'Efficient analytic approximation of American option values', *Journal of Finance*, 42(2), 301 – 320.
- BOYER, M., (2007), « Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation long terme des actifs physiques », CIRANO 2007RP-09. Voir Chapitre 18.
- BOYER, M. AND GRAVEL, E., (2006), 'Évaluation de projets : La valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)', *Assurances et gestion des risques*, 74(2), 163-185.
- BURGER, M., KLAR, B., MULLER, A. AND SCHINDLMAYR, G., (2004), 'A spot market model for pricing derivatives in electricity markets', *Quantitative Finance*, 4, 109 – 122.
- COPELAND, T., KOLLER, T. AND MURRIN, J., (1994), *Valuation Measuring and Managing the Value of Companies*, Second Edition, Wiley.
- COPELAND, T., ANTIKAROV, V., (2003), *Real Options: a practitioner's guide*, 1st edition, Norton & Company.
- DAMONDARAN, A., (1996), *Investment Valuation: Tools and techniques for determining the value of any asset*, Wiley
- DOEGE, J., (2006), 'Valuation of Flexibility for Power Portfolios – A Dynamic Risk Engineering Approach', Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland.
- EBERLEIN, E. AND STAHL, G., (2003), *Energy and Power Risk Management*, Wiley
- EL-HAWARY, M. E., AND CHRISTENSEN, G. S., (1979), 'Optimal Economic Operation of Electric Power Systems', *Academic Press*.
- EYDELAND, A. AND WOLYNIEC, K., (2002), *Energy and Power Risk Management*, Wiley
- GARDNER, D., AND ZHUANG, Y., (2002), 'Valuation of Power Generation Assets: A Real Options Approach', *Algo Research Quality*, 3 (3)
- GIBSON, R. AND SCHWARTZ, E. S., (1990), 'Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent claims', *Journal of finance*, 45 (3), 954 – 976.
- HAUG, E., (2007), 'The Complete Guide to Options Pricing Formulas', McGrawHill, 2<sup>nd</sup> edition
- HLOUSKOVA, J., KOUSSMEIER, S., OBERSTEINER, M. AND SCHNABL, A., (2002), 'Real Option Models and Electricity Portfolio Management', OSCOGEN Discussion Paper No. 9.
- HORSLEY, A. AND WROBEL, A. J., (1999), 'Efficiency Rents of Storage Plants in Peak-Load Pricing: Hydroelectricity', London School of Economics and Political Science.
- JAVANAINEN, T., (2005) 'Analysis of Short-Term Hydro Power Production in The Nordic Electricity Market', Department of Engineering Physics and Mathematics, Helsinki University of Technology.

- KAMBAROGLU, G., MADLENER, R., AND DEMIREL, M., (2004), 'A Real Options Evaluation Model for The Diffusion Prospects of New Renewable Power Generation Technologies', Department of Industrial Engineering, Bogaziçi University, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- KRISTIANSEN, T., (2004) 'Financial Risk Management in the Electric Power Industry Using Stochastic Optimization', Department of Electrical Engineering, Norwegian University of Science and Technology.
- LAURANCE, A. J. AND KOTTEGODA, N. T., (1977), 'Stochastic Modelling of Riverflow Time Series', *The Journal of the Royal Statistical Society. Serie A*, 1, 140 (1), 1 – 47.
- OECD, (2002), 'Power Generation Investment in Electricity Market, Energy Market Reform', International Energy Agency.
- OKSENDAL. B., (1996), *Stochastic Differential Equations – An Introduction with Applications*, Springer- Verlag, Berlin.
- PILIPOVIC, D., (1998), *Energy Risk Valuing and Managing Energy Derivatives*, McGraw Hill, New York
- ROTTING, T. A. AND GJELSVIK, A., (1992), 'Stochastic Dual Dynamic Programming for Seasonal Scheduling in the Norwegian Power System', Norwegian Electric Power Research Institute (EFI), Norway
- SCHWARTZ, E. AND SMITH, J. E., (2000), 'Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices', *Management Science*, 46 (7), 893 – 911.
- UNGER, G., AND LUTHI, (2002), 'Power Portfolio Optimization and the Importance of Operational Flexibility', Zurich.
- UNGER, G., (2002), 'Hedging Strategy and Electricity Contract Engineering', Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.

# Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas

## CHAPITRE 16

Ce chapitre est basé sur le rapport de Marcel BOYER et Éric GRAVEL (2012), « Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas », CIRANO 2012s-26.

Bien que l'évaluation options réelles développée ici soit assez générale, l'entreprise Northern Canada Gas et le projet VEGA sont purement fictifs

### 16:1 - SOMMAIRE

Le projet VEGA de Northern Canada Gas (NCG) est évalué dans le but de montrer comment l'approche options réelles peut s'appliquer à ce type de projet. Bien que réaliste, cette étude est basée sur un cas fictif. Ainsi, elle se veut plutôt exploratoire quant à l'application éventuelle de l'approche à l'évaluation des investissements.

Nous avons considéré le projet VEGA comme comprenant trois sources de flexibilité particulièrement importantes : la flexibilité produire/livrer ou non selon les conditions de marché, la flexibilité de choisir la date de mise en production du puits et la flexibilité de choisir la date de démarrage du forage. La valeur de chaque décision de produire/livrer ou non est équivalente à une option de type « call européen » avec un prix d'exercice égal aux coûts de production et un sous-jacent donné par le revenu provenant de la vente du gaz. La valeur de l'option de produire/livrer détermine la valeur de l'option de procéder à la mise en production du puits une fois le forage terminé et ce, en fonction du prix du gaz et du niveau des réserves tels qu'observés au moment où la décision de mettre le puits en production doit être prise. Avant de débiter le forage, l'option de mettre le puits en production est comparable également à une option de type « call européen » qui a une durée égale au temps de forage, un prix d'exercice égal aux coûts de mise en production et un sous-jacent égal à la valeur espérée de l'option de produire/livrer. L'option de mise en production détermine à son tour la valeur de l'option de procéder au forage du puits VEGA-3. Avec la valeur de l'option de produire/livrer le gaz de VEGA-1, cette option constitue une fois retranché le coût d'acquisition de l'option VEGA, la valeur options réelles (VOR) du projet dans son ensemble.

Nous utilisons un processus de retour à la moyenne pour modéliser l'évolution du prix du gaz qui semble bien caractériser la dynamique du marché nord-américain. Ce processus se justifie comme suit : suite à un choc à la hausse du prix, les activités d'exploration s'intensifient, des puits plus coûteux seront mis en service et il est fort probable que certains consommateurs choisiront un substitut énergétique moins coûteux. Par conséquent, l'augmentation de l'offre et la diminution de la demande devraient entraîner une pression à la baisse sur le prix qui aura tendance à revenir à son niveau d'équilibre de long terme. Des phénomènes inverses similaires se produiront lors d'un choc à la baisse du prix et ce, jusqu'à ce que le marché retrouve son équilibre de long terme. Un processus de retour à la moyenne reproduit le phénomène de convergence vers l'équilibre sans toutefois exclure que des chocs à court terme

(température, bris de pipeline, etc.) se répètent continuellement. Mentionnons que choisir un mouvement selon lequel le prix réel du gaz (par exemple un mouvement brownien géométrique) suivrait une tendance à la hausse tout en subissant continuellement des chocs aléatoires autour de la tendance à la hausse ferait augmenter la valeur du projet. Par contre, si le vrai processus est un retour à la moyenne, cela peut amener le décideur à faire des choix erronés dans la sélection et dans la gestion optimale du projet.

Étant donné le processus aléatoire du prix et la règle de gestion de la production/livraison, nous avons déterminé la valeur de l'option de produire/livrer ou non le gaz. Dans le but de simplifier la présentation de notre modèle de base et d'obtenir une solution analytique au problème d'optimisation sous-jacent, nous supposons qu'il est impossible d'arrêter de produire mais qu'il est possible de ne pas livrer le gaz si le revenu net ainsi obtenu est trop faible. En d'autres termes, nous supposons que le stockage du gaz est impossible, ce qui nous amène à sous-estimer légèrement la valeur du projet. Pour vérifier l'importance de cette hypothèse, nous avons simulé l'exploitation du premier scénario VEGA-3 sur une période de 40 ans en supposant que le gestionnaire du puits peut décider de produire ou non au début de chaque semaine et qu'il est possible de stocker quand il n'y a pas de production. Étant donné le prix moyen de vente élevé et les coûts de production, nous trouvons que notre hypothèse simplificatrice a un effet négligeable sur la valeur du projet.

Pour un prix de départ égal au prix moyen de long terme de 12\$/mcf, un niveau de volatilité du prix de 35%, une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.2, la valeur options réelles (VOR) du projet VEGA s'élève, pour un taux d'actualisation de 5%, à 457 200\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et à 512 470\$ si on remplace du propane quand la production est supérieure à 500 mcf par jour. Pour un taux d'actualisation de 10%, la VOR est de 26 770\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et de 63 820\$ si on remplace du propane. Enfin, pour un taux d'actualisation de 12%, la VOR est de -84 860\$ si on remplace uniquement de l'huile à chauffage et de -52 220\$ si on remplace aussi du propane. La VOR est négative pour des taux d'actualisation plus élevés et avec ces paramètres, le taux de rendement interne (TRI) du projet se situe entre 10 et 12%.

Nous avons procédé à une étude de sensibilité de la VOR par rapport au paramètre de volatilité du prix (entre 10% et 60%) et à la force de retour à la moyenne (entre 0.1 et 0.6). Avec un niveau de volatilité du prix de 50% et une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.2, la VOR s'élève respectivement à 520 400\$ (à 578 410\$ avec propane), à 66 540\$ (à 105 540\$ avec propane) et à -50 680\$ (à -16 290\$ avec propane) pour les taux d'actualisation de 5%, 10% et 12%. Avec un niveau de volatilité du prix de 50% et une force de retour à la moyenne (demi-vie) de 0.1, ces valeurs s'élèvent respectivement à 692 160\$ (à 754 410\$ avec propane), à 164 560\$ (à 206 270\$ avec propane) et à 29 930\$ (à 66 620\$ avec propane).

Nous avons également évalué la possibilité que NCG puisse déterminer la date de mise en production du puits, plus précisément le délai entre la fin du forage et la décision de procéder ou non à la mise en production, et nous avons déterminé la valeur de cette option de timing et son impact sur la valeur du projet VEGA. L'option de timing est très importante si la valeur actualisée nette (VAN) du projet est faiblement positive ou négative selon les conditions actuelles du marché. Dans ce cas, si on a la possibilité de reporter temporairement l'investissement, il se peut que dans l'avenir, les conditions du marché s'améliorent suffisamment pour justifier l'investissement. Par conséquent, la flexibilité d'attendre a une valeur qui doit être prise en compte dans le processus d'évaluation et de décision. Nous discutons d'un cas réaliste où la VAN de mettre le puits en production est, selon les conditions de marché de départ, égale à -142 160\$, ce qui suggérerait d'abandonner le projet. Par contre, s'il y a possibilité d'attendre avant de mettre le puits en production, alors la VOR s'élève à 134 130\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 2 prochaines années, à 143 170\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 3 prochaines années, et à 146 980\$ si la mise en production du puits peut se faire au cours des 4 prochaines années. Par conséquent, en ignorant la flexibilité de reporter une décision, si évidemment cette flexibilité est présente, on sous-évalue le projet.

L'analogie entre la valeur de l'option d'attendre et une option de type « call américain » est intéressante car elle permet en quelque sorte de valider avec un marché organisé et liquide l'idée que le projet a une valeur même si sa

VAN est présentement négative. Par exemple, le 8 décembre 2003 à l'ouverture des marchés, les actions de la compagnie EnCana se transigeaient à un prix de 38.52\$US et il y avait en circulation, au même moment, des options permettant d'acheter une action à un prix d'exercice de 40\$US jusqu'au 20 décembre 2003. Même si le 8 décembre 2003 le prix d'exercice des options était supérieur de 1.48\$US à la valeur de l'action, ces options se transigeaient quand même à un prix de 0.20\$US chacune. Dans le cas de l'action/option VEGA, la valeur actualisée des flux monétaires provenant de l'exploitation du puits correspond à la valeur marchande de l'action alors que le coût de mise en production du puits correspond au prix d'exercice de l'option.

Une annexe regroupe l'ensemble des développements plus mathématiques qui sous-tendent notre analyse. L'évaluation fait intervenir une solution analytique pour la valeur de l'option de produire/livrer ou non et des solutions numériques pour les options de timing pour la mise en production et le forage.

Précisons qu'il faut être prudent dans l'interprétation des valeurs rapportées dans ce rapport. Tel que mentionné ci-haut, l'objectif du présent rapport est d'illustrer le potentiel de l'approche options réelles et non de fournir une valeur de projet qui pourrait servir à prendre ou à justifier une décision. En effet, notre travail de modélisation du processus de décision doit être complété par une estimation des paramètres tels le niveau de volatilité, la force de retour à la moyenne et par une étude plus approfondie du risque associé au projet, en particulier si les prix observés pour divers actifs transigés pourraient nous fournir de l'information quant à l'appréciation, par les marchés, des risques caractéristiques du projet VEGA.

Aussi, nous n'avons pas considéré dans notre étude le fait que la demande pour la production de VEGA est « régionale » et probablement très concentrée (monopole bilatéral entre un vendeur et un client) et que périodiquement, le gaz de VEGA pourrait ne pas trouver preneur. Avec ce type de marché, il est possible que le retour à la moyenne ne caractérise pas bien l'évolution du prix. Des négociations entre le vendeur et le ou les acheteurs pourraient donner naissance à des arrangements contractuels sujets à d'autres contingences que celles décrites par le retour à la moyenne.

Finalement, avec plus d'information quant au plan de développement du permis VEGA, il aurait été possible d'estimer la valeur de l'information générée par les résultats du forage de VEGA-3. Un communiqué de presse émis le 12 août 2003 nous laisse croire que malgré une présence commercialement insuffisante de pétrole et de gaz dans le puits VEGA-2, le forage de ce dernier a quand même fourni de l'information géologique qui sera utilisée pour guider les forages subséquents. La méthodologie des options réelles peut permettre d'évaluer la valeur de ces informations.

## 1 6:2 - INTRODUCTION

L'objet spécifique de ce rapport est de montrer à l'aide d'un cas réel comment la méthodologie des options réelles peut s'appliquer en tant qu'outil d'évaluation et d'aide à la décision. Le cas retenu est celui d'un investissement réalisé par Northern Canada Gas (NCG) en août 2003 dans le projet VEGA-3.

De plus, un projet plus vaste, le projet BenGulf, pourrait éventuellement faire l'objet d'une évaluation par l'approche des options réelles et nous abordons dans ce rapport les principales options réelles que recèle ce projet d'envergure et qui devrait faire l'objet d'une évaluation rigoureuse. Les données et hypothèses de base utilisées dans ce rapport sont essentiellement celles qui ont servi à l'étude financière interne du projet VEGA-3, selon les discussions que nous avons eues avec les gens de NCG.

Ce rapport n'a pas pour objectif de fournir une revue critique de la méthodologie suivie par NCG dans l'évaluation des investissements, ni de manière générale ni pour le cas spécifique de l'investissement considéré. Il se veut plutôt une illustration de l'intérêt que pourrait avoir NCG à adopter l'approche des options réelles à l'évaluation des investissements. Ce rapport n'est ni une présentation exhaustive du potentiel de l'approche des options réelles ni une analyse complète et pleinement approfondie du cas particulier qui fait l'objet de ce rapport. Il pourra servir tout au plus, à l'intérieur des limites temporelles et financières fixées pour notre étude, à indiquer de manière concrète le potentiel de l'approche.

La structure du rapport est la suivante. Dans les prochaines pages de l'introduction, nous présentons de manière succincte l'approche des options réelles. Par la suite, nous présentons dans la section 2 les éléments essentiels du projet VEGA. La section 3 est consacrée à l'évaluation comme telle du projet VEGA par l'approche des options réelles. Nous présentons et commentons dans la section 4 les résultats de cette évaluation. Dans la section 5, nous présentons les autres options réelles qui à notre avis devraient faire partie d'une évaluation plus complète du projet. La section 6 est consacrée au projet BenGulf. Un appendice contient l'ensemble des développements plus mathématiques qui sous-tendent notre analyse.

## 2.1 - L'approche options réelles (OR) en général

Lorsqu'on applique une approche options réelles (OR) à l'évaluation d'un projet d'investissement, c'est que l'on perçoit la décision comme un processus visant non seulement la réalisation ou non du projet mais aussi la réduction active de son exposition au risque baissier et l'augmentation de son exposition aux opportunités favorables. De manière générale, l'approche OR se situe entre la finance pure et les autres domaines de prise de décision en situation risquée tels l'évaluation de projet, l'entrée et la sortie d'un marché, la restructuration/réingénierie organisationnelle, l'adoption de nouvelles technologies, etc.

L'approche OR utilise des méthodologies auxquelles souscrivent du moins implicitement beaucoup de hauts-dirigeants ou gestionnaires supérieurs (*executives*) d'entreprise. En un certain sens, elle permet de rendre plus rigoureux et plus explicite le recours aux informations qualitatives qu'on représente souvent par le « *gut feeling* » des gestionnaires face à un investissement stratégique. L'application d'une approche OR, ou de manière moins formelle l'état d'esprit OR, peut ainsi être bénéfique dans plusieurs domaines primordiaux des entreprises modernes : la couverture et le développement proactif du marché, la finance, la gestion des ressources humaines, la gestion de la technologie, la R&D, la gestion des connaissances, etc.

Cette approche représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue et ce, malgré son adoption par des entreprises telles que Airbus, GE, Hewlett Packard, Intel, Toshiba et plusieurs autres. Pour de nombreux observateurs, la contribution la plus tangible des hauts dirigeants à la valeur de l'entreprise devrait être mesurée par la valeur des options réelles qu'ils identifient et créent et par leur capacité à les gérer de manière optimale. Dans un monde sans incertitude, les gestionnaires ne seraient ni nécessaires ni utiles. Les dirigeants n'ajouteraient ainsi de la valeur à l'entreprise que dans la mesure où ils peuvent gérer activement le changement au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. L'approche OR vise à quantifier cette valeur de la gestion active de l'incertitude par les gestionnaires.

La méthodologie des options réelles apparaît comme un outil puissant et crucial pour les dirigeants. Cependant, ce potentiel ne sera atteint que par les organisations qui pourront combiner l'état d'esprit OR avec des compétences techniques poussées et un bon système d'information sur les facteurs déterminants (*drivers*) de la valeur de l'organisation et/ou des projets et en ce sens, la mise en place d'une approche OR peut être à la fois prometteuse et difficile. Par contre, l'approche OR ne prétend pas et ne peut pas être un substitut aux valeurs et à la morale d'entreprise. Une meilleure appréciation des risques et opportunités ne protégera jamais une entreprise contre tous les risques opérationnels, en particulier contre la tentation d'un effort insuffisant dans l'évaluation d'un projet ou dans

sa gestion une fois le projet accepté. Mais c'est là un autre sujet qui relève de la bonne gouvernance plutôt que de l'approche OR.

Issue directement de la finance moderne, l'approche OR en utilise les techniques et méthodes. Cependant, la finance se préoccupe surtout de l'évaluation et de la tarification des instruments et actifs financiers, options d'achat et de vente notamment, alors que l'approche OR traite d'instruments et d'actifs réels. Au fur et à mesure que l'approche des options réelles se diffuse dans les divers domaines de la gestion et de la prise de décision, l'accent passe de l'évaluation pure de la décision à l'optimisation de la décision.

Un projet d'investissement réel dans les cartons d'une entreprise représente en réalité une possibilité ou option, mais non une obligation, de dépenser des ressources à un certain moment dans le futur afin d'obtenir un actif (comme une usine) dont la valeur est typiquement aléatoire. D'ailleurs, l'origine de l'approche OR remonte à une remarque de Stewart Myers de MIT à l'effet que détenir un projet d'investissement réel tel un projet de construction d'une usine (ou l'adoption d'une nouvelle technologie, un plan de restructuration, l'exploration d'un nouveau marché ou produit, le développement d'un programme de R&D, l'exploitation d'un puits ou d'une réserve de gaz naturel, etc.) est semblable à détenir une option financière.

Le caractère aléatoire d'une option financière vient du fait que l'actif sous-jacent est généralement un titre financier dont la valeur est aléatoire; au moment de l'acquisition d'une option d'achat ou de vente, on ignore si, au moment venu d'exercer l'option, le prix d'exercice fixé au départ sera plus élevé ou plus faible que le prix encore inconnu du titre. L'option peut ne jamais être exercée. De même, si le prix du produit de l'usine projetée (ou du puits de gaz à exploiter) n'évolue pas de façon favorable ou si l'on s'aperçoit que les coûts d'opération seront plus élevés que prévus, alors, au moment venu de décider si l'investissement doit être réalisé ou non, il pourra être préférable de ne pas procéder, de ne pas s'engager dans la nième étape ou encore de ne pas exercer l'option de construction de l'usine ou d'exploitation du puits.

La distinction entre l'évaluation de l'option et la prise de décision est uniquement une question d'emphase. En fait, évaluer un projet est équivalent à déterminer si oui ou non l'option que représente le projet doit être exercée et si oui, à quel moment. Mais la distinction est importante : l'application de l'approche OR à la prise de décision dans les organisations vise à créer de la valeur en captant l'entier potentiel de l'entreprise.

Une différence importante entre les options financières et les options réelles vient de la nature de l'incertitude qui touche l'actif sous-jacent. Dans le monde des options financières, l'incertitude porte sur le prix futur des titres financiers. L'incertitude est alors une source de valeur en raison des fluctuations des cash-flows des options qui sont limitées à la baisse et illimitées à la hausse, fluctuations liées à la variabilité ou volatilité « exogène » (hors du contrôle des gestionnaires) du prix des actifs financiers sous-jacents. Dans le monde des options réelles, l'incertitude peut être une source de valeur dans la mesure où les dirigeants sont capables de gérer en partie l'incertitude des projets.

Cette différence importante dans la nature de l'incertitude trouve sa contrepartie dans la nature de l'information qui doit être utilisée pour l'évaluation et la gestion des options. Pour les options financières, des séries de données à fréquence élevée sur les prix des titres sont la plupart du temps disponibles. Pour une option réelle telle que la construction d'une usine, l'incertitude vient des prix futurs ou des coûts futurs de production. Alors que les prix des produits peuvent avoir des similarités avec divers prix de titres, ils ne sont généralement pas disponibles avec le même degré d'exactitude et peuvent ne pas être influencés par les mêmes facteurs. Pour ce qui est de l'évaluation des coûts, ce sont à la fois la forme et la nature des données disponibles qui sont fondamentalement différentes.

Il y a aussi des différences dans l'environnement institutionnel qui caractérise l'évaluation de l'option et le problème de prise de décision. Les marchés financiers sont souvent riches et denses si bien que des portefeuilles constitués d'actifs transigés sur le marché peuvent dupliquer le risque associé à l'actif sous-jacent d'une option donnée. C'est sous ces conditions que s'applique la fameuse méthode de Black-Scholes-Merton. Dans le cas des options réelles, les

marchés étant trop clairsemés et/ou opaques, il est fréquent que cette hypothèse (dite de duplication ou « *spanning* ») soit violée, si bien qu'il faut recourir à des techniques telles la programmation dynamique stochastique ou la simulation plutôt qu'à la méthode des actifs contingents prédominante en finance.

Quoique largement utilisées en finance, les techniques d'optimisation dynamique stochastique sont loin d'être l'apanage de cette discipline. Utilisées également par des gestionnaires et des ingénieurs, elles représentent un outil et un langage commun qui favorise le déploiement des techniques et méthodologies d'évaluation des options, de la finance vers d'autres domaines au sein de l'organisation.<sup>1</sup> Mais au-delà des techniques, l'approche OR est surtout une façon de penser et de gérer la prise de décision en incertitude. Elle repose sur les éléments suivants:

- Reconnaître que l'incertitude crée des opportunités et de la valeur ;
- Reconnaître que la concrétisation de cette valeur exige des décisions adéquates ;
- Identifier les sources de l'incertitude et recueillir l'information nécessaire à la caractérisation de cette incertitude ;
- Identifier les décisions (options) qui favorisent l'exposition aux risques haussiers et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier ;
- Établir des règles de décision optimales, en fonction de l'information à venir.

L'évaluation de projets est l'application la plus évidente de l'approche OR, quoique ce ne soit pas la seule. Avant l'approche OR, la procédure standard d'évaluation de projets était la valeur présente nette (VPN/NPV) et les diverses variantes de cette dernière, dont entre autres le taux de rendement interne (TRI/IRR) ou encore les diverses formules d'indices de profitabilité.<sup>2</sup>

L'approche OR est en fait une amélioration de cette procédure conventionnelle. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive:

- Donner de l'importance au timing des décisions ;
- Identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet ;
- Identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse ;
- Gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude.

À partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments à gérer de manière proactive pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'organisation.

Une bonne évaluation des coûts et des bénéfices est et a toujours été importante dans l'évaluation de la valeur présente nette conventionnelle. Dans l'approche OR, les options créées par le projet sont considérées comme étant

---

<sup>1</sup> La dimension technique de l'évaluation des options est certes importante et c'est pourquoi la percée conceptuelle sous-jacente a été reconnue par l'attribution en 1997 du Prix Nobel de sciences économiques à Robert C. Merton (Harvard University) et Myron S. Scholes (Stanford University) pour leurs travaux sur « une nouvelle méthode pour déterminer la valeur des produits dérivés ».

<sup>2</sup> Il est important de mentionner ici qu'en présence de multiples sources de risques, l'approche de la VAN/NPV n'est pas rigoureusement correcte car elle est susceptible de violer les principes fondamentaux de l'additivité des valeurs et de l'absence d'arbitrage. Pour éviter ces écueils, il faut en présence de multiples sources de risques adopter la VANO (VN Optimisée); voir à ce sujet BOYER, M. ET É. GRAVEL, "Évaluation de projets : La valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)", *Assurances et gestion des risques*, 74(2), juillet 2006, 163-185.

des bénéfiques ; les options utilisées ou exercées par le projet deviennent des coûts. Ces options doivent être évaluées et dans la plupart des cas, de telles évaluations exigent de trouver la règle optimale de décision à savoir si et quand l'option doit être créée, détenue ou exercée. Une bonne compréhension des options réelles donne des outils aux gestionnaires pour calculer plus précisément les valeurs présentes nettes (VPN) et prendre ainsi de meilleures décisions stratégiques. On peut définir la valeur options réelles (VOR) d'un projet comme suit :

$$VOR = VPN \text{ Standard statique} + \text{Prime d'option de gestion active.}$$

L'approche OR aide les dirigeants à quantifier la valeur de la gestion active. Puisque les calculs standards de la VPN se basent généralement sur la valeur actualisée des résultats *moyens*, la capacité des dirigeants à gérer activement un projet n'est pas prise en compte et la VPN statique sous-estimera donc la véritable VPN (la VOR) d'un projet, même si l'évaluation du projet fait intervenir des études de sensibilité unidimensionnelle ou multidimensionnelle. Ces études de sensibilité permettent de déterminer la distribution de la VPN et l'impact de différents facteurs sur cette distribution. La gestion active, sous-jacente à l'approche VOR, limite le risque baissier et augmente l'exposition au risque haussier, ce qui déplace la distribution même de la VPN, tel qu'illustré à la Figure 1. La valeur espérée peut changer de signe lorsque la prime d'option de gestion active est ajoutée : VPN négative, VOR positive. De plus, le classement de projets mutuellement exclusifs peut être altéré : le classement en fonction de la VPN pouvant être différent du classement en fonction de la VOR. Ainsi, avec l'approche conventionnelle de la VPN, des projets profitables peuvent ne jamais être entrepris et les meilleurs projets peuvent ne pas être choisis, si bien que la valeur de l'entreprise ne sera pas maximisée.

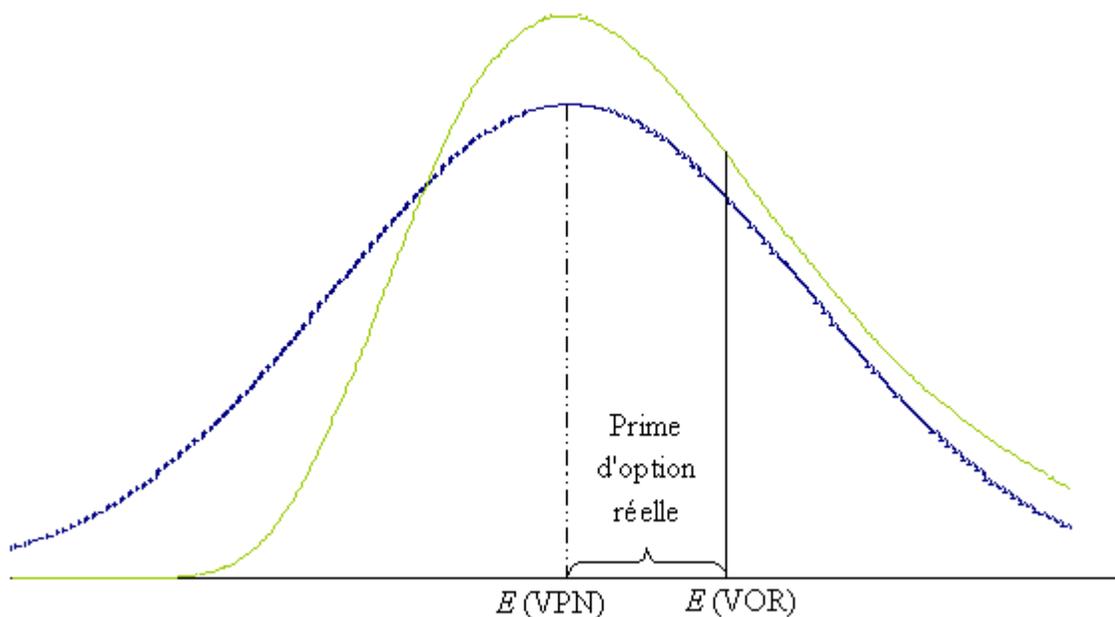


FIGURE 1. DENSITÉ DE LA VPN CONVENTIONNELLE (COURBE VERTE) ET DE LA VOR (COURBE BLEUE)

La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité et de la modularité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale *ex post* en fonction du développement aléatoire de l'environnement auquel l'entreprise fait face. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur ; c'est un exercice de façonnement du futur ou, plus précisément, un exercice de design et d'implémentation des

mécanismes par lesquels les décideurs profiteront, en temps et lieux, des développements futurs de l'environnement volatil de l'entreprise. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles. C'est là une différence importante entre les options réelles et les options financières : avec les options réelles, les gestionnaires créent l'outil et/ou utilisent les outils existants de manière créative et proactive; dans le cas des options financières, les dirigeants choisissent généralement des outils, parfois très exotiques, parmi ceux déjà disponibles sur les marchés financiers.

Une option réelle ne peut en général avoir une valeur négative car son propriétaire a la possibilité mais jamais l'obligation de l'exercer. Pourtant, une caractéristique importante des options réelles dans un environnement oligopolistique veut qu'une entreprise détenant certaines options réelles peut avoir moins de valeur que si elle en était démunie. La valeur des options réelles provient de la gestion active des étapes d'un projet au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. Cependant, la possibilité de modifier le déroulement d'un projet sous-entend que l'engagement à poursuivre et à compléter le projet est nécessairement faible. Ce manque d'engagement peut inviter un comportement plus agressif de la part de compétiteurs dont l'objectif pourrait être d'amener l'entreprise à abandonner son projet. La flexibilité et la modularité, réduisant la capacité d'engagement, peuvent aussi encourager des attaques plus agressives de la part des opposants au projet. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaires concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaires oligopolistique réactif : les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux (pour augmenter leur capacité d'engagement crédible) et quand préserver leurs possibilités de retraite ou de changement de stratégie. C'est une responsabilité première et essentielle des hauts dirigeants que d'identifier quelles options devraient être fermées ou abandonnées au profit d'un engagement crédible plus fort et quelles options devraient être maintenues au nom de la flexibilité et de la modularité. Une tâche difficile mais déterminante pour la rentabilité de l'entreprise, voire sa survie.

Une option financière c'est le droit, mais non l'obligation, à un paiement futur, positif ou négatif, fondé sur la valeur d'un actif sous-jacent. Les options financières sont des titres très importants car elles permettent de bâtir des portefeuilles permettant aux investisseurs de se prémunir contre des changements dans les marchés et ainsi de gérer les risques financiers auxquels ils font face. La disponibilité d'instruments financiers peut altérer la gestion réelle, tout comme l'assurance peut altérer la gestion et les comportements en général. À son tour, la valeur de la flexibilité dans l'organisation peut s'en trouver modifiée : plus les contrats et titres financiers disponibles sont efficaces, moins la valeur de la flexibilité réelle sera élevée ; et vice-versa. De même, plus il y a de flexibilité dans l'organisation, moins il est nécessaire de s'assurer par le recours aux marchés financiers. Une technologie flexible, une organisation flexible, des projets flexibles et modulaires (des formes importantes d'auto-assurance) sont autant de substituts possibles à la gestion des risques par le recours aux marchés financiers ou d'assurance. Ce recours aux marchés financiers ou d'assurance pour gérer les risques d'affaires auxquels l'entreprise fait face sera d'autant plus souhaitable que les options réelles seront peu présentes dans la technologie, l'organisation ou le portefeuille de projets de l'entreprise. L'auto-assurance n'est pas seulement la capacité de résister à des circonstances défavorables, mais aussi la capacité de réduire leurs impacts par des décisions de gestion adéquates.

La pertinence des options financières pour la gestion du risque est bien connue. Les options financières ne sont cependant qu'une partie des nombreux instruments de gestion des risques réels. Les options réelles constituent l'outil principal de gestion et d'évaluation de la flexibilité des actifs réels et vraisemblablement le plus important d'entre eux. Comme nous l'avons déjà souligné, les options réelles mettent l'accent sur des règles de gestion qui permettent d'éviter ou de contrôler les impacts d'événements futurs défavorables sur la valeur de l'organisation tout en permettant de saisir les opportunités favorables. Ceci ressemble beaucoup à ce qui s'applique en finance, où les investisseurs font l'arbitrage entre volatilité et rendement espéré. Il y a cependant une différence importante : le propriétaire d'un portefeuille financier est passif une fois établie la composition de son portefeuille ; au contraire, le propriétaire d'un portefeuille réel doit appliquer des règles de gestion particulières pour concrétiser le potentiel des options réelles.

Par ailleurs, les gestionnaires de projets réels ont souvent à prendre des décisions sur des projets dont les bénéfices sont bien connus mais dont les coûts futurs sont incertains et volatils. Dans ces cas, l'approche OR peut favoriser l'application du principe de précaution et l'adoption de projets dont la valeur espérée peut être négative. Dans ces situations, l'incertitude n'a pas pour effet de retarder mais plutôt d'accélérer l'investissement. D'autres situations existent où l'incertitude est favorable à l'investissement. Si un projet est très volatil, mais négativement corrélé avec d'autres projets détenus par la firme, alors celui-ci, en plus de la valeur qu'on trouve à ne l'entreprendre qu'en cas de « bonne nouvelle », tire de la valeur de la possibilité de s'en servir comme assurance au cas où les autres projets échoueraient. Ceci rappelle le  $\beta$  (bêta) dans les actifs financiers. Comme un titre dont le  $\beta$  est négatif tire de la valeur du fait qu'il peut servir d'assurance contre les fluctuations des marchés financiers, une option réelle dont la valeur est négativement corrélée avec celle d'autres options tire de la valeur de cette propriété.

Cependant, le potentiel des options réelles en matière d'évaluation et de gestion de projet et de gestion du risque, ne sera réalisé que si les variables pertinentes (sources du risque, processus appropriés, corrélations) sont bien identifiées et mesurées. Cela exige que les firmes se dotent des moyens nécessaires, comme elles le font souvent pour exploiter la volatilité et le  $\beta$  des titres financiers.

L'approche OR peut amener la discipline et la précision de la finance à différents secteurs de la prise de décision. Cette approche s'applique à une grande gamme de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. C'est pour cela que les entreprises pionnières commencent à l'utiliser pour une gestion proactive des activités afin d'augmenter la valeur de l'organisation. La mise en place d'une approche OR n'est cependant pas facile. Les procédures standard utilisées en finance doivent souvent être adaptées ou remplacées par d'autres techniques. Chaque application de l'approche sera vraisemblablement spécifique à son contexte. Les options possibles doivent être identifiées et décrites ; l'information pertinente doit être identifiée et recueillie soigneusement ; le gestionnaire qui utilise les options réelles doit avoir la connaissance et la formation requises pour adapter les procédures standard à chaque situation particulière. Plus important peut-être, l'approche OR est un état d'esprit, une capacité et un désir de détecter les décisions qui créent des opportunités et de se protéger contre les revers, en agissant sur ceux-ci pour créer de la valeur au profit de l'entreprise.

Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de mieux faire coïncider l'intuition et l'information implicite, qu'apporte leur expérience de l'industrie et de la gestion, avec les procédures conventionnelles de prise de décision. Avant tout, elles leur permettent de donner un contenu quantitatif à des règles intuitives, leur donnant ainsi un avantage sur les compétiteurs.

## 16:3 - SOMMAIRE DU PROJET VEGA

Northern Canada Gas (NCG) est parvenu à une entente avec plusieurs firmes qui lui octroyaient une option (option VEGA) de participer à hauteur de 25% dans les bénéfices du permis gazier de VEGA (incluant gaz et liquides). Pour exercer l'option, NCG devait assumer 50% des coûts de forage du puits VEGA-3 (coût total anticipé de 1 200 000\$) et payer une part des installations du puits productif VEGA-1 (coût pour NCG de 300000\$).

Le tableau suivant résume les résultats de l'évaluation faite par NCG avant de débiter le forage du puit VEGA-3 (quelques corrections mineures ont été apportées aux résultats d'NCG) :

Taux d'actualisation	VAN pondérée
5%	102 530\$
10%	- 87 006\$
15%	- 225 392\$
20%	- 328 911\$

TABLEAU 1. SOMMAIRE DU CALCUL DE LA VAN PONDÉRÉE

Les principales hypothèses utilisées par NCG dans son analyse étaient les suivantes :

- ▣ La probabilité que le puits soit productif est de 10% avec une distribution de probabilité pour les réserves productives données dans le Tableau 2,
- ▣ La durée du forage est de 45 jours,
- ▣ Le coût de mise en production du puits comprend l'achat de l'équipement nécessaire à la livraison du gaz et ce coût augmente avec l'importance de la découverte (450K\$ pour 1.1 Bcf ; 900K\$ pour 1.49 et 2.02 Bcf; 1350K\$ pour 2.88 et 3.41 Bcf; 2700K\$ pour 4.49 Bcf),
- ▣ Les prix du gaz et des liquides sont respectivement de 12\$/mcf et 34.98\$/bls et ils augmentent de 2% par année pour tenir compte de l'inflation,
- ▣ Les royalties versées au gouvernement sont de 10% des revenus,
- ▣ Les coûts d'exploitation sont de 342\$ par jour et ils augmentent de 2% par année pour tenir compte de l'inflation,
- ▣ L'évaluation est basée sur une période de production ininterrompue de 10 ans avec déclin exponentiel (baisse de pression) après une plage de production constante au départ,
- ▣ Deux scénarios sont possibles : (1) la production de VEGA-3 sera toujours utilisée comme substitut à l'huile à chauffage et (2) la production de VEGA-3 sera utilisée comme substitut au propane pour une production supérieure à 500 mcf par jour.

Réserves productives (Bcf)	Probabilité (conditionnelle à avoir un puits productif)
1.10	0.500
1.49	0.250
2.02	0.150
2.38	0.050
2.88	0.030
3.41	0.015
4.49	0.005

TABLEAU 2. DISTRIBUTION DE PROBABILITÉ POUR LES RÉSERVES PRODUCTIVES

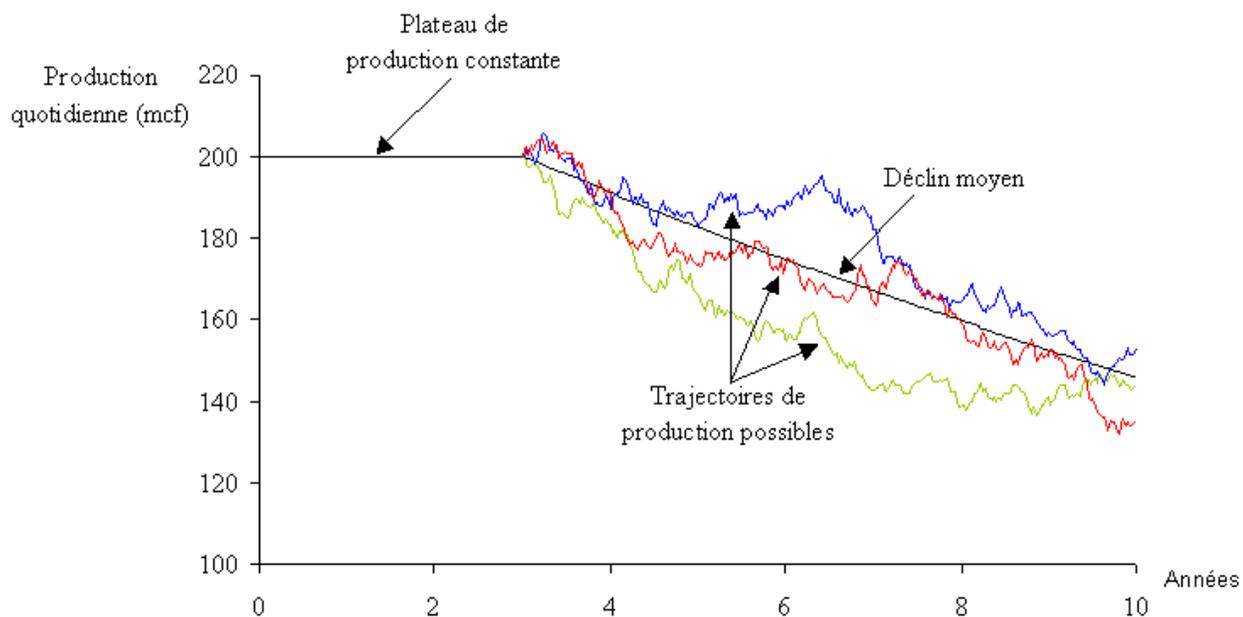
### 3.1 - Les sources d'incertitude affectant la valeur de VEGA

Il est important au départ de bien identifier les sources d'incertitude et les points dans le projet où le décideur peut réagir à l'arrivée de nouvelles informations. Pour le projet VEGA, nous pouvons identifier quatre variables qui sont à la fois des sources majeures d'incertitude et d'importants déterminants de valeur. Ces variables sont:

- Le coût et la durée du forage,
- Le niveau initial des réserves,
- Le niveau de production,
- Le prix du gaz naturel.

Au départ, NCG n'écartait pas la possibilité que des difficultés techniques entraînent une augmentation significative des coûts et de la durée du forage par rapport à leurs niveaux anticipés respectifs. Dans un premier temps, nous allons prendre pour acquis que les coûts de forage sont connus ; nous discuterons plus loin de l'impact de relâcher cette hypothèse. Pour le niveau initial des réserves, l'information à ce sujet a été présentée à la section précédente et nous prenons les pondérations du tableau 2 comme données.

La valeur du projet VEGA dépend de la valeur actualisée des flux monétaires générés par l'exploitation des puits VEGA-1 et VEGA-3, qui à leur tour dépendent du prix du gaz et du niveau de production.<sup>3</sup> Au départ, NCG estimait que la production serait constante pendant une certaine période et suivrait par la suite un déclin exponentiel pouvant exhiber une certaine variabilité. Le graphique 1 illustre ce phénomène. Les trois trajectoires illustrées sur le graphique ont été générées par un processus de mouvement brownien géométrique (MBG) avec production de départ de 200mcf qui demeure stable pendant 3 ans (avec certitude) et qui décline par la suite à un taux anticipé moyen de 4% par année avec une volatilité de 5%. Nous présentons plus en détails en annexe la nature d'un processus MBG.

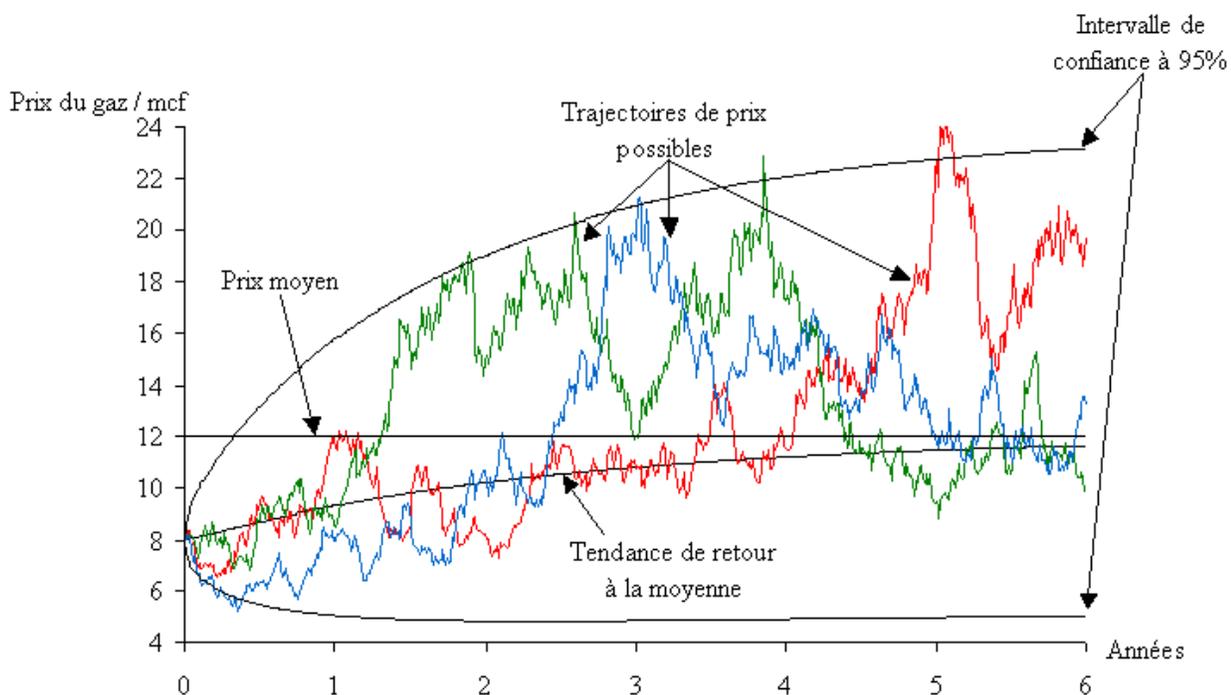


GRAPHIQUE 1. ÉVOLUTION DU NIVEAU DE PRODUCTION QUOTIDIEN (EXPRESSION A.11)

<sup>3</sup> Selon NCG, il est possible que le puits VEGA-3 contienne du pétrole. Puisque nous n'avons pas l'information nécessaire pour évaluer la valeur de l'option d'extraire le pétrole, la valeur n'est pas incluse dans l'évaluation de l'option VEGA.

Quant au prix du gaz, l'emplacement du permis VEGA ajoute une importante difficulté à la caractérisation de son évolution.<sup>4</sup> Puisque qu'il n'existe aucun gazoduc reliant le gaz du permis VEGA au marché nord-américain, la demande pour la production de VEGA est « régionale » et probablement très concentrée. Il semble aussi que la demande potentielle (résidentielle ou industrielle) dépend beaucoup de l'importance de la découverte ; il y a un danger que périodiquement, le gaz de VEGA ne trouve pas preneur. Il est donc délicat de supposer que le prix régional se comportera comme celui prévalant sur le marché continental où les clients et les producteurs agissent principalement comme des « price takers ».

Malgré cela, nous supposons que le prix du gaz suit un processus ou mouvement de retour à la moyenne (MRM) qui semble bien caractériser l'évolution des prix sur le marché nord-américain. Nous présentons plus en détail en annexe la nature d'un MRM. Un MRM veut que le prix sur le marché, bien qu'aléatoire, soit continuellement attiré vers son prix d'équilibre à long terme, tendance qui peut s'expliquer comme suit : suite à un choc à la hausse du prix, les activités d'exploration s'intensifient, des puits plus coûteux seront mis en service et il est fort probable que certains consommateurs choisiront un substitut énergétique moins coûteux. Par conséquent, l'augmentation de l'offre et la diminution de la demande devrait entraîner une pression à la baisse sur le prix qui aura tendance à revenir à son niveau d'équilibre de long terme. Des phénomènes inverses similaires se produiront lors d'un choc à la baisse du prix et ce, jusqu'à ce que le marché retrouve son équilibre de long terme. Un processus MRM réplique le phénomène de convergence vers l'équilibre sans toutefois exclure que des chocs à court terme (température, bris de pipeline, etc.) se produisent continuellement.



GRAPHIQUE 2. ÉVOLUTION DU PRIX DU GAZ SELON UN MRM (EXPRESSION A.7)

Trois trajectoires possibles d'un MRM sont illustrées sur le graphique 2 avec un prix initial de 8\$/mcf, un prix d'équilibre de 12\$/mcf, une variabilité de 35%, un paramètre de retour à la moyenne de 0.2; Nous illustrons également l'intervalle de confiance à 95% de ce MRM. Pour VEGA, un MRM peut se justifier par l'existence de substituts comme l'huile à chauffage ou le propane et par la possibilité qu'une demande élevée catalyse l'exploration dans la région et/ou la mise en place d'infrastructure de plus grande capacité pour le transport et la distribution de

<sup>4</sup> Nous supposons ici que le prix des liquides est un multiple du prix du gaz.

gaz. Elle pourrait se justifier aussi par le rôle de référence que joue potentiellement le prix du gaz au niveau continental.

## 16:4 - ÉVALUATION OPTIONS RÉELLES DU PROJET VEGA

Après avoir représenté schématiquement le processus de décision relatif à l'option VEGA, nous allons identifier et évaluer les options réelles implicites au problème original. Nous allons également procéder à une analyse de sensibilité sur certains paramètres du modèle pour quantifier leur influence sur la valeur. De plus, nous allons étudier la possibilité d'introduire d'autres points de flexibilité dans le processus pour illustrer comment une entente future pourrait être structurée afin d'en maximiser la valeur pour NCG. Pour l'instant nous n'allons pas inclure la possibilité que la demande disparaisse (perte de clients) et nous ignorons aussi les arrangements contractuels spécifiques.

### 4.1 - Le processus de décision et ses options

Nous allons utiliser les symboles et définitions suivantes dans le développement du modèle permettant d'évaluer le projet VEGA.

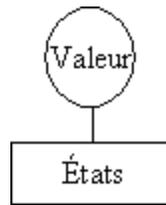
SYMBOLES ET DEFINITIONS POUR LE MODELE OPTIONS REELLES

SYMBOLE	DÉFINITION
$t$	Temps en années
$P_t$	Prix au temps $t$
$q_{i(t)}$	Quantité produite par le puits $i$ en $t$
$C_F$	Coût du forage
$C_{G_1}$	Part des coûts d'installation de VEGA-1
$r$	Taux d'actualisation
$T_F$	Durée du forage
$C_P$	Coût de mise en production de VEGA-3
$T_p$	Délai de mise en production
$\chi$	Multiplicateur quantité de liquides
$\psi$	Multiplicateur prix des liquides
$\nu$	Royautés en %
$\iota$	Proportion des revenus allant à NCG
$C$	Coûts de production
$\Delta t$	Incrément d'une partition d'année
$n$	Nombre d'éléments dans la partition

Pour construire le schéma du processus de décision correspondant à l'option VEGA, nous allons utiliser une méthode inspirée de LEPPARD ET CANNIZZO (2002).<sup>5</sup> Chaque schéma est construit à l'aide des « blocs » suivants :

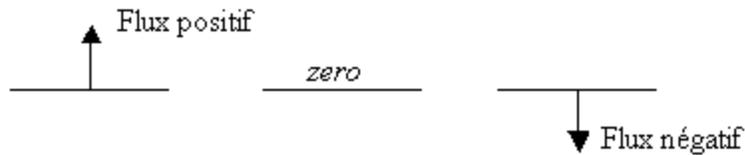
<sup>5</sup> Leppard, Steve and Fabio Cannizzo (2002), "Diagrammatic Approach to Real Options," in Ehud I. Ronn (éditeur), *Real Options and Energy Management: Using Options Methodology to Enhance Capital Budgeting Decision*, Risk Books, London.

Bloc 1. Valeur en fonction de l'état du système :



Le symbole ci-haut représente la valeur d'un actif en fonction d'états ou de variables d'état. Dans notre cas, cette valeur peut être celle d'un puits productif qui est fonction des variables d'état que sont les réserves productives et le prix du gaz.

Bloc 2. Flux monétaires ponctuels:



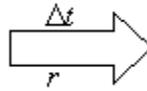
Un flux monétaire ponctuel ne dépend d'aucun évènement futur.

Bloc 3. Boîtes de transitions décisionnelles D, probabilistes P et inconditionnelles I:

- P Transition probabiliste
- D Transition décisionnelle
- I Transition inconditionnelle  
(pour lier les symboles)

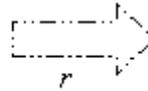
Une transition probabiliste (P) indique un mouvement dans l'espace des variables d'état aléatoires et est utilisée pour représenter le caractère stochastique d'une variable comme le prix du gaz. Pour sa part, une transition décisionnelle (D) représente un mouvement dans l'espace décisionnel, par exemple le passage de l'état inactif à l'état forage. Finalement, une transition inconditionnelle (I) est utilisée pour lier des symboles.

**Bloc 4.** Passage d'une période de temps prédéterminée  $\Delta t$  avec actualisation au taux  $r$  :



**Bloc 5.** Passage d'une période de temps aujourd'hui inconnue et choisie de façon optimale avec actualisation au taux  $r$  :

$t \leq T$  pour maximiser

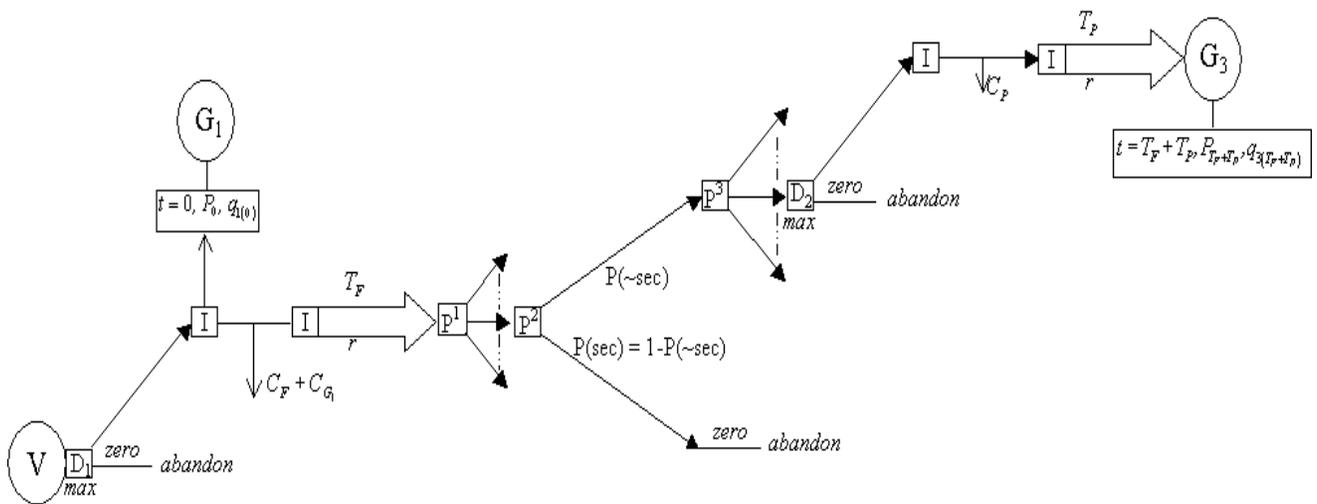


Ce type de symbole pourrait être utilisé pour marquer le temps avant qu'une option « américaine » soit exercée.

**Bloc 6:** Résultat découlant d'une transition



Le schéma 1 situe le processus de décision et la valeur de l'option VEGA dans les espaces des états du système et du temps. L'état du système est caractérisé par le niveau des déterminants de valeur tels le prix du gaz et les réserves (ce sont les variables d'état) ainsi que par l'état dit « contractuel » qui dépend des actions passées et présentes de NCG.



**SCHÉMA 1. LE PROCESSUS DE DÉCISION**

La première transition décisionnelle ( $D_1$ ) marque le passage de l'état inactif à l'état abandon ou forage. NCG choisit de forer seulement si la différence entre la valeur de sa part dans VEGA-1 et dans l'option de mettre VEGA-3 en production est supérieure aux coûts  $C_F + C_{G_1}$ . L'option de mettre VEGA-3 en production est comparable à une option de type « call européen » qui a une durée de  $T_F$  années, un prix d'exercice de  $C_P$  et un sous-jacent qui est la valeur espérée du puits VEGA-3 productif.

Une fois le forage terminé, NCG arrivera éventuellement à la deuxième transition décisionnelle ( $D_2$ ) et devra prendre la décision de mettre le puits en production ou l'abandonner. À ce moment-là, NCG connaîtra le niveau de réserves et le prix du gaz. Sa fonction-objectif sera :

$$\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\}$$

où  $G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)})$  symbolise la valeur espérée du puits VEGA-3 lorsque le niveau initial de production est de  $q_{3(T_F)}$  et le puits prend  $T_p$  années à mettre en service.

Avant d'arriver à la transition décisionnelle  $D_2$ , les transitions probabilistes  $P^1$ ,  $P^2$  et  $P^3$  indiquent qu'il y a incertitude dans les prix futurs ( $P^1$ ) et dans la quantité de réserves ( $P^2$  et  $P^3$ ). Ces sources d'incertitudes se caractérisent par une distribution de probabilités. En connaissant les distributions de probabilités, la fonction-objectif au premier nœud de transition décisionnelle  $D_1$  peut s'écrire comme suit :

$$\text{Max}\{G_1(P_0, q_{1(0)}) - C_{G_1} + E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\} | P_0, I_0] e^{-rT_F} - C_F, 0\}$$

où  $G_1(P_0, q_{1(0)})$  est la valeur espérée du puits VEGA-1 avec une production courante de  $q_{1(0)}$ , le terme  $E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\} | P_0, I_0]$  représente la valeur espérée de la décision de compléter ou non le puits VEGA-3 conditionnellement au niveau des prix actuels  $P_0$  et à l'information disponible  $I_0$  sur les réserves. Dans le but d'alléger le schéma 1, une expression symbolique est utilisée pour représenter la valeur des puits VEGA-1 et VEGA-3. Cette expression se résume par le schéma 2.

À chaque instant, le gestionnaire devra choisir entre produire ou non sur la base de l'observation du prix du gaz et du niveau observé des réserves. Si les coûts d'arrêt et de redémarrage de la production sont négligeables, il y aura production seulement quand les revenus excéderont les coûts. Les revenus totaux combinent les revenus du gaz au temps  $t$ ,  $P(t)q(t)$ , et les revenus des liquides,  $(P(t)\psi)(q(t)\chi)$ ; la règle veut donc :  $P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) > C$ . La fonction-objectif du gestionnaire est ainsi :

$$\text{Max}\{P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) - C, 0\}^6$$

Par conséquent, à  $t = 0$ , la valeur de chaque décision de produire ou non à la période  $t$  est équivalente à une option de type « call européen » avec une durée de  $t$ , un prix d'exercice égal aux coûts de production et un sous-jacent donné par le revenu provenant de la vente du gaz. La valeur du puits VEGA-3 est donc la somme des valeurs de chaque décision (option) de produire de  $t = 0$  jusqu'à  $t \rightarrow \infty$ , la production devenant nulle après un nombre aléatoire d'années.

<sup>6</sup> Si on remplace du propane, la fonction revenus est  $P(t)\psi q(t)(1 + \chi)(1 - v)$ .

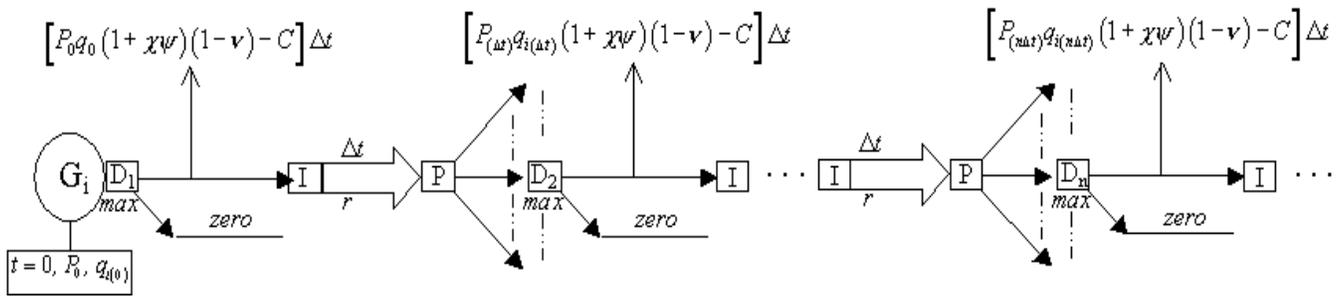


SCHÉMA 2. EXPLOITATION D'UN PUIITS DE TYPE VEGA

En résumé : au temps  $t = 0$ , NCG doit prendre la décision de forer ou d'abandonner le projet VEGA-3. La valeur d'initier le forage dépend de la valeur de l'option de mettre le puits VEGA-3 en production et de l'option de produire le gaz de VEGA-1. Pour sa part, la valeur de l'option de mettre VEGA-3 en production dépend de l'information (en  $t = 0$ ) sur le niveau des prix et sur le niveau des réserves ainsi que sur la valeur de l'option de produire le gaz de VEGA-3 à chaque période.

Il est important de noter ici que le support de la distribution des niveaux de réserve économiquement rentables ne doit pas seulement comprendre les niveaux de réserve pour lesquels le puits est rentable au prix moyen du gaz. En effet, puisqu'il y a incertitude sur les prix, il se peut qu'à la fin du forage le prix ait augmenté de façon à ce que des niveaux de réserve non rentables au prix moyen le soient au niveau de prix effectivement réalisé, rendant ainsi optimale la décision de mettre le puits en service. Par conséquent, le niveau de réserve minimum du support de la distribution doit dépendre de contraintes physiques seulement car sinon, on risque de sous-évaluer la valeur du projet.

## 4.2 - Hypothèses et valeur des paramètres

Nous avons montré que la valeur d'un puits productif de type VEGA peut se décomposer en une série d'options de production. En effet, si les coûts d'interrompre et de redémarrer la production sont négligeables, le gestionnaire produit seulement quand le revenu est supérieur aux coûts. Nous allons montrer dans la prochaine section qu'ignorer l'option d'interrompre et redémarrer est équivalent à considérer que le gestionnaire continue à produire même lorsque le revenu net réalisé est négatif. L'hypothèse que la production peut être interrompue à coût presque nul est très importante. En effet, si arrêter et redémarrer la production engendre des coûts non négligeables, la valeur critique (*trigger*) des revenus nets au-dessous de laquelle il est préférable d'arrêter la production devrait être inférieure à 0 : avant de décider et d'encourir les coûts d'arrêter la production, on voudra s'assurer que les revenus nets seront fort probablement négatifs pour un certain temps.

Dans le cas de VEGA, le coût de production est essentiellement celui de transporter le gaz du site d'extraction jusqu'au client. En principe, quand les revenus sont insuffisants, le gaz devrait être gardé en réserve et être extrait et vendu quand il est rentable de le faire. Par contre, dans le but de simplifier la présentation de notre modèle de base et afin d'obtenir une solution analytique au problème d'optimisation sous-jacent, nous supposons qu'il est impossible d'arrêter de produire mais qu'il est possible de ne pas livrer le gaz si le revenu net ainsi obtenu est trop faible. En d'autres termes, nous supposons que le stockage du gaz est impossible. Puisque le coût de transport est le coût majeur de production, nous n'enregistrons pas de ventes lorsqu'il n'est pas avantageux de livrer le gaz.

Cette simplification a pour effet de **sous-estimer** la valeur réelle du puits car le gaz non livré est simplement « brûlé » au lieu d'être « stocké » pour être vendu à une période ultérieure. Relâcher cette hypothèse, c'est-à-dire permettre

le transfert du gaz d'une période à une autre, aura comme effet d'augmenter la valeur du puits. Nous avons procédé à des simulations pour évaluer l'importance de la sous-estimation de la valeur ainsi obtenue.

Finalement, pour l'évaluation de VEGA, nous supposons que les coûts de forage sont parfaitement prévisibles et qu'un processus de retour à la moyenne caractérise l'évolution du prix du gaz. Nous prenons comme prix de départ et prix moyen à long terme 12\$/mcf et les revenus provenant des liquides sont, avec  $\chi = 0.01$  et  $\psi = 2,915$ , toujours 0.0292 fois ceux du gaz. Nous n'avons pas estimé les paramètres du processus de prix ; nous avons plutôt choisi de procéder à une analyse de sensibilité sur la volatilité du prix et sur la force du mouvement de retour à la moyenne. Pour la période de production constante au départ et le déclin par la suite du niveau de production, nous les supposons déterministes.

Le coût et la durée du forage de VEGA-3 sont respectivement de 1 200 000\$ et 45 jours, le coût de production (transport) de base est de 342\$/jour, les royalties sont de 10% des revenus et nous supposons que le temps nécessaire pour mettre le puits en service est négligeable et que les équipements n'ont aucune valeur résiduelle.<sup>7</sup> Le tableau suivant résume les informations propres à chaque puits :

	Probabilité	Production de départ (mcf/an)	Plateau de production (années)	Taux de déclin (%)	Coût mise en service (\$)
<b>VEGA-1</b>	100%	47 450	10	6	1 500 000
<b>VEGA-3</b>					
scénario 1	90%	0	-	-	-
scénario 2	5%	73 000	3	4.6	450 000
scénario 3	2.5%	116 435	4	5.5	450 000
scénario 4	1.5%	174 835	4	6	900 000
scénario 5	0.5%	232 870	4	5.9	900 000
scénario 6	0.3%	291 270	4	5.8	1 350 000
scénario 7	0.15%	352 955	4	5.5	1 350 000
scénario 8	0.05%	482 530	4	5.6	2 700 000

TABLEAU 3. CARACTÉRISTIQUES DES PUIITS VEGA-1 ET VEGA-3

Tel que mentionné ci haut, les deux principaux avantages de la méthodologie des options réelles sont :

- La possibilité de d'inclure dans le processus d'évaluation la valeur de la flexibilité de s'adapter à une situation changeante,
- Un cadre structuré pour utiliser au maximum l'information reflétant le consensus du marché (exprimé par les prix d'actifs transigés) quant au risque et à la valeur du projet permettant ainsi d'éviter l'utilisation d'un taux d'actualisation qui ne reflète pas nécessairement le risque réel du projet. Bref, les options réelles permettent d'appliquer à des projets d'investissement la méthode Black-Scholes-Merton, la pierre angulaire de l'évaluation des produits dérivés.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> Si les équipements ont effectivement une forte valeur résiduelle, il est important d'inclure dans une évaluation plus exhaustive l'option d'abandonner le puits en échange de la valeur résiduelle des équipements.

<sup>8</sup> Dans le cas d'un projet individuel, le problème avec un taux d'actualisation ajusté pour le risque est qu'il est souvent estimé en utilisant des rendements d'entreprise qui sont de la même industrie mais où le risque de l'entité n'est pas nécessairement celui du projet individuel.

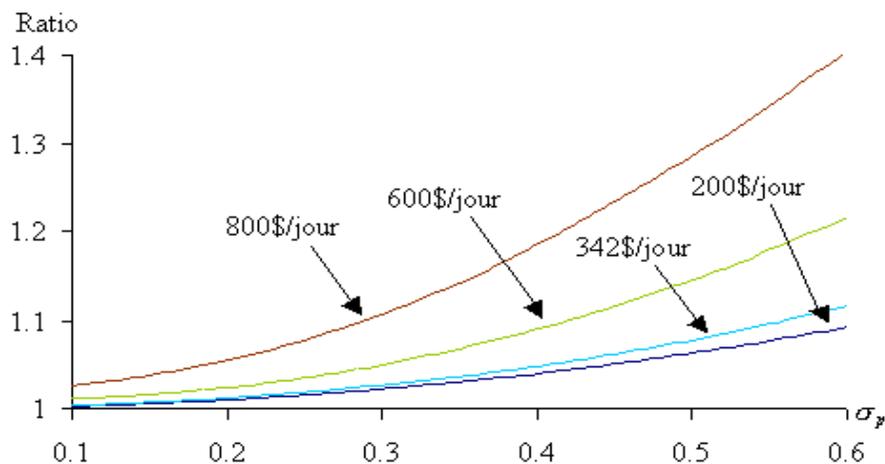
Dans l'immédiat, il est difficile de trouver ou de justifier l'existence d'actifs transigés qui sont suffisamment liés à VEGA pour donner une information de marché fiable sur le risque et la valeur du projet. Par conséquent, nous utilisons un taux d'actualisation subjectif qui fait l'objet d'une analyse de sensibilité. Dans ce cas, le travail sert à souligner l'importance et la valeur relative de la flexibilité dans les projets.

## 16:5 - RÉSULTATS

Avant de commenter l'évaluation options réelles du projet VEGA, nous analysons dans un premier temps l'importance de l'option d'interrompre la production en comparant sa valeur à celle calculée selon un scénario moyen sans interruption. Mentionnons que le même type d'analyse s'applique à une centrale électrique de pointe où le maximum entre zéro et le « *spark spread* » diminué du coût de mise en service est l'équivalent de notre fonction-objectif de production et de transport.<sup>9</sup>

Le graphique 3 ci-dessous met en relation, pour le puits VEGA-1 seulement,

- Le ratio entre A/B, où A mesure la valeur options réelles des flux de revenus nets (non diminué du coût d'investissement) et B mesure la valeur actualisée des flux de revenus nets basé sur le scénario moyen ; la valeur A prend en considération la gestion du puits en fonction des fluctuations dans le prix de vente du gaz contrairement à la valeur B obtenue pour un prix fixé à sa valeur moyenne (12\$/mcf).
- La volatilité du prix du gaz
- Divers niveaux du coût de transport.



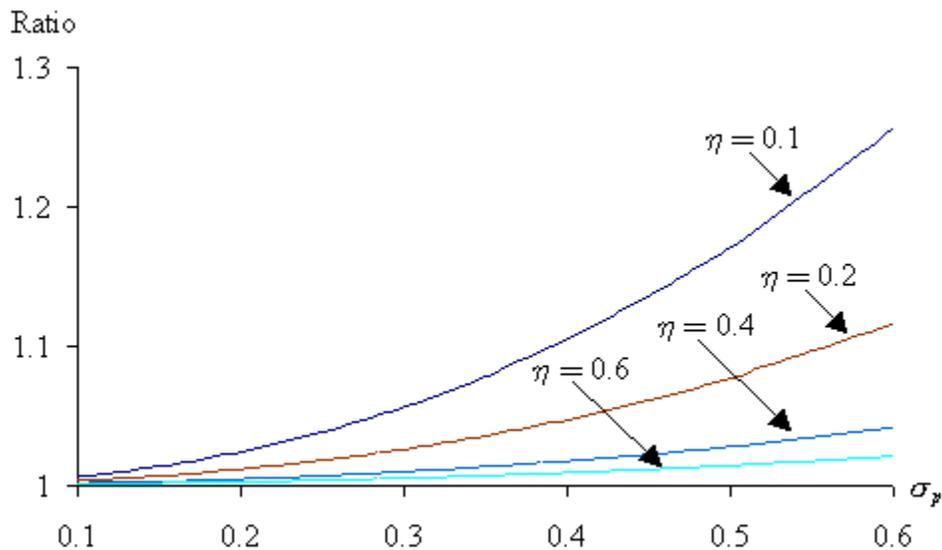
GRAPHIQUE 3. RATIO A / B D'UN PUIITS DE TYPE VEGA EN FONCTION DU NIVEAU DE VOLATILITÉ DES PRIX  $\sigma_p$ , POUR  $\eta = 0.2$  ET DIFFÉRENTS COÛTS DE PRODUCTION C (NUMÉRATEUR A.17, DÉNOMINATEUR A.24)

Le graphique 4 ci-dessous illustre, pour le puits VEGA-1 seulement, la relation qui existe entre

- Le même ratio A/B,
- La volatilité du prix du gaz

<sup>9</sup> Le « *spark spread* » est la différence entre le prix de l'électricité et celui du combustible nécessaire à la production d'une unité d'électricité.

- Diverses valeurs de la force du retour à la moyenne dans les prix.



GRAPHIQUE 4. RATIO A / B D'UN Puits DE TYPE VEGA EN FONCTION DU NIVEAU DE VOLATILITÉ DES PRIX  $\sigma_p$ , POUR  $C = 342\$$  ET DIFFÉRENTES FORCES DE RETOUR À LA MOYENNE  $\eta$  (NUMÉRATEUR A.17, DÉNOMINATEUR A.24)

Dans tous les cas, la valeur options réelles est supérieure à la valeur calculée sur la base du scénario moyen et cet écart s'accroît avec la volatilité du prix du gaz. En effet, une plus grande volatilité augmente, ceteris paribus, le potentiel de revenus sans toutefois accroître le niveau des pertes car le gestionnaire a l'option d'interrompre la production. En combinant les résultats des graphiques 3 et 4, nous observons que la valeur options réelles A est sensiblement plus élevée que B qui mesure la valeur actualisée des revenus nets basés sur le scénario moyen sans interruption.

En examinant le graphique 3, on voit que l'écart s'amplifie avec le coût de production (transport) car le domaine où il n'est pas rentable de produire s'élargit. Dans ce cas, la valeur de l'option d'arrêter la production devient plus importante. Le même phénomène se produit quand on diminue la force du retour à la moyenne (graphique 4) car les situations défavorables sont plus persistantes et la valeur d'arrêter la production dans ces situations est plus grande.

L'option d'arrêter et de redémarrer la production est un des nombreux exemples de la disparité qui existe entre la VAN et la VOR basée sur la gestion active du projet. En reconnaissant qu'il est préférable de ne pas produire, ou plus précisément de ne pas livrer le gaz, si le revenu net de le faire est trop faible, la valeur calculée du projet peut augmenter significativement. Utiliser pour l'évaluation et la prise de décision un scénario moyen basé sur une gestion passive sous-optimale a pour conséquence de sous-estimer la valeur du projet.

## 5.1 - La valeur options réelles du projet VEGA

Nous avons calculé la valeur options réelles VOR du projet VEGA avec des taux d'actualisation de 5%, 10%, 12%, 15% et 20%. Cette valeur VOR est une valeur nette du coût d'investissement. Nous présentons deux ensembles de résultats : pour le cas où la production remplace uniquement de l'huile à chauffage ; pour le cas où une production supérieure à 500 mcf par jour est vendue comme substitut au propane. Pour obtenir la valeur options réelles du projet VEGA, nous supposons dans un premier temps, pour simplifier l'analyse, que :

- Le prix du gaz auquel sera vendue la production suit un processus aléatoire de type retour à la moyenne (voir annexe) : la volatilité du prix  $\sigma_P$  et la force du retour à la moyenne  $\eta$  peuvent prendre différentes valeurs (étude de sensibilité);
- Une fois en opération, l'extraction du gaz ne peut pas être interrompue mais le gestionnaire a la flexibilité de ne pas livrer le gaz si le prix de vente est inférieur au coût de production (essentiellement le coût de livraison), auquel cas le gaz ne peut être stocké et est donc simplement brûlé à la sortie du puits ;
- La quantité produite est constante pendant un certain nombre d'années pour ensuite décliner exponentiellement de manière déterministe (voir tableau 3).

On pourrait supposer que le puits puisse être complètement fermé dans les périodes où le prix du gaz ne justifie pas son exploitation, auquel cas, le déclin serait reporté. On pourrait également considérer que le déclin est aléatoire (voir graphique 1). Cela permettrait de peaufiner l'analyse et augmenterait la valeur du projet. Ainsi, la valeur VOR calculée et rapportée dans les tableaux ci-dessous est une valeur sous-estimée.

Les résultats sont présentés aux tableaux 4, 5 et 6 pour une volatilité du prix du gaz  $\sigma_P$  allant de 10% à 60% et un paramètre de retour à la moyenne  $\eta$  allant de 0.1 à 0.6. Mentionnons que pour les taux d'actualisation de 15 et 20%, la valeur VOR du projet VEGA est toujours négative.

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	307 790	298 860	293 240	290 240
15%	363 580	342 170	331 290	326 760
20%	415 290	381 520	362 730	356 370
25%	458 820	412 570	386 130	376 990
30%	498 960	436 780	403 510	391 570
35%	540 060	457 200	416 500	402 200
40%	585 000	476 770	426 820	410 410
45%	635 400	497 460	435 900	417 240
50%	692 160	520 400	444 770	423 380
55%	755 740	546 120	454 110	429 300
60%	826 460	574 810	464 340	435 330

TABLEAU 4A.

VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REMPLACEMENT D'HUILE À CHAUFFAGE ET ACTUALISATION À 5%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	313 210	303 970	297 870	294 480
15%	388 290	365 920	353 810	348 280
20%	454 910	419 810	399 520	392 010
25%	507 790	459 980	431 990	421 730
30%	553 380	489 360	454 550	441 570
35%	597 570	512 470	470 160	454 880
40%	644 430	533 420	481 680	464 310
45%	696 290	554 900	491 300	471 640
50%	754 410	578 410	500 430	477 980
55%	819 440	604 680	509 960	484 010
60%	891 760	633 950	520 370	490 120

**TABLEAU 4B.**

**VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REMPLACEMENT DE PROPANE ET ACTUALISATION À 5%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) - (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)**

L'évaluation interne de NCG donnait une VPN à un taux de 5% de 102 530\$. Bien que les valeurs des tableaux 4a et 4b ne soient pas totalement comparables à l'évaluation interne de NCG, l'ordre de grandeur de la différence est significatif. La différence est due à la valeur de la flexibilité de gestion sous-jacente aux tableaux 4a et 4b et à la durée de vie du projet, fixée à 10 ans pour l'évaluation interne et à l'épuisement des réserves dans notre cas. Tel qu'attendu, si on remplace du propane pour une production supérieure à 500 mcf par jour la valeur augmente.

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-61 899	-59 856	-60 109	-59 920
15%	-36 819	-35 705	-39 300	-40 441
20%	-5 157	-14 457	-21 738	-23 980
25%	22 660	1 870	-9 611	-12 996
30%	47 440	14 990	-1 376	-6 078
35%	72 280	26 770	4 520	-1 732
40%	99 390	38 730	9 370	1 310
45%	129 960	51 820	14 050	3 870
50%	164 560	66 540	19 060	6 420
55%	203 550	83 120	24 680	9 190
60%	247 190	101 670	31 040	12 300

**TABLEAU 5A. VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REMPLACEMENT D'HUILE À CHAUFFAGE ET ACTUALISATION À 10%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)**

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-57 410	-56 420	-57 000	-57 080
15%	-18 410	-19 710	-24 170	-26 000
20%	22 480	11 280	2 950	-90
25%	55 870	33 690	21 130	16 960
30%	83 980	50 240	32 800	27 370
35%	110 790	63 820	40 440	33 500
40%	139 170	76 730	46 110	37 370
45%	170 730	90 390	51 170	40 270
50%	206 270	105 540	56 380	42 970
55%	246 260	122 550	62 160	45 820
60%	291 000	141 560	68 670	49 020

**TABLEAU 5B .**

**VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REPLACEMENT DE PROPANE ET ACTUALISATION A 10%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) – (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)**

La différence entre les données des tableaux 5a et 5b et l'évaluation interne à 10% (-87 006\$) dépend principalement de la valeur de la flexibilité mais aussi des hypothèses différentes quant à la durée de vie. Si on compare les tableaux 1, 5a et 5b, on s'aperçoit qu'à un taux d'actualisation de 10%, la valeur VOR est positive pour plusieurs couples de valeurs (raisonnables) de la volatilité et de la force du retour à la moyenne alors que la VPN calculée par NCG pour le scénario moyen est négative (à -87 006\$). De plus, si on compare les tableaux 5a et 5b, inclure la possibilité de substituer du propane amène 6 revirements positifs de signes dans la VOR.

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-164 690	-163 100	-165 390	-166 390
15%	-145 580	-140 040	-144 790	-147 020
20%	-116 640	-120 740	-128 040	-131 020
25%	-90 820	-106 360	-116 710	-120 410
30%	-68 910	-94 990	-109 210	-113 770
35%	-47 810	-84 860	-103 940	-109 660
40%	-25 040	-74 600	-99 660	-106 850
45%	6 700	-63 360	-95 560	-104 540
50%	29 930	-50 680	-91 200	-102 300
55%	63 020	-36 330	-86 320	-99 890
60%	100 160	-20 220	-80 790	-97 190

**TABLEAU 6A**

**VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REPLACEMENT D'HUILE À CHAUFFAGE ET ACTUALISATION À 12%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) - (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)**

	0.1	0.2	0.4	0.6
10%	-160 390	-160 070	-162 640	-163 880
15%	-128 160	-125 920	-131 440	-134 290
20%	-91 450	-98 040	-106 270	-109 960
25%	-61 240	-78 320	-89 630	-94 020
30%	-36 660	-63 930	-79 100	-84 310
35%	-13 910	-52 220	-72 310	-78 630
40%	9 950	-41 120	-67 300	-75 100
45%	36 540	-29 370	-62 860	-72 490
50%	66 620	-16 290	-58 310	-70 110
55%	100 590	-1 560	-53 280	-67 610
60%	138 700	14 980	-47 610	-64 840

TABLEAU 6B.

VALEUR VOR DU PROJET VEGA (REMPLACEMENT DE PROPANE ET ACTUALISATION À 12%) EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ (LIGNES) ET DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE DE RETOUR À LA MOYENNE (COLONNES) - (PREMIER ÉLÉMENT DE L'ÉQUATION A.26)

Encore une fois, les calculs rapportés au tableaux 4, 5 et 6 sous-estiment, à notre avis, la véritable valeur VOR du projet VEGA.

Pour estimer l'importance de l'hypothèse selon laquelle il est impossible d'arrêter de produire mais possible de ne pas livrer le gaz, nous avons simulé sur une période de 40 ans l'exploitation du scénario 2 du tableau 3 en supposant que le gestionnaire du puits peut décider de produire ou non au début de chaque semaine et qu'il est possible de stocker quand il n'y pas de production.<sup>10</sup> Tel qu'attendu, la valeur du puits avec stockage est toujours supérieure à celle où il est seulement possible d'interrompre la production. Cependant, dans le cas de VEGA, cette différence est négligeable puisqu'elle est au maximum de 1% dans l'intervalle de confiance à 95% pour le prix du gaz. Ce phénomène s'explique en partie par le profil de coûts et de réserves de VEGA ainsi que par le prix de vente moyen du gaz. Ces facteurs font que les coûts dépassent les revenus principalement tard dans la vie du puits ce qui implique un effet négligeable sur la valeur actualisée. Par contre, il se pourrait que l'omission soit beaucoup plus importante pour un puits avec des profils de coûts et de réserves différents. Dans ce cas, il serait important de mettre l'énergie nécessaire à la modélisation de l'exploitation optimale.

Il se pourrait aussi qu'extraire et vendre le gaz soit optimal seulement quand les revenus dépassent les coûts par une marge positive. En effet, même si les revenus nets sont supérieurs à zéro aujourd'hui, il se peut qu'attendre que les revenus augmentent davantage soit souhaitable, aux dépens des revenus immédiats, rendant ainsi l'option de produire équivalente à une option de type « call américain ». Nous avons vérifié ce phénomène en calculant la valeur du puits avec stockage pour différentes marges et nous obtenons des marges positives qui donnent une valeur de puits supérieure au cas de base.

Par contre, à cause du prix de vente moyen relativement élevé (12\$/mcf) et dû au fait que le prix suit un processus de retour à la moyenne, l'augmentation de la valeur qui résulte de cette politique de gestion n'est pas très importante (0.1% pour un prix de départ de 12\$/mcf dans le scénario 2 du tableau 3 et 3% pour un prix de départ de 2\$/mcf

<sup>10</sup> Pour réaliser cet exercice nous avons généré 100 000 trajectoires de prix pour s'assurer que le résultat de la simulation soit comparable à celui calculé analytiquement.

et le même scénario). Avec la possibilité de retarder la production, le défi est de trouver le compromis optimal entre des revenus anticipés plus élevés mais plus éloignés dans le temps (VA plus faible). Puisqu'avec un retour à la moyenne, le prix courant est toujours attiré vers son prix d'équilibre à long terme, le coût de retarder les revenus a tendance à l'emporter. Si nous avons utilisé, à la place du retour à la moyenne, un mouvement brownien géométrique avec une tendance à la hausse, il est fort probable que le gain aurait été significativement plus grand. Mais encore faut-il pouvoir justifier une tendance à la hausse dans le prix réel du gaz, ce qui évidemment pourrait être le cas, en particulier durant certaines périodes spécifiques limitées mais pouvant comprendre plusieurs années.

## 16:6 - AUTRES OPTIONS

À la section précédente, nous avons calculé la valeur de l'option de forer le puit VEGA-3 en nous appuyant uniquement sur le scénario de développement fourni par NCG et en supposant que seul le prix du gaz était incertain. D'après ce scénario, la décision de forer ou non et la décision de mettre le puits en production ou non devait être prise sans délai. À chacun des deux nœuds de décision, les états possibles sont :

- La VAN de l'étape (nœud) est nulle ou positive,
- La VAN de l'étape (nœud) est négative.

Dans le premier cas, le critère de la VAN amène le décideur à débiter ou continuer le projet et dans le deuxième cas à l'abandonner car il est sans valeur. Cependant, s'il y a incertitude et si à chaque nœud de décision on a la possibilité de reporter temporairement l'investissement, la stratégie prescrite par la VAN peut être sous-optimale. Voyons pourquoi.

Même si la VAN est positive, il se peut qu'il soit optimal d'attendre avant d'investir car le passage du temps révèle de l'information supplémentaire sur l'état du marché. L'arrivée d'informations permet au gestionnaire de gagner plus d'assurance quant à la rentabilité positive ou non de son projet. Puisqu'il a la possibilité d'attendre avant d'agir, il peut éviter pendant un certain temps de se lancer dans une aventure qui présente des risques de revirements élevés. La valeur de l'option d'attendre (*timing*) avant d'investir est positivement liée au niveau d'incertitude dans les prix et au degré d'irréversibilité des dépenses en capital. En effet, s'il est possible de récupérer la totalité des sommes investies (réversibilité parfaite de l'investissement), il n'est pas nécessaire d'attendre car le capital investi pourra être transféré sans coûts à des activités plus rentables si le projet s'avère négativement affecté par l'évolution de l'environnement.

Quand la VAN est initialement positive, le coût d'attendre est égal à la valeur des flux monétaires qui seraient autrement réalisés pendant la période d'attente. La méthodologie des options réelles permet de maximiser la valeur du projet en effectuant un arbitrage optimal entre le coût et le bénéfice d'attendre.

Dans le deuxième cas, la VAN est initialement négative mais l'option d'attendre peut quand même avoir une valeur car il est possible qu'un revirement favorable dans l'avenir incite le gestionnaire à investir dans le projet. Il est donc important de ne pas abandonner un projet avant son échéance simplement parce que la VAN est négative. La meilleure stratégie est de procéder à une évaluation des options réelles du projet car la valeur (positive) des options qu'il comprend peut être supérieure à la valeur (négative) identifiée par la VAN. Mentionnons que si la fenêtre de report est limitée, la VAN redevient le critère optimal au moment où retarder l'investissement n'est plus possible.

Il est important de noter que la valeur de l'option d'attendre peut être nulle si des considérations stratégiques forcent la firme à agir rapidement à cause du risque de préemption par un concurrent. Dans un environnement réactif, la méthodologie des options réelles doit être combinée à une analyse industrielle stratégique.



- Le paramètre de retour à la moyenne est de 0.2,
- Le coût de transport est de 575\$/jour et non 342\$/jour,
- Le coût des installations et de la mise en service du puits est de 1 500 000\$,
- Il est possible de retarder la mise en service jusqu'à T années après le forage.

Dans ce contexte, si le prix du gaz est de 10\$/mcf (sous la moyenne à long terme) à la fin du forage, la VAN du projet de mise en production est négative (-142 160\$) et conformément à ce résultat, le projet devrait être abandonné.<sup>12</sup> Par contre, si le gestionnaire a l'option d'attendre avant d'investir dans la mise en production, la valeur du projet à la fin du forage devient positive. En effet, puisque les prix sont volatils (écart-type de 35%), il y a une probabilité non négligeable que les prix augmentent suffisamment pendant la période d'attente pour justifier l'investissement. Pour un prix actuel de 10\$/mcf, la valeur de l'option de timing dans la mise en production est égale à la fin du forage à 134 130\$ si on peut procéder à la mise en production au cours des 2 prochaines années ( $T = 2$ ), 143 170\$ si on peut procéder au cours des 3 prochaines années et atteint 146 980\$ si on peut procéder dans les 4 prochaines années.<sup>13</sup> Ainsi, la valeur de cette option atteint respectivement 276 290\$, 285 330\$ et 289 140\$, des sommes fort significatives dans le cadre du projet VEGA.

L'analogie entre la valeur de l'option d'attendre et une option de type « call américain » est intéressante car elle permet en quelque sorte de valider en référence à un marché organisé et liquide cette idée à l'effet que le projet a une valeur positive même si sa VAN est présentement négative. Par exemple, le 8 décembre 2003 à l'ouverture des marchés, les actions de la compagnie EnCana se transigeait à un prix de 38.52\$US et en même temps, il y avait en circulation des options qui permettaient d'acheter, jusqu'au 20 décembre 2003, l'action à un prix d'exercice de 40\$US. Même si le 8 décembre 2003 la différence entre le prix d'exercice et la valeur de l'action était de 1.48\$US, ces options se transigeaient un prix de 0.20\$US chacune. Dans le cas de VEGA, la valeur marchande de l'action est analogue à la valeur actualisée des flux monétaires provenant de l'exploitation du puits et le prix d'exercice de l'option est analogue au coût de mettre le puits en production.

En plus de l'option d'attendre avant d'investir, il est possible d'identifier d'autres options à l'intérieur du processus menant à l'exploitation du puits VEGA-3. Puisque des options semblables se retrouveront dans le projet « BenGulf », elles seront décrites à la section suivante.

## 16:7 - OPTIONS RÉELLES : LE CAS DU PROJET BENGULF

Les projets d'exploration, de développement et de production de gaz naturel font intervenir une multitude d'options réelles souvent interreliées. Il n'est donc pas surprenant de constater que dans bien des cas, ces projets d'investissement ont été des exemples privilégiés d'application de la méthodologie des options réelles. Les principales, mais non les seules, options en cause sont :

- Les options de timing pour l'exploration, le développement et la production ;
- Les options d'expansion (ajouter des puits productifs à la structure actuelle) ou de contraction du projet ;
- Les options de suspension momentanée des opérations (d'exploration, de développement, de production);

<sup>12</sup> Dans ce cas, la VAN est positive pour un prix supérieur à 11.22\$/mcf.

<sup>13</sup> Voir annexe pour les détails de la méthode.

- Les options d'abandon du projet en cas de conditions défavorables (abandon pendant l'exploration, le développement ou la production);
- L'option d'investir dans de l'information supplémentaire pendant le forage.

En général, une entreprise d'exploration et de production (E&P) de gaz naturel ou de pétrole doit réaliser dans un environnement très volatil (volatilité au niveau des prix et incertitude au niveau des coûts et des réserves) les étapes suivantes : l'exploration de nouvelles réserves; le développement de ces réserves (installation des équipements nécessaires à la production et au transport); la production continue ou interrompue, et éventuellement l'abandon (fermeture définitive, i.e. échange de la valeur de la production future contre la différence entre les coûts de fermeture et la valeur résiduelle des équipements).

Dans l'esprit des options réelles, chaque étape constitue un projet en soi puisque l'exécution d'une étape n'implique pas nécessairement la réalisation de la suivante et cette maxime doit guider le processus d'évaluation et de prise de décision. Ainsi, les décisions apparaissent en séquence mais l'évaluation du projet met à contribution chacune des étapes. L'évaluation porte donc sur l'option de prendre telle ou telle décision dans l'avenir, c'est-à-dire la possibilité mais non l'obligation de prendre certaines décisions.

En effet, un projet évalué en bloc peut paraître au départ non rentable puisque qu'on suppose implicitement que l'on s'engage à réaliser tous les phases, et ce, peu importe l'évolution du marché ou plus généralement de l'environnement de l'entreprise. Comparativement à l'approche des options réelles, le risque de cette stratégie est beaucoup plus élevé car elle fait fi de la capacité réelle que peut avoir l'entreprise de s'ajuster continuellement à un environnement changeant. L'évolution de l'environnement de l'entreprise fait référence ici à la modélisation des processus stochastiques pertinents pour chacune des variables aléatoires critiques caractérisant cet environnement, comme par exemple le prix du gaz ou du pétrole, les coûts de forage et le niveau des réserves.

Dans le cas du projet BenGulf, la valeur des options réelles relatives aux moments (timing) opportuns de démarrer les différentes phases du projet (exploration, développement et production) ainsi que la valeur des options relatives aux possibilités d'expansion, de contraction, de suspension et d'abandon pourrait avoir a priori un impact majeur sur la valeur globale du projet et sur la décision d'aller de l'avant avec la première phase. Plus grande est ou sera la flexibilité de l'entreprise à s'ajuster à un environnement changeant, plus grande sera la valeur du projet.

## 16:8 - ANNEXES

La méthode des options réelles utilise *mutatis mutandis* toutes les mathématiques de la finance. En effet, les techniques financières standard ne peuvent pas toujours être appliquées directement dans le contexte des options réelles. Les raisons les plus importantes sont à l'effet que :

- les risques du monde réel ne peuvent pas toujours être reproduits par les instruments du marché si bien que les méthodes d'équilibre telles que la méthode de Black-Scholes-Merton ne sont pas directement applicables ;
- les données sur les actifs sous-jacents (valeur du projet) ne sont pas disponibles sous une forme aussi pratique que les données financières ;
- l'identification des options disponibles nécessite souvent des analyses qui font appel à d'autres domaines de l'économie, ainsi qu'à d'autres disciplines en gestion, organisation, ingénierie, etc.

C'est pour ces raisons que la gamme des procédures et techniques utilisées dans le contexte des options réelles est typiquement plus large celle des procédures et techniques utilisées dans le contexte des options financières. On fait couramment appel aux arbres décisionnels avec optimisation des décisions aux différents nœuds ou encore à la programmation dynamique stochastique, généralement appliquée avec des doses importantes de théorie économique et de calcul numérique.

La programmation dynamique stochastique, en tant qu'outil mathématique, représente bien l'esprit des options réelles: elle cherche la maximisation d'une fonction de valeur stochastique qui peut être interprétée comme la valeur de l'entreprise ou du projet; cette valeur dépendant de décisions qui doivent être prises de façon optimale dans l'avenir une fois réalisés et observés certains événements encore inconnus et une fois connues certaines informations que le décideur ignore au moment de l'évaluation. C'est un outil d'optimisation très largement utilisé dans plusieurs domaines de gestion (la gestion de stocks par exemple), si bien que les options réelles peuvent être à la portée de nombreux gestionnaires, ingénieurs et analystes avec une formation minimale en finance, recherche opérationnelle et/ou économie industrielle.

Dans le cadre d'une approche par la programmation dynamique stochastique, l'analyste doit identifier chaque étape et caractériser chaque décision en termes de ses effets probables sur les variables d'état, de ses coûts, de son contenu informationnel, de ses degrés de réversibilité ou de flexibilité. De telles informations sont généralement très spécifiques à un projet donné de sorte que chaque projet nécessite généralement un investissement important en collecte et analyse de données. Et l'analyse doit souvent aller au-delà des données. Une analyse industrielle complète peut s'avérer nécessaire lorsque les décisions sont vraiment stratégiques: la concurrence, la préemption, l'extraction de signaux, l'information asymétrique, etc. deviennent alors des questions clé.

Un autre outil important des options réelles est la simulation. Avec des données sur la demande passée ou sur les taux passés de remplissage des réservoirs, on peut générer des échantillons fictifs de trajectoires de demandes futures possibles et/ou de niveaux d'eau. Une nouvelle technique prometteuse consiste à faire de l'inférence économétrique à partir de tels échantillons fictifs.

### 8.1 - Le temps continu

Pour la plupart des évaluations options réelles, on utilise, dans le but de simplifier les calculs, un cadre en temps continu où on suppose que :

- Les décisions et les transactions peuvent être effectuées à chaque instant,
- L'intérêt est composé continuellement,

- ▣ Les variables aléatoires peuvent changer à chaque instant,
- ▣ Les revenus provenant d'un projet sont réalisés à chaque instant.

Dans ce qui suit, nous illustrons comment manœuvrer l'actualisation des flux monétaires quand les revenus du projet sont réalisés instantanément. Pour débiter, définissons la limite

(16.1)

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = e$$

Si  $m$  est égal au nombre de périodes de capitalisation dans une année et si  $r$  est égal au taux d'actualisation, la valeur actualisée de 1\$ reçu dans  $t$  périodes quand le taux d'actualisation est composé  $m$  fois par années est égale à

(16.2)

$$VP = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{-mt}$$

et si on définit  $w = \frac{m}{r}$  et on remplace dans (A.2), on a

(16.3)

$$VP = \left[\left(1 + \frac{1}{w}\right)^w\right]^{-rt}$$

En prenant la limite de (16.3) quand  $m \rightarrow \infty$  ( $m \rightarrow \infty \Rightarrow w \rightarrow \infty$ ) et en utilisant (A.1) on obtient

(16.4)

$$VP = e^{-rt}$$

qui est égal à la valeur actualisée de 1\$ reçu dans  $t$  périodes avec un taux d'actualisation de  $r$  composé continuellement. Maintenant, si on définit  $P(t)$  comme étant le niveau de flux monétaires à chaque instant  $t$ , la valeur actualisée de ces flux monétaires (VAFM) réalisés  $m$  fois par année jusqu'au temps  $T$  est égale à

(16.5)

$$VAFM = \sum_{i=1}^{mT} \frac{1}{m} P\left(\frac{i}{m}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m\right]^{-\frac{i}{m}}$$

Puisque l'expression (16.5) est continue, prendre la limite quand  $m \rightarrow \infty$  est équivalent à supposer que les flux monétaires sont réalisés continuellement. En prenant la limite on obtient

(16.6)

$$\lim_{m \rightarrow \infty} VAFM = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{mT} \frac{1}{m} P\left(\frac{i}{m}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m\right]^{-\frac{i}{m}} = \int_0^T P(t) e^{-rt} dt$$

où  $dt = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m}$ ,  $t \in (0,1)$  et (16.3) et (16.4) sont utilisés. Par conséquent, quand les flux monétaires sont réalisés continuellement, l'intégrale remplace la somme pour le calcul de la valeur actualisée des flux monétaires. Par exemple, si on a  $P(t) = D$ , (16.6) devient

$$D \int_0^T e^{-rt} dt = -\frac{D}{r} [e^{-rt}]_0^T = \frac{D}{r} (1 - e^{-rT})$$

## 8.2 - Processus aléatoires

### Mouvement aléatoire du prix : un mouvement de retour à la moyenne (MRM)

Tel que mentionné, nous utilisons un processus de retour à la moyenne pour caractériser l'évolution du prix du gaz  $P$ . On retrouve dans la littérature sur les options et les options réelles plusieurs façons de modéliser un retour à la moyenne. L'important ici est de choisir un processus qui réplique l'effet désiré et qui mathématiquement se manipule bien.

Mentionnons qu'il existe des modèles à un ou plusieurs facteurs. Bien que plus complexes, les modèles à facteurs multiples offrent l'avantage d'une représentation plus juste des prix sur le marché nord-américain du gaz naturel. Par contre, puisque le marché de VEGA est totalement isolé, nous croyons qu'il vaut mieux choisir un processus simple qui représente quand même très bien l'effet de retour à la moyenne. Cependant, pour BenGulf, il serait probablement utile d'assumer les difficultés d'un modèle plus sophistiqué dans le but d'obtenir une meilleure représentation du marché nord-américain.

Nous avons donc choisi pour VEGA un modèle à un facteur qui se définit par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$(16.7) \quad dY = \eta(\alpha - Y)dt + \sigma_Y dz_Y$$

où  $Y = \ln P$  et  $\alpha$  est la moyenne à long terme du logarithme du prix. Le paramètre  $\eta$  caractérise la force du retour à la moyenne : plus  $\eta$  est petit, plus les écarts entre le prix actuel et le prix moyen sont persistants. De plus, en écrivant l'espérance de (16.7) comme suit :

$$(16.8) \quad \frac{1}{(\alpha - Y_t)} \frac{dY}{dt} = \eta$$

et en intégrant de  $t_0$  (aujourd'hui) à  $t_1$ , on obtient :

$$(16.9) \quad \ln \left( \frac{Y_{t_1} - \alpha}{Y_{t_0} - \alpha} \right) = -\eta(t_1 - t_0)$$

Si on définit  $(t_1 - t_0)$  comme étant la demi-vie espérée du processus, i.e. le temps moyen nécessaire pour réduire l'écart entre  $Y_{t_0}$  et  $\alpha$  de 50%, on a  $(Y_{t_1} - \alpha) = 0.5(Y_{t_0} - \alpha)$  qui donne la relation suivante entre  $\eta$  et la demi-vie espérée du processus MRM :

$$t_1 - t_0 = -\frac{\ln(0.5)}{\eta}$$

À partir de (16.7), on peut démontrer qu'à  $t = 0$  la distribution de  $Y_t$  est normale avec une moyenne  $\alpha + (Y_0 - \alpha)e^{-\eta t}$  et une variance  $b^2 = \frac{\sigma_Y^2(1 - e^{-2\eta t})}{2\eta}$ . Par conséquent, la fonction de distribution de  $P_t$  est

(16.10)

$$f(P_t) = \frac{\sqrt{2\eta}}{P_t \sigma \sqrt{1 - e^{-2\eta t}}} \phi \left( \frac{[\log(P_t) - (\alpha + (\log(P_0) - \alpha)e^{-\eta t})] \sqrt{2\eta}}{\sigma \sqrt{1 - e^{-2\eta t}}} \right)$$

avec

$$E[P_t] = e^{\alpha + \frac{b^2}{2}} \quad \text{et} \quad \text{Var}[P_t] = e^{2\alpha + b^2} (e^{b^2} - 1)$$

### Mouvement aléatoire de la production : un mouvement brownien géométrique (MBG)

Pour sa part, le processus suivi par le niveau de production  $q$  peut être caractérisé par le mouvement brownien géométrique

$$(16.11) \quad dq = -\mu_q q dt + \sigma_q q dz_q$$

où  $\mu_q$  est le taux moyen de déclin,  $\sigma_q$  la variabilité et  $q$  la production aujourd'hui. Par contre, pour notre modèle, nous supposons que

$$(16.12) \quad \sigma_q = 0 \text{ et } q(0) = q_0$$

ce qui donne pour le niveau de production

$$(16.13) \quad dq = -\mu_q q dt \Rightarrow q(t) = q_0 e^{-\mu_q t}$$

Puisque l'on a un plateau de production au début de l'exploitation, (16.13) devient

$$(16.14) \quad q(t) = q_0 e^{-(\mu_q(t-t_p)) \cdot 1_{\{t > t_p\}}}$$

où  $t_p$  est égal à la durée du plateau de production avec

$$1_{\{t > t_p\}} = \begin{cases} 0, & \text{si } t \leq t_p \\ 1, & \text{si } t > t_p \end{cases}$$

De manière plus générale, avec  $\sigma_q$  positif, un processus de MBG permet de reproduire avec seulement deux paramètres (tendance et volatilité) plusieurs phénomènes empiriques. Il est aussi possible avec ce processus de rendre aléatoire ou temporellement dépendants les paramètres de tendance et de volatilité (GARCH).

### 8.3 - Valeur d'un puits productif

Le principal générateur de valeur de l'option VEGA est la valeur espérée des flux monétaires provenant de l'exploitation des puits VEGA-1 et VEGA-3. Au temps  $t$ , si on produit seulement quand les revenus sont supérieurs aux coûts de production, i.e. on a l'option de produire ou non, la fonction de profits en termes « annuels » pour un puits de type VEGA s'écrit

$$(16.15) \quad \pi(t) = \text{Max}[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) - C(t), 0]$$

Pour que (16.15) soit valide, il faut que le gestionnaire soit en mesure d'interrompre et de reprendre la production sans coûts, une hypothèse qui semble réaliste pour un puits de type VEGA si on considère que le gestionnaire à

l'option de livrer le gaz. Au temps  $t = 0$  quand le prix est égal à  $P_0$ , la valeur espérée de produire au temps  $t$  est égale à

(16.16)

$$VP(P_0, t) = e^{-rt} \int_0^{\infty} \frac{\text{Max}[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) - C(t), 0]}{P(t)b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln P(t) - a}{b}\right)^2} dP$$

$$= e^{-rt} \int_0^{\infty} \frac{[P(t)q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) - C(t)]}{P(t)b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln P(t) - a}{b}\right)^2} dP$$

$$\frac{C(t)}{q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v)}$$

Après avoir effectué quelques changements de variables, l'intégrale (16.16) devient

(16.17) 
$$VP(P_0, t) = e^{-rt} \left[ q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v)e^{\alpha + \frac{1}{2}b^2} \Phi(d_1) - C(t) \cdot \Phi(d_2) \right]$$

où  $\Phi$  est la fonction de densité normale à moyenne 0 et variance 1 et

$$d_1 = \frac{b^2 + a - \log\left(\frac{C(t)}{q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v)}\right)}{b}, \quad d_2 = d_1 - b$$

L'expression (16.17) représente la valeur de l'option de produire au temps  $t$ . La valeur espérée des flux monétaires provenant de l'exploitation d'un puits de type VEGA est donc égale à la somme de toutes les options de production ce qui s'écrit comme suit :

(16.18)

$$G_i(P_0) = \int_0^{\infty} VP(P_0, t) dt \quad i \in \{1, 3\}$$

L'intégrale (16.18) doit être calculée numériquement. Pour ce faire, décomposons (16.18) comme suit :

(16.19)

$$G_i(P_0) = \int_0^{t_p} e^{-rt} \underbrace{\left[ q_0(1 + \chi\psi)(1 - v)e^{\alpha(t) + \frac{1}{2}b(t)^2} \Phi(d_1(t)) \right]}_1 dt$$

$$+ \int_{t_p}^{\infty} e^{-rt} \underbrace{\left[ q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v)e^{\alpha(t) + \frac{1}{2}b(t)^2} \Phi(d_1(t)) \right]}_2 dt - \int_0^{\infty} \underbrace{C(t)e^{-rt} \Phi(d_2(t))}_3 dt$$

Pour l'intégrale 1, effectuons le changement de variable  $x = \frac{2t - t_p}{t_p}$  pour obtenir :

(16.20)

$$\frac{t_p}{2} \int_{-1}^1 e^{-r\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)} \left[ q_0(1 + \chi\psi)(1 - v) e^{\alpha\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right) + \frac{1}{2}b\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)^2} \Phi\left(d_1\left(\frac{t_p(x+1)}{2}\right)\right) \right] dx$$

nous permettant d'appliquer la méthode d'intégration numérique de Gauss-Legendre. Pour l'intégrale 2, effectuons les changements de variables  $x = t - t_p$  et  $z = rx$  pour obtenir :

(16.21)

$$\frac{e^{-rt_p}}{r} \int_0^\infty e^{-z} \left[ q\left(\frac{z}{r} + t_p\right) (1 + \chi\psi)(1 - v) e^{\alpha\left(\frac{z}{r} + t_p\right) + \frac{1}{2}b\left(\frac{z}{r} + t_p\right)^2} \Phi\left(d_1\left(\frac{z}{r} + t_p\right)\right) \right] dz$$

Nous permettant d'appliquer la méthode d'intégration numérique de Gauss-Laguerre. Finalement, pour l'intégrale 3, substituons  $x = rt$  pour obtenir:

(16.22)

$$\frac{1}{r} \int_0^\infty e^{-x} C(t) \Phi\left(d_2\left(\frac{x}{r}\right)\right) dx$$

nous permettant d'appliquer encore une fois la méthode d'intégration numérique de Gauss-Laguerre. La même démarche s'applique au cas où le gaz de VEGA remplace du propane, dans ce cas on remplace (16.15) par :

$$\text{Max}[P(t)q(t)\psi(1 + \chi)(1 - v), C(t), 0]$$

Il arrive fréquemment que l'option de produire ou non et la volatilité ne soient pas considérées dans l'évaluation du projet autrement que par un ajustement du taux d'actualisation (RAROC). En effet, un scénario moyen est souvent utilisé ce qui signifie qu'implicitement, la valeur est calculée en supposant qu'il y aura toujours production même quand le coût est supérieur aux revenus.<sup>14</sup> Dans ce cas, si  $P_0$  représente le prix moyen, la valeur du puits au temps  $t$  s'écrit :

(16.23)

$$\begin{aligned} VP_{\text{sans option}}(P_0) &= \int_0^\infty [P_0q(t)(1 + \chi\psi)(1 - v) - C(t)]e^{-rt} dt \\ &= \int_0^{t_p} P_0q_0(1 + \chi\psi)(1 - v)e^{-rt} dt + \int_{t_p}^\infty P_0q_0e^{-\mu_q(t-t_p)}(1 + \chi\psi)(1 - v)e^{-rt} dt - C \int_0^\infty e^{-rt} dt \end{aligned}$$

cela est équivalent à :

(16.24)

$$VP_{\text{sans option}}(P_0) = \frac{P_0q_0(1 + \chi\psi)(1 - v)}{r(\mu_q + r)} [\mu_q(1 - e^{-rt_p}) + r] - \frac{C}{r}$$

---

<sup>14</sup> Toujours sous l'hypothèse que le coût d'arrêter et de redémarrer la production est nul.

## 8.4 - Valeur de l'option de forer

Tel que mentionné, une fois le forage terminé, NCG doit prendre la décision de parachever le puits, dans ce cas, la fonction-objectif est :

$$(16.25) \quad \text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\}$$

Par conséquent, le problème au moment où la décision de forer doit être prise s'écrit comme suit :

$$(16.26) \quad \text{Max}\{G_1(P_0, q_{1(0)}) - C_{G_1} + E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\} | P_0, I_0] e^{-rT_F} - C_F, 0\}$$

où

- $G_1(P_0, q_{1(0)}) \equiv$  Valeur aujourd'hui du puits VEGA - 1
- $G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) \equiv$  Valeur du puits VEGA - 3 à la fin du forage
- $I_0 \equiv$  Information sur les réserves à  $t = 0$

Pour sa part, l'espérance dans l'expression (16.26) est équivalente à :

$$(16.27) \quad E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}) - C_P, 0\} | P_0, I_0] = P(\text{sec}) \cdot 0 \\ + P(\sim \text{sec}) \cdot \sum_{i=1}^n P(q_{3(T_F)}^i) \cdot E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}^i) - C_{P_i}, 0\} | P_0]$$

où  $P(q_{3(T_F)}^i)$  est la probabilité d'une production initiale de  $q_{3(T_F)}^i$  conditionnellement à un puits productif. Finalement, l'espérance conditionnelle à  $P_0$  s'écrit :

$$(16.28) \quad E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}^i) - C_{P_i}, 0\} | P_0] = \int_{P_{T_F}^*}^{\infty} \frac{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}^i) - C_{P_i}}{P_{T_F} b \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln P_{T_F} - a}{b} \right)^2} dP_{T_F}$$

La première étape pour évaluer (16.28) est de trouver  $P_{T_F}^*$  qui est la racine de (16.25) et ensuite, en effectuant le changement de variable  $x = P_{T_F} - P_{T_F}^*$  on a

$$(16.29) \quad E[\text{Max}\{G_3(P_{T_F}, q_{3(T_F)}^i) - C_{P_i}, 0\} | P_0] = \int_0^{\infty} \frac{G_3(x + P_{T_F}^*, q_{3(T_F)}^i) - C_{P_i}}{(x + P_{T_F}^*) b \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(x + P_{T_F}^*) - a}{b} \right)^2} dx$$

et cela s'évalue à l'aide de la méthode d'intégration numérique de Gauss-Laguerre. Il est important de noter que Gauss-Laguerre s'applique à (16.29) seulement quand la fonction à intégrer est multipliée par  $e^x e^{-x}$ .

## 8.5 - Calcul de la valeur de l'option d'attendre avant d'investir

Pour établir la valeur de l'option d'attendre avant d'investir, nous utilisons la méthode Monte Carlo LSM qui permet d'évaluer des options avec des particularités américaines, i.e. exercice de l'option avant l'échéance. Il aurait été également possible de solutionner le problème par la méthode des différences finies après avoir énoncé l'équation

différentielle caractérisant la valeur de notre projet. Pour ce travail, nous utilisons la méthode LSM pour démontrer comment cette méthode est flexible, intuitive et relativement facile d'utilisation.

Pour commencer, définissons  $F(P_t, T - t)$  comme étant la valeur de l'option de parachever le puits VEGA-1 et ce, en fonction du prix au temps  $t$  et du temps qu'il reste avant l'échéance  $T$ . À chaque instant  $t \in [0, T]$ , la firme peut soit échanger l'option d'investir en retour d'un projet (VEGA-1 productif) qui a une valeur de  $VP(P_0, t) - C_P$ , soit reporter la décision à une période ultérieure.<sup>15</sup> Au temps  $t$ , la valeur de l'option gérée de façon optimale est égale à

$$(16.30) \quad F(P_t, T - t) = \max_{\tau \in [t, T]} \{e^{-r(\tau-t)} E_t[VP(P_\tau, \tau) - C_P]\}$$

où  $\tau$  est le temps d'arrêt optimal choisi dans  $[0, T]$ ,  $r$  le taux d'actualisation et  $E_t$  l'espérance conditionnelle à l'information disponible au temps  $t$ .

Pour implanter la méthode LSM, on divise la plage de temps de l'option en  $N$  nœuds séparés par une distance de  $\partial t = \frac{T}{N}$  et nous considérons seulement les temps d'arrêt  $\{t_0 = 0, t_1 = \partial t, \dots, t_N = N\partial t\}$  ce qui donne une approximation en temps discret de  $F(P_t, T - t)$ .

La prochaine étape est de simuler  $K$  trajectoires de la variable d'état aléatoire  $P_t$ . On utilise comme solution de (16.1) l'équation suivante :

(16.31)

$$P_t = \exp \left\{ Y_{t-1} e^{-\eta \partial t} + \alpha (1 - e^{-\eta \partial t}) + \sigma_Y \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \partial t}}{2\eta}} \cdot N(0,1) \right\}$$

où  $N(0,1)$  est un tirage d'une distribution normale standard. Définissons  $P_t(w)$  comme étant le prix au temps  $t$  de la  $W$ -ième trajectoire et  $\tau(w)$  comme le temps d'arrêt optimal de la  $W$ -ième trajectoire. Si on définit  $t$  comme étant la date d'aujourd'hui,  $\tau(w)$  est généré avec l'information qui est disponible au temps  $t$ .

Pour trouver (16.30), nous procédons récursivement pour chaque trajectoire ; à chaque nœud, le décideur doit choisir entre investir ou attendre. À l'échéance, puisque la VAN redevient le critère de décision optimal, la valeur de l'investissement est égale à

$$(16.32) \quad F(P_{t_N}(w), t_N) = \max\{VP(P_{t_N}(w), t_N) - C_P, 0\} \quad \text{pour } w = 1, \dots, K$$

À  $(N - 1)\partial t$  la valeur de l'investissement est égale à

$$(16.33) \quad F(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) = \max\{VP(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) - C_P, e^{-r\partial t} E_{t_{N-1}}[F(P_{t_N}(w), t_N)]\}$$

En procédant de cette façon jusqu'à  $t_1$ , la règle de décision à  $t_1$  est

$$(16.34) \quad F(P_{t_1}(w), t_1) = \max\{VP(P_{t_1}(w), t_1) - C_P, e^{-r\partial t} E_{t_1}[F(P_{t_2}(w), t_2)]\}$$

et le temps d'arrêt optimal pour chaque trajectoire satisfait

$$(16.35) \quad \tau(w) = \inf \{t | F(P_t(w), t) = VP(P_t(w), t) - C_P\} \quad \text{avec } t \in \{t_0, \dots, t_N\}$$

<sup>15</sup> Voir équation (16.17).

La condition (16.35) indique que le décideur investira la première fois que la valeur du projet sera supérieure ou égale à la valeur espérée d'attendre une autre période avant d'agir. Finalement, pour trouver  $F(P_0, t_0)$ , il s'agit de prendre la moyenne de la stratégie d'investissement optimale pour les  $K$  trajectoires ce qui s'écrit

(16.36)

$$F(P_0, t_0) = \frac{1}{K} \sum_{w=1}^K e^{-r\tau(w)} \left( VP(P_{\tau(w)}(w), \tau(w)) \right)$$

À chaque nœud de chaque trajectoire, la quantité inconnue est la valeur espérée d'attendre une autre période avant d'investir. Au nœud  $t_n$ , la valeur espérée d'attendre une autre période s'écrit comme suit :

(16.37)

$$\Psi(P_{t_n}, t_n) = e^{-r\partial t} E_{t_n} [F(P_{t_{n+1}}, t_{n+1})]$$

Le concept clé de l'approche LSM est que (16.37) peut s'exprimer comme une combinaison de fonctions de base

(16.38)

$$\Psi(P_{t_n}, t_n) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(t_n) L_j(P_{t_n}, t_n)$$

où  $\phi_j(t_n)$  sont les coefficients des fonctions de base et  $L_j$  est le  $j$ -ième élément de la base orthonormale de la fonction (16.37). Pour obtenir une approximation de (16.38), on utilise les  $J < \infty$  premiers éléments de la base et on estime les coefficients par moindres carrés (MC) avec l'information en coupe transversale de la simulation.

En procédant récursivement à partir du nœud  $N - 1$ , la valeur d'attendre jusqu'à  $N$  avant d'investir est égale pour chaque trajectoire à

(16.39)

$$e^{-r\partial t} \max\{VP(P_{t_N}(w), t_N) - C_P, 0\}$$

Pour obtenir un estimé de (16.38) à  $t_{N-1}$ , on régresse (16.39) sur une constante et sur les  $J$  fonctions de base. Par conséquent, à  $t_{N-1}$  pour chaque trajectoire  $W$ , la valeur d'attendre jusqu'à  $N$  avant d'investir est estimée par

(16.40)

$$\hat{\Psi}(P_{t_{N-1}}, t_{N-1}) = \sum_{j=1}^J \hat{\phi}_j(t_{N-1}) L_j(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1})$$

où  $\hat{\phi}_j$  est l'estimé MC du  $j$ -ième coefficient de la base. Finalement, la valeur de l'option d'investir au nœud  $N - 1$  est égale à

(16.41)

$$F(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) = \max\{VP(P_{t_{N-1}}(w), t_{N-1}) - C_P, \hat{\Psi}(P_{t_{N-1}}, t_{N-1})\}$$

On doit répéter cette procédure pour finalement obtenir  $F(P_0, t_0)$ .

# Real Options in Natural Gas Warehousing

## CHAPTER 17

Ce chapitre a été écrit en collaboration avec Éric Gravel.

This chapter shows another application of Real Options. The energy market is highly volatile. The price of commodities such as oil, natural gas or electricity constantly changes. Instability in the Middle East causes a raise in the oil price. A reduction in the offer of electricity, due to a long period of draught for example, may cause electricity prices to go up. The price of natural gas may change according to climate variations. In winter, there is greater demand for gas used for heating. On the other hand, greater consumption of electricity in summer may indirectly raise the price of natural gas if it is widely used in thermal power plants.

It is too difficult to estimate the volatility of energy prices as it depends on a plethora of factors. Creating a model that takes all those factors into account is an arduous task, not to mention too expensive. Thus, we may be better off creating a reduced form model calibrated on the historical price of energy contracts. We can then use Monte Carlo simulation or dynamic programming to solve that model.

Briefly, our work consists of the following four steps:

- defining the asset that will be evaluated, including the flexibility options and strategy to use;
- creation of a reduced form model that captures the dynamics of the problem variables, in particular, their stochastic behaviour;
- the estimation (calibration) of the model parameters, using historical data;
- implementation of an algorithm for solving the model (Monte Carlo simulation, solution of differential equations, dynamic programming, etc.)

According to the prices of gas and electricity, sometimes it may be more profitable to buy electricity and store the gas for later use. If the electricity price is too high, however, it should be better to use the gas to produce power.

We will consider a reduced form model based on the price of gas. This model should be flexible enough to capture the seasonality, mean-reversion and stochastic volatility of the variables. Seasonality is caused by temperature variations and may be modelled as follows:

$$(17.1) \quad P_t = h(t) + S_t$$

where  $h(t)$  is the seasonal component and  $S_t$  is the price of gas free of seasonality. The seasonal component may be something like:

$$(17.2) \quad h(t) = c \sin\left(\frac{2\pi t}{D}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{D}\right)$$

where  $t$  is the time in days and  $D$  is the number of days in a year.

In addition to seasonality, there is a mean-reversion behaviour that we need to capture in our model. Because of volatility, prices are bound to oscillate around their seasonal mean but in the long term those oscillations tend to drift away.

There is a convenience yield for keeping the gas in stock. Like we said before, sometimes it is better to store the gas and save it for later when the price of gas becomes more advantageous. It is generally very difficult to model stock levels. However, it is possible to measure the convenience yield based on future prices. We will, thus, use the following model<sup>16</sup> for the gas price and convenience yield:

$$(17.3) \quad dP_t = (\mu_1 - \delta_t)P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1$$

$$(17.4) \quad d\delta_t = k(\mu_2 - \delta_t)dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2$$

where  $W_t^1$  and  $W_t^2$  are two (possibly correlated) Wiener processes and:

$\mu_1$  is the expected return on the gas price

$\mu_2$  is the long-term convenience yield mean

$\sigma_1$  is the price volatility

$\sigma_2$  is the convenience yield volatility

$k$  is the mean-returning force

Equations 0 and 0 can be written under a risk-free form using certain equivalents:

$$(17.5) \quad dP_t = (r + c - \delta_t)P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1$$

$$(17.6) \quad d\delta_t = [k(\mu_2 - \delta_t) - \lambda_\delta]dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2$$

where  $r$  is the risk-free rate,  $c$  is the warehousing marginal cost and  $\lambda_\delta$  is the market price of risk for the convenience yield.

We must proceed now to estimating the parameters of Equations 0 and 0 using historical data. There are a number of methods to do so, but they are beyond the scope of this analysis. For further details on how to estimate those parameters please refer to the article (RIBEIRO AND HODGES, 2004). We will assume from now on that the parameters are known.

Our final step is to implement an algorithm to solve Equations 0 and 0. Before doing this, we would like to rewrite those equations in a more convenient form. Letting  $X_t = \log P_t$  and applying Itô's formula, Equation 0 becomes:

$$(17.7) \quad dX_t = \left( r + c - \left( 1 + \frac{1}{2} \sigma_1^2 \right) \delta_t \right) dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} dW_t^1$$

Equation 0 is a mean-reverting process. We can calculate its conditional expected value:

$$(17.8) \quad E[\delta_t | \delta_{t-dt}] = \mu_2 (1 - e^{-kdt}) + \delta_{t-dt} e^{-kdt}$$

In order to perform a Monte Carlo simulation, we must write Equations 0 and 0 in a discrete form:

$$(17.9) \quad X_t = X_{t-\Delta t} + \left( r + c - \left( 1 + \frac{1}{2} \sigma_1^2 \right) \delta_{t-\Delta t} \right) \Delta t + \eta_t^1$$

$$(17.10) \quad \delta_t = \mu_2 (1 - e^{-k\Delta t}) + \delta_{t-\Delta t} e^{-k\Delta t} + \eta_t^2$$

---

<sup>16</sup> (RIBEIRO AND HODGES, 2004).

where  $\eta_t^1$  and  $\eta_t^2$  are drawn from a bivariate normal distribution with mean 0. If we want paths of daily prices, we must then set  $\Delta t = 1/360$  and find a starting value for the convenience yield.

Thus far, we have modelled the dynamics of the price of gas and its convenience yield but we haven't really considered real options. Real option evaluation means exploiting flexibility possibilities in a way that maximises project value.

Knowing how gas prices change, we can determine whether to use it or to buy electricity in the market in order to supply our needs. Our problem consists in determining that policy of either stocking the gas or using it. In more details, we have the following problem:

We need to determine, at each decision point (at the end each day, for example), the quantity  $q_t$  that will be injected or extracted from the reservoir (we can define negative values for extraction and positive value for injection). We must consider the following parameters:

- $Q_{\min}$  the minimum volume to keep in the reservoir (therm)
- $Q_{t_i}$  the volume at the reservoir at the beginning of period  $t_i$ .
- $Q_{\max}$  the maximum volume that the reservoir can store (therm)
- $q_I$  the maximum quantity that can be injected in a day (therm/day)
- $-q_E$  the maximum quantity that can be extracted in a day (therm/day)
- $c_I$  the injection cost (pence/therm)
- $c_E$  the extraction cost (pence/therm)

We may consider that each year contains  $N$  decision points ( $N = 365$  for decisions at the end of each day) and say the reservoir is capable of working for  $T$  years.

At each time  $t_i$ , we can extract/inject a volume  $q_E \leq q_{t_i} \leq q_I$  that maximises the value  $V_{t_i}$  of the warehousing conditional to the gas price  $P_{t_i}$  and the volume  $Q_{t_i}$ . Clearly, we must have:

$$(17.11) \quad Q_{t_i} = \sum_{j=0}^{i-1} q_{t_j}$$

The instant profit is :

$$(17.12) \quad \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) = \begin{cases} -q_{t_i}(P_{t_i} + c_I) & \text{if } q_{t_i} > 0 \text{ (injection)} \\ -q_{t_i}(P_{t_i} - c_E) & \text{if } q_{t_i} < 0 \text{ (extraction)} \\ 0 & \text{if } q_{t_i} = 0 \text{ (no action)} \end{cases}$$

Since at each  $t_i$  the volume  $Q_{t_i}$  must respect some constraints, we define a penalty function as:

$$(17.13) \quad F(Q_{t_i}, t_i) = C \left[ \left( Q_{t_i} - f_1(t_i) \right)_-^2 + \left( Q_{t_i} - f_2(t_i) \right)_+^2 \right]$$

where  $C$  is a large constant,  $(\cdot)_- \equiv \min(\cdot, 0)$  and  $(\cdot)_+ \equiv \max(\cdot, 0)$ . The functions  $f_1(t_i)$  and  $f_2(t_i)$  define respectively the lower and the upper constraints and are chosen according to the restrictions we want to impose to the solution. For example, since  $Q_{t_i}$  must be at least greater than  $Q_{\min}$ , we may choose  $f_1(t_i) = Q_{\min}$ . Likewise, we could choose  $f_2(t_i) = Q_{\max}$ , but there are some other restrictions to consider for the upper bound. Remember that we cannot inject more than  $q_I$  in a single day. Hence, there can be no more than  $q_I i$  therms of gas in the reservoir

at the end of day  $i$  (assuming we begin with an empty reservoir). If we want to impose the restriction that the reservoir must be empty at the end of the contract (day  $N$ ), then the reservoir can store no more than  $q_E(i - N)$ , that is, it cannot store more than what we are able to extract up to the final day and still respect the constraint that the reservoir will be empty. Thus, a more suitable function for  $f_2(t_i)$  is:

$$(17.14) \quad f_2(t_i) = \min(q_L i, Q_{\max}, q_E(i - N))$$

Combining Equations 0 and 0, we redefine the instant profit as:

$$(17.15) \quad \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) = \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) - F(Q_{t_i}, t_i)$$

Thus, if  $q$  represents the policy of extracting/injecting a certain amount  $q_{t_i}$  of gas from day 1 to  $N$ , then the present value of the stocked gas is:

$$(17.16) \quad J(q) = E\left[\sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i})e^{-rt_i} + F(Q_T, T)e^{-rT} \mid P_{t_0}, Q_{t_0}\right]$$

Our goal is to maximise  $J(q)$  over all possible policies  $q$ . This can be done with dynamic programming. Bellman's Equation for this problem is:

$$(17.17) \quad V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i}) = \max_{q_{t_i}} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) + E[V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_{i+1}})e^{-r(t_{i+1}-t_i)} \mid P_{t_i}, Q_{t_i}]$$

with the final condition:

$$(17.18) \quad V(T, P_T, Q_T) = F(Q_T, T)e^{-rT}$$

This is a difficult problem because our decision variable  $q_{t_i}$  can assume any value in the interval  $[q_E, q_L]$ . We can greatly simplify the problem if we assume that  $q_{t_i}$  can take values only over a discrete set like:

$$(17.19) \quad \{q_E, q_E + \Delta q, q_E + 2\Delta q, \dots, q_L - \Delta q, q_L\}$$

In that case, one way of tackling this problem is to use trinomial trees, building a forest of all the possible quantities  $Q_{t_i}$  that would ultimately give the price  $V$  of the contract.

We will proceed in a different way, however. We will use Monte Carlo Simulation with regression techniques as described by (LONGSTAFF AND SCHWARTZ, 2001).

We need to simulate  $M$  independent realizations of the price  $\{P_{t_i}\}_{i=0}^N$  of gas. Using those  $M$  realizations and knowing the optimal quantity  $q_{t_i}^{*,m}$  of gas to be extracted from or injected into the reservoir (and consequently the total quantity  $Q_{t_i}^{*,m}$ ), an approximation of Equation 0 is given by:

(17.20)

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}^m, q_{t_i}^{*,m}, Q_{t_i}^{*,m})e^{-rt_i} + F(Q_T^m, T)e^{-rT} \right]$$

In order to find  $V(t_0, P_{t_0}, Q_{t_0})$  we need to iterate backwards from  $t_{N-1}$  to  $t_0$  over each path, determining at each step the optimal quantity  $q_{t_i}^{*,m}$ . Clearly, this is a costly procedure. The Longstaff-Schwartz strategy iterates Equation 0 backwards, approximating the expectancy with a least-square regression over the  $M$  paths instead of explicitly calculating it.

Using the final condition  $V(T, P_T, Q_T)$ , we determine the optimal quantity  $q_{t_{N-1}}^{*,m}$ . Once the optimal quantity  $q_{t_{N-1}}^{*,m}$  has been found, we regress  $E[V(t_{N-1}, P_{t_{N-1}}, Q_{t_{N-1}})e^{-r(t_{N-1}-t_{N-2})} | P_{t_i}, Q_{t_i}]$  over the  $M$  paths and find the optimal quantity  $q_{t_{N-2}}^{*,m}$ ; and so on up to time  $t_0$ .

# ECN6878

## CHOIX D'INVESTISSEMENTS

2008-03-27

Entreposage de Gaz Naturel

### Les options réelles

- La méthodologie des options réelles optimise en contexte d'incertitude les règles de décisions relatives à la flexibilité.

2008-03-27

# Le marché d'énergie

- Le prix des commodities d'énergie est très volatil
- Instabilité politique, économique et variations de l'offre et de la demande

2008-03-27

# Le marché d'énergie



2008-03-27

# Le marché d'énergie



2008-03-27

# Le marché d'énergie

- À l'hiver, une baisse de la température entraîne une augmentation de la demande de gaz pour le chauffage
- À l'été, la hausse de la température provoque une augmentation de la demande d'électricité qui peut conduire à une augmentation de la demande de gaz, si le gaz alimente des génératrices

2008-03-27

# Le marché d'énergie

---

- Les contrats des produits dérivés dans ce marché présentent grande flexibilité
- Ces contrats sont appelés *swing options*

2008-03-27

# Les quatre étapes

---

- Comprendre le problème
  - ▣ Quelle est la variable qu'on va étudier? Quelles sont les opportunités de flexibilité? Quelle est la stratégie?
- Définition du modèle
  - ▣ Le modèle doit comprendre la dynamique du problème, le comportement stochastique de la variable et la flexibilité
- Estimation des paramètres
  - ▣ Utilisation des données historiques
- Résoudre le problème
  - ▣ Simulation Monte Carlo, Programmation dynamique, etc.

2008-03-27

## Comprendre le problème

- Évaluer un contrat « swing option » sur le prix du gaz
- Ce genre de contrat définit des quantités minimale et maximale qui doivent être achetées par le détenteur de l'option à chaque jour
- Le détenteur de l'option peut changer le taux auquel le gaz est acheté au cours du mois, mais généralement il y a une limite de changements qu'il peut faire.

2008-03-27

## Comprendre le problème

$Q_{\min}$  le volume minimal à maintenir dans le réservoir (therm)

$Q_{t_i}$  le volume dans le réservoir au début de la période  $t_i$ . (therm)

$Q_{\max}$  le volume maximal que le réservoir peut contenir (therm)

$q_I$  la limite journalière d'injection (therm/jour)

$-q_E$  la limite journalière de soutirage (therm/jour)

$c_I$  le coût d'injection (pence/therm)

$c_E$  le coût de soutirage (pence/therm)

2008-03-27

# Comprendre le problème

On assume que le gaz est acheté aux dates :

$$0 = t_0 < \dots < t_i < \dots < t_N = T$$

Le volume dans le réservoir au début de la période  $t_i$  est :

$$Q_{t_i} = \sum_{j=0}^{i-1} q_{t_j}$$

Ce volume doit satisfaire les contraintes  $Q_{\min}$  et  $Q_{\max}$

2008-03-27

# Comprendre le problème

La fonction de profit instantané est :

$$\pi(P_{t_i}, q_{t_i}) = \begin{cases} -q_{t_i}(P_{t_i} + c_I) & \text{si } q_{t_i} > 0 \text{ (injection)} \\ -q_{t_i}(P_{t_i} - c_E) & \text{si } q_{t_i} < 0 \text{ (soutirage)} \\ 0 & \text{si } q_{t_i} = 0 \text{ (ne rien faire)} \end{cases}$$

2008-03-27

# Comprendre le problème

À chaque temps  $t_i$  le volume  $Q_{t_i}$  doit respecter quelques contraintes.

On définit une fonction de pénalité :

$$F(Q_{t_i}, t_i) = C \left[ \left( Q_{t_i} - f_1(t_i) \right)_-^2 + \left( Q_{t_i} - f_2(t_i) \right)_+^2 \right]$$

Où  $C$  est une grande constante et  $(\cdot)_- \equiv \min(\cdot, 0)$  et  $(\cdot)_+ \equiv \max(\cdot, 0)$ . Les fonctions  $f_1(t_i)$  et  $f_2(t_i)$  définissent les contraintes inférieure et supérieure, respectivement.

2008-03-27

# Comprendre le problème

Par exemple, on peut choisir :

$$f_1(t_i) = Q_{\min} = 0$$

$$f_2(t_i) = \min(q_I i, Q_{\max}, q_E(i - N))$$

On ne peut pas stocker plus que ce qu'on peut injecter

On ne peut pas stocker plus que la capacité du réservoir

Si on impose la restriction que le réservoir doit être vide à la fin, on ne peut pas injecter plus que ce qu'on peut soustraire

2008-03-27

# Comprendre le problème

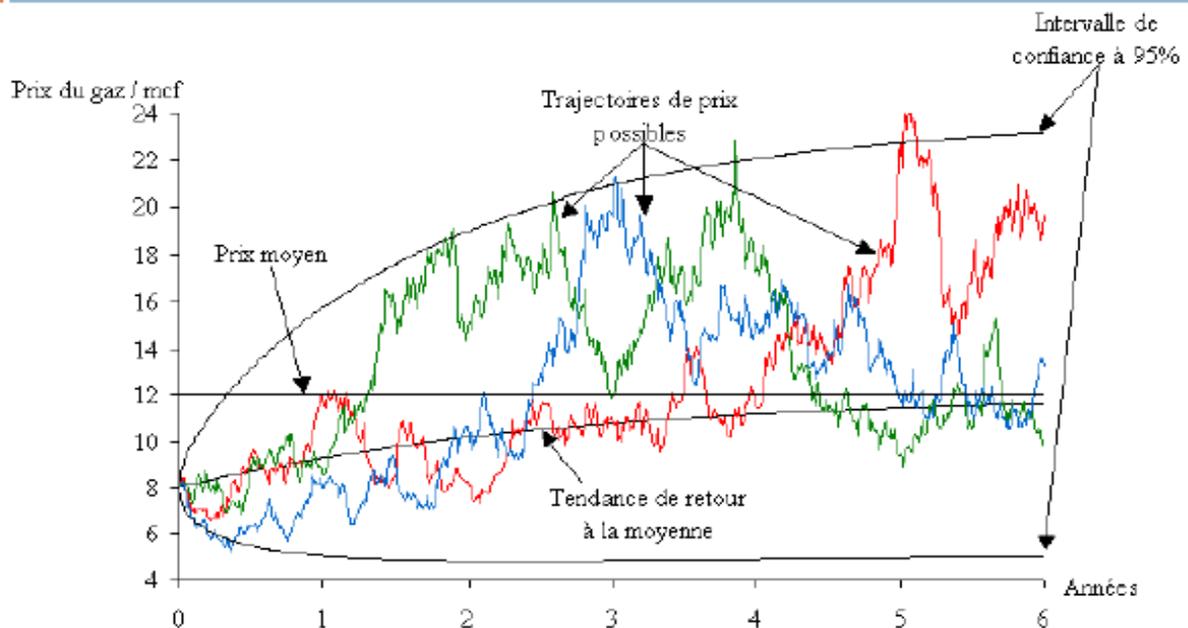
En combinant le profit instantané et la fonction de pénalité, on définit un nouveau profit instantané :

$$\Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) = \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) - F(Q_{t_i}, t_i)$$

Notre problème est maximiser ce profit en définissant une politique  $q$  de soutirage/injection du gaz, tout en tenant en considération l'évolution du prix  $P_{t_i}$ .

2008-03-27

## Définition du modèle



2008-03-27

## Définition du modèle

On peut modéliser des comportements saisonniers avec le modèle :

$$P_t = h(t) + S_t$$

où  $h(t)$  est la composante saisonnière et  $S_t$  est le prix du gaz libre de saisonnalité. La composante saisonnière peut être modélisée par :

$$h(t) = c \sin\left(\frac{2\pi t}{D}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{D}\right)$$

où  $t$  est le temps (en jours) et  $D = 365$  (le nombre de jours dans un an).

2008-03-27

## Définition du modèle

- On utilisera le modèle proposé en [RIBEIRO & HODGES \(2004\) «A Two-Factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation»](#)

$$\begin{aligned}dP_t &= (\mu_1 - \delta_t)P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1 \\d\delta_t &= k(\mu_2 - \delta_t)dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2\end{aligned}$$

2008-03-27

## Définition du modèle

$P_t$  est le prix (à terme) du gaz

$\delta_t$  est le « convenience yield »

$dW_t^1, dW_t^2$  sont des processus de Wiener, possiblement corrélés

$\mu_1$  est le rendement espéré du prix du gaz

$\mu_2$  est la moyenne à long terme du « convenience yield »

$\sigma_1, \sigma_2$  sont des constantes

$k$  est la force de retour à la moyenne

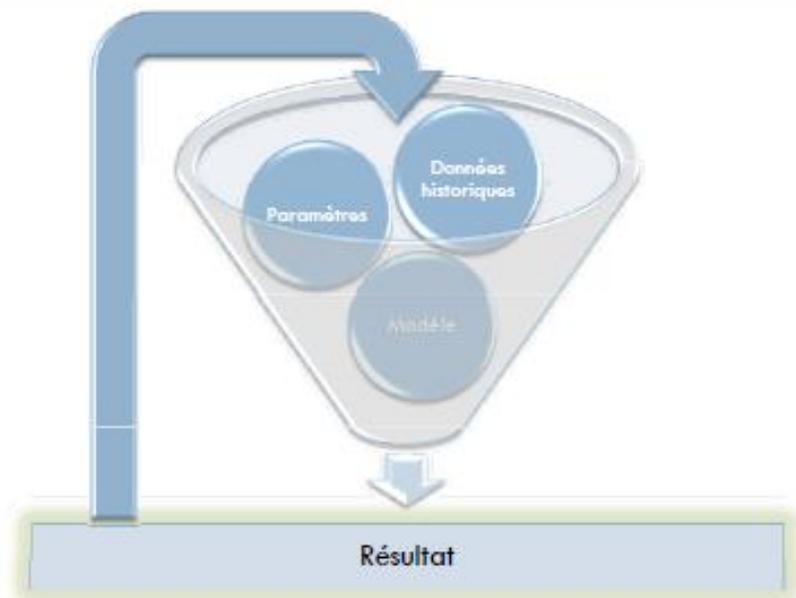
2008-03-27

## Définition du modèle

- On supposera que le prix futur du gaz suit un mouvement brownien géométrique, avec variance proportionnelle à la racine carré du « convenience yield »
- Le « convenience yield » est une mesure du bénéfice marginal de détenir des inventaires (la valeur de l'entreposage)

2008-03-27

# Estimation des paramètres



## Résoudre le problème

Si  $q$  représente la politique de soutirage/injection d'une quantité  $q_{t_i}$  du gaz à partir du jour 1 jusqu'à  $N$ , alors la valeur actualisée du gaz entreposé est :

$$J(q) = E \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) e^{-rt_i} + F(Q_T, T) e^{-rT} \middle| P_{t_0}, Q_{t_0} \right]$$

Notre but est maximiser  $J(q)$  sur toutes les politiques  $q$  possibles.

2008-03-27

## Résoudre le problème

On utilisera la programmation dynamique. L'équation de Bellman pour ce problème est :

$$\begin{aligned} V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i}) &= \max_{q_{t_i}} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) \\ &+ E[V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_{i+1}})e^{-r(t_{i+1}-t_i)} | P_{t_i}, Q_{t_i}] \end{aligned}$$

avec la condition finale :

$$V(T, P_T, Q_T) = F(Q_T, T)e^{-rT}$$

2008-03-27

## Résoudre le problème

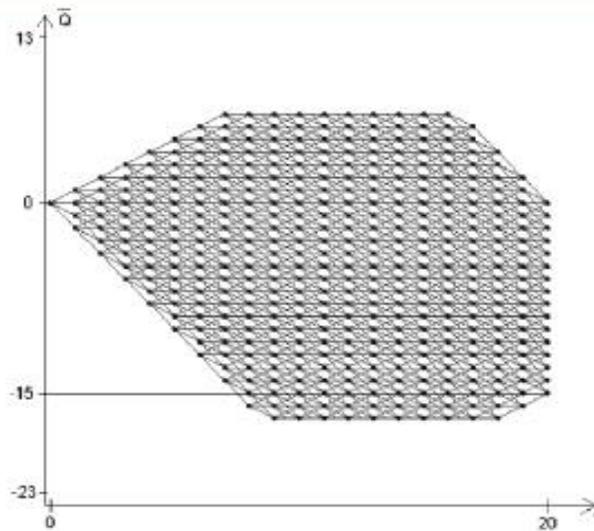
Ce problème est difficile parce que la variable de décision  $q_{t_i}$  peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle  $[q_E, q_I]$ . On peut simplifier le problème si on fait l'hypothèse que la variable  $q_{t_i}$  ne prend que des valeurs discrètes :

$$\{q_E, q_E + \Delta q, q_E + 2\Delta q, \dots, q_I - \Delta q, q_I\}$$

On peut utiliser un arbre trinomial et construire une forêt de toutes les quantités  $Q_{t_i}$  possibles et les utiliser pour trouver la valeur  $V$  du contrat.

2008-03-27

# Résoudre le problème



2008-03-27

## La méthode LSM

- La simulation moindres-carrés Monte Carlo (LSM) permet de faire la programmation dynamique en estimant la valeur espérée de « continuation »
- Elle peut être appliquée, par exemple, pour évaluer la valeur d'une option de vente américaine
- Elle est développée dans l'article [LONGSTAFF & SCHWARTZ \(2001\) «Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach»](#)
- Elle peut être appliquée à notre problème pour calculer la valeur du contrat et fournir la politique optimale

2008-03-27

# La méthode LSM

On doit résoudre :

$$\begin{aligned} V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i}) &= \max_{q_{t_i}} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) \\ &+ E[V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_{i+1}})e^{-r(t_{i+1}-t_i)} | P_{t_i}, Q_{t_i}] \end{aligned}$$

avec la condition finale :

$$V(T, P_T, Q_T) = F(Q_T, T)e^{-rT}$$

Afin de calculer l'espérance, on va simuler  $M$  trajectoires avec le processus de prix  $\{P_t\}$  et appliquer Monte Carlo.

2008-03-27

# La méthode LSM

Une fois que la politique optimale  $q^{*,m}$  soit déterminée, on calcule la valeur du contrat en prenant la moyenne :

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}^m, q_{t_i}^{*,m}, Q_{t_i}^{*,m})e^{-rt_i} + F(Q_T^m, T)e^{-rT} \right]$$

Mais il faut trouver la politique optimale pour chacune des  $M$  trajectoires!

2008-03-27

## La méthode LSM

On part de l'échéance  $T$  et on procède à rebours. La décision optimale de la trajectoire  $m$  au temps  $t_i$  est :

$$q_{t_i}^{*,m} = \arg \max_q [\Pi(P_{t_i}^m, q_{t_i}^m, Q_{t_i}^m) e^{-rt_i} + \hat{R}(t_i, q_{t_i}^m)]$$

où  $\hat{R}(t_i, q_{t_i}^m)$  est la valeur espérée de « continuation » :

$$\hat{R}(t_i, q_{t_i}^m) = E \left[ \sum_{j=i+1}^{N-1} \Pi(P_{t_j}^m, q_{t_j}^{*,m}, Q_{t_j}^{*,m}) e^{-rt_j} + F(Q_T^m, T) e^{-rT} \middle| P_{t_i}^m, q_{t_i}^m, Q_{t_i}^m \right]$$

2008-03-27

## La méthode LSM

La méthode LSM approxime l'espérance :

$$\hat{R}(t_i, q_{t_i}^m) = E \left[ \sum_{j=i+1}^{N-1} \Pi(P_{t_j}^m, q_{t_j}^{*,m}, Q_{t_j}^{*,m}) e^{-rt_j} + F(Q_T^m, T) e^{-rT} \middle| P_{t_i}^m, q_{t_i}^m, Q_{t_i}^m \right]$$

par une régression linéaire calculée parmi les  $m$  trajectoires.

2008-03-27

# La méthode LSM

Trajectoire	Y	X
1	$y_1$	$x_1$
2	$y_2$	$x_2$
3	$y_3$	$x_3$
m	$y_m$	$x_m$

$$E[Y|X] = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_pX^p$$

2008-03-27

# La méthode LSM

On utilise la régression  $E[Y|X] = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_pX^p$  pour calculer la valeur de continuation :

$$\hat{R}(t_i, q_{t_i}^m) = E \left[ \sum_{j=i+1}^{N-1} \Pi(P_{t_j}^m, q_{t_j}^{*,m}, Q_{t_j}^{*,m}) e^{-rt_j} + F(Q_T^m, T) e^{-rT} \middle| P_{t_i}^m, q_{t_i}^m, Q_{t_i}^m \right]$$

et pour trouver la décision optimale à  $t_i$  :

$$q_{t_i}^{*,m} = \arg \max_q [\Pi(P_{t_i}^m, q_{t_i}^m, Q_{t_i}^m) e^{-rt_i} + \hat{R}(t_i, q_{t_i}^m)]$$

2008-03-27

# La méthode LSM

On procède à rebours et on trouve la politique optimale  $q^{*,m}$  pour chacune des  $m$  trajectoires.

Finalement, on calcule la valeur du contrat en prenant la moyenne :

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}^m, q_{t_i}^{*,m}, Q_{t_i}^{*,m}) e^{-rt_i} + F(Q_T^m, T) e^{-rT} \right]$$

2008-03-27

## Pour en savoir plus

- [BOYER et al. «Advanced Investment Evaluation» Chapter 13 \(Natural Gas Warehousing\)](#)
- [BARRERA-STEVE et al. \(2006\) «Numerical Methods for the Pricing of Swing Options: A Stochastic Control Approach»](#)
- [RIBEIRO & HODGES \(2004\) «A Two-Factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation»](#)
- [LONGSTAFF & SCHWARTZ \(2001\) «Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach»](#)

2008-03-27

# Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation long terme des actifs physiques

## CHAPITRE 18

Ce chapitre est basé sur le Rapport « Prise en compte de la volatilité dans les questions de valorisation long terme des actifs physiques », CIRANO 2007RP-09.

Le groupe Westdeutsches Erdgas présenté dans ce chapitre est purement fictif.

### 18:1 - SOMMAIRE

La qualité de l'évaluation des investissements représente sans contredit un facteur crucial de la stratégie croissance d'une entreprise. Les projets d'investissement peuvent prendre différentes formes allant de la traditionnelle augmentation de la capacité de production à des formes plus subtiles telles l'adoption et l'implémentation d'une nouvelle technologie de production ou d'organisation, la réingénierie des processus, l'entrée sur un nouveau marché, le lancement d'un nouveau produit, l'abandon d'un marché ou d'un produit, l'accélération d'un programme de R&D, etc.

Dans tous ces cas, deux tâches se complètent : **l'actualisation appropriée des flux monétaires** typiquement incertains générés par le projet et la **valorisation de la flexibilité managériale** dans la décision, la réalisation et/ou l'exploitation d'un projet d'investissement. Nombre d'entreprises s'acquittent de ces tâches de manière peu rigoureuse ou carrément déficiente avec comme conséquence que la valeur de l'entreprise n'est pas pleinement réalisée. Si les pratiques usuelles d'évaluation de projets sont sujettes à amélioration, c'est qu'elles restent, d'une certaine manière, trop éloignées trop souvent d'une utilisation efficace des connaissances et intuitions implicites sinon explicites des gestionnaires de l'entreprise dont l'expérience peut être mise à meilleur profit.

Lorsqu'on applique une approche options réelles à la valorisation des investissements et des équipements, c'est que l'on perçoit la prise de décision stratégique comme un processus séquentiel visant à la fois l'augmentation de l'exposition aux opportunités favorables et la réduction active de l'exposition au risque baissier. La valorisation options réelles (VOR) représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue malgré son adoption par certaines grandes entreprises. Néanmoins, la contribution des gestionnaires supérieurs à la valeur de l'entreprise peut se mesurer à l'aune de leur capacité à identifier, définir et gérer les options réelles de leur entreprise.

La dimension technique de la VOR est certes importante mais au-delà des techniques, elle représente surtout une façon de voir et de concevoir les projets, à savoir :

- Reconnaître que l'incertitude et la volatilité des marchés crée des opportunités dont l'exploitation éclairée peut générer une valeur significative pour l'entreprise ;
- Reconnaître que la matérialisation de cette valeur nécessite des réactions ou décisions adéquates à mesure que l'information devient disponible et que les incertitudes de départ sont levées ;
- Identifier des décisions qui favorisent l'exposition à des résultats favorables et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier ;

Un bon plan stratégique est un plan qui définit et crée des options réelles pour l'entreprise et met en place un processus de prise de décision qui exploite ces options réelles de manière fructueuse. La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale en fonction du développement stochastique de l'environnement de l'entreprise. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur mais plutôt un exercice de façonnement du futur. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles.

La valeur de la planification stratégique dépend de la qualité des options réelles et intégrées au plan et de la qualité de la procédure d'évaluation et d'exercice de ces options réelles. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaire concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaire oligopolistique réactif : les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux. C'est une responsabilité essentielle des gestionnaires de haut niveau que d'identifier quelles options devraient être fermées au profit d'un engagement fort et quelles options devraient être gardées ouvertes au nom de la flexibilité. C'est dans ce sens-là que la création et la gestion des options réelles, par l'exploitation de l'incertitude et de la volatilité, créent de la valeur pour l'entreprise et représentent des responsabilités parmi les plus importantes des gestionnaires supérieurs de l'entreprise. Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de donner un contenu quantitatif plus précis et rigoureux aux intuitions, générant ainsi un véritable avantage sur les concurrents.

L'approche VOR est en fait une amélioration importante des procédures conventionnelles d'évaluation des investissements. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive :

- Donner de l'importance au timing des décisions ;
- Identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet ;
- Identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse ;
- Gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude présente dans l'environnement de l'entreprise.

A partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments, à gérer de manière proactive, pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'entreprise. Ces considérations sont reprises et développées dans la troisième partie de ce rapport.

L'approche VOR s'avère un outil puissant pour optimiser les décisions d'investissement dans le domaine du gaz naturel et dans la capacité de stockage en particulier. C'est ce que nous montrons dans les parties 1, 2 et 4 de ce rapport. Nous montrons comment déterminer et modéliser le niveau de volatilité pertinent à considérer dans un projet d'investissement donné. Nous présentons succinctement la nature des modèles dits structurels et des modèles dits à forme réduite pour la prise en compte de la volatilité.

Il serait utile de poursuivre plus à fond ces développements afin de concrétiser davantage la méthode d'évaluation afin de tenir compte, dans le respect des possibilités et contraintes opérationnelles, des multiples facettes de la volatilité, de la flexibilité et de la modularité spécifiques aux divers projets d'investissement chez Westdeutches Erdgas. On ne saurait exagérer l'importance de ces développements pour optimiser la valeur de l'entreprise.

## 18:2 - INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans le cadre de l'ouverture des marchés de l'énergie en Europe, le groupe Westdeutches Erdgas souhaite se doter d'une méthodologie efficace de valorisation des actifs physiques et financiers. En particulier, dans le cadre de l'acquisition d'actifs physiques (stockages gaziers ou actifs de production d'électricité par exemple), une valorisation de long terme (de 10 à 30 ans) est nécessaire. Pour capter pleinement la valeur d'un tel actif vis-à-vis des marchés de l'énergie, une valorisation optionnelle doit être envisagée. Cette méthode de valorisation est pertinente sur la durée de vie du marché (typiquement trois ans). L'objet de cette étude est d'apporter des éléments de réflexion pour savoir dans quelle mesure il est possible d'étendre cette méthode sur le long terme.

Ce chapitre traitant le cas Westdeutches Erdgas comprend quatre parties.

**La première partie** La nature et les facteurs de la volatilité du prix comprend quatre sections :

- **Chocs exogènes causant des déplacements d'offre et de demande** : Dans un marché concurrentiel, la volatilité des prix dépend de la volatilité des chocs qui causent des déplacements des courbes d'offre et de demande. La volatilité de ces chocs peut être saisonnière (écarts de température). Nous illustrons le mécanisme sous-jacent et nous dressons une liste des phénomènes qui causent des déplacements des courbes d'offre et de demande.
- **Elasticité des courbes d'offre et de demande** : Le niveau de volatilité dépend de l'élasticité-prix des courbes d'offre et de demande. Une élasticité faible (offre ou demande) est synonyme d'une capacité d'ajustement des consommateurs et/ou des producteurs faible suite à un déplacement de l'offre ou de la demande. Par conséquent, un déplacement de la demande ou de l'offre aura un impact plus grand si les élasticités (offre et demande) dans le voisinage du point d'équilibre concurrentiel sont faibles.
- **Court terme vs. Long terme** : Comment à long terme évoluera ce phénomène de court terme ? Il faut prévoir l'évolution des facteurs qui affectent les élasticités (changements technologiques, biénergie, augmentation globale des capacités de stockage, nouveaux gisements, etc.) et des facteurs qui causent des déplacements des courbes d'offre et de demande (intégration économique – importations, exportations, transport -, risques géopolitiques, évolution des marchés en aval – électricité par turbines à gaz -, etc.).
- **Modèle à forme réduite** : La volatilité est donc une fonction complexe des éléments susmentionnés (chocs, élasticité, etc.). Il est donc très difficile (et possiblement très coûteux) de développer un modèle structurel permettant de caractériser l'équilibre et de déterminer la distribution des facteurs qui affecteront dans le long terme les courbes d'offre et de demande (déplacements et élasticités). Par conséquent, pour caractériser l'évolution des prix du gaz et plus particulièrement leur volatilité, nous suggérons l'utilisation d'un modèle à forme réduite calibré sur des prix historiques et sur le prix d'actifs présentement transigés (options, contrats à terme, etc.)

**La deuxième partie** *Choix du modèle à forme réduite et questions pratiques : estimation et simulations Monte-Carlo* comprend quatre sections :

- **Choix du modèle à forme réduite** : Dans cette section, nous présentons le modèle à forme réduite que nous jugeons approprié. Le modèle de volatilité proposé est un modèle à deux facteurs stochastiques : le prix et le « convenience yield ». Trois phénomènes doivent être modélisés : le retour à la moyenne dans le prix, la volatilité stochastique et la saisonnalité.
- **Méthodologie d'estimation** : Dans cette section nous détaillons la méthodologie et la stratégie d'estimation, i.e. la marche à suivre pour estimer les paramètres du modèle (filtre de Kalman).
- **Marche à suivre pour les estimations Monte-Carlo** : Dans cette section nous détaillons la méthodologie qui permet de simuler différentes trajectoires de prix (simulation Monte-Carlo). La simulation Monte-Carlo est l'outil qui sera utilisé pour évaluer la valeur d'une capacité de stockage.

**La troisième partie** Choix d'investissement : risques et optionalité comprend deux sections :

- **L'actualisation des flux monétaires en incertitude** : Nous clarifions les fondements de l'évaluation de projet en présence de multiples sources de risque. Nous argumentons que les différentes composantes des flux monétaires doivent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir leur équivalents certains. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisés au taux sans risque, identique, unique et observable. Nous faisons le parallèle entre équivalent certain et prix à terme et le modèle décrit à la section précédente.
- **La valeur de la flexibilité** : En incertitude, nous soulignons l'importance de valoriser la flexibilité de gestion dans les projets. En effet, la valeur d'un stockage de gaz naturel dépend essentiellement de l'option de varier le volume de gaz en stock.

**La quatrième partie** *Stratégie d'évaluation pour un stockage de gaz naturel* comprend une discussion du problème particulier de stockage qui nous a été proposé. Nous montrons comment simuler différentes trajectoires de prix à partir de notre modèle de la partie 2 et nous présentons les grandes lignes de l'algorithme à mettre en place pour évaluer la valeur du stockage.

## 18:3 - NATURE ET FACTEURS DE LA VOLATILITÉ

En raison de la forte volatilité des prix de l'énergie (pétrole, gaz naturel, électricité) et du caractère optionnel de plusieurs actifs produisant ou utilisant de l'énergie (stockage, génératrices de pointe, etc.), la « valorisation options réelles » (VOR) intéresse de plus en plus les décideurs de l'industrie énergétique. Dans ce contexte, la volatilité du prix et son évolution deviennent des paramètres aussi importants que le prix moyen lui-même et son évolution. De plus, la volatilité change parfois de manière dramatique, parfois anticipée parfois non.

De façon générale, pour déterminer la valeur d'un actif à l'aide de la VOR, on procède aux quatre ensembles de réflexions et d'analyses suivants :

- La caractérisation de l'actif à évaluer, incluant l'identification des « options » et la délimitation de la stratégie d'exercice ;
- Le choix d'un modèle à forme réduite à utiliser pour simuler la dynamique de la variable ou des variables d'état stochastiques ;

- L'estimation (le calibrage) des paramètres du modèle à forme réduite en utilisant des variables historiques (prix historiques), des variables indicatrices de l'évolution anticipée des variables d'état (prix pour des contrats à terme ou options qui se transigent à la date d'évaluation), et toutes autres informations, explicites ou implicites, de fiabilité différenciée, sur l'évolution future des variables d'état ;
- La mise en place de l'algorithme permettant de déterminer la valeur de l'actif (modèle trinomial, simulation Monte-Carlo, solution d'équation différentielle, etc.).

Les étapes 2 et 3 rendent certains utilisateurs sceptiques quant au bien-fondé de la méthodologie pour des actifs ayant une durée de vie supérieure à celle du marché actuel. Il semblerait qu'un modèle de prévision structurel serait plus approprié pour prévoir l'évolution à long terme du prix et de la volatilité.

À première vue un modèle structurel semble intéressant. Par contre, avant de construire un tel modèle, il faut bien identifier et comprendre les facteurs et les mécanismes qui expliquent la dynamique du prix. L'objectif de la présente discussion est de dégager des intuitions et non de développer un modèle structurel complet et rigoureux. Compte tenu de la complexité du marché du gaz naturel, il est à priori difficile d'établir comment un modèle structurel serait plus « performant » qu'un modèle à forme réduite judicieusement choisi et bien compris. Pour guider notre discussion, le cadre d'analyse qui sera utilisé est le modèle industriel concurrentiel (concurrence parfaite) où nous faisons les hypothèses suivantes :

- Le produit (gaz naturel) est homogène ;
- Il y a un grand nombre d'acheteurs et de vendeurs (marché liquide), et ;
- L'information sur l'état du marché est généralement disponible et crédible (parfaite).

En réalité, pour le marché du gaz naturel, certaines des hypothèses du modèle concurrentiel peuvent être considérées comme « fortes » : la nature et la structure des contrats, les engagements plus ou moins contraignants des fournisseurs et des clients, la qualité du service-approvisionnement et du service-client, les risques de crédit et de marché, opérationnels et structurels, par exemple, peuvent faire en sorte que le produit, homogène au départ, est différencié à l'arrivée, que l'information sera dans plusieurs cas incomplète ou asymétrique et que des coûts d'agence non négligeables peuvent être présents. Par contre, cette représentation simplifiée permet de caractériser et d'illustrer de façon concise les principaux mécanismes permettant d'expliquer les variations de prix observées et de clarifier le rôle spécifique de la volatilité des prix.

Dans les deux premières sous-sections de la présente section, nous considérons l'équilibre de court terme où nous supposons que les technologies et les capacités de production et de consommation sont fixes. La question du long terme, où tous les facteurs sont variables, sera abordée dans la troisième sous-section. A la quatrième sous-section, nous abordons la question des modèles à forme réduite et leur utilisation. Pour terminer nous commentons sur la pertinence de concevoir un modèle structurel pour prévoir l'évolution à long-terme du prix et de la volatilité. Il est important de noter que nous nous limitons aux facteurs fondamentaux sans aborder la volatilité due à la « spéculation » sur les marchés du gaz naturel.

### **3.1 - Equilibre de court terme et chocs exogènes causant des déplacements d'offre et de demande**

Sans perte de généralité, supposons que les courbes d'offre et de demande sont à élasticité constante dans le voisinage du point d'équilibre concurrentiel où quantités demandée et offerte sont égales (de manière générale, les

élasticités-prix de l'offre et de la demande varient en fonction du niveau de prix). Dans ce cas, l'équilibre concurrentiel au temps  $t$  est caractérisé par la figure 1 où :

- $D_t(P_t, P_t^*, R, Z)$  est la fonction de demande au temps  $t$ ,  $P_t$  est le prix du gaz naturel,  $P_t^*$  est le vecteur des autres prix,  $R$  est le revenu et  $Z$  est un vecteur de facteurs (dont les facteurs macroéconomiques) susceptibles d'influencer la position de la demande, à court et/ou à long terme ;
- $O_t(P_t; X)$  est la fonction d'offre au temps  $t$  et  $X$  est un vecteur de facteurs (dont les facteurs macroéconomiques) susceptibles d'influencer l'offre, à court et/ou à long terme ;
- $P_t$  est le prix d'équilibre au temps  $t$  ;
- $Q_t$  est la quantité d'équilibre au temps  $t$ .

Le niveau et la forme de la fonction de demande s'expliquent par la composition ou la distribution des consommateurs/clients qui sont hétérogènes en préférences et caractéristiques, ont des technologies de consommation différentes, et font face à des contraintes (d'ajustement) différentes.

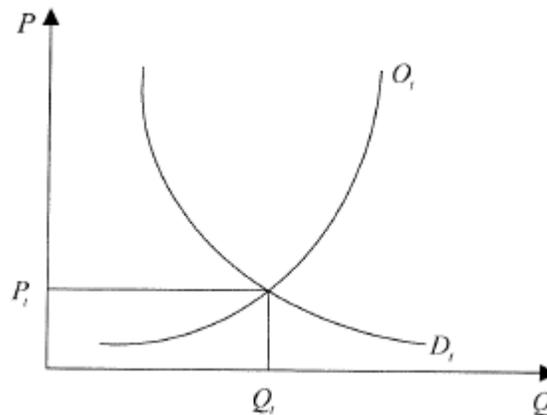


FIGURE 1. EQUILIBRE CONCURRENTIEL À  $t$

À court terme (technologies, capacités de production et de consommation fixes), les variations de prix sont provoquées par des chocs exogènes causant des déplacements des courbes d'offre et/ou de demande. Dans le cas du gaz naturel, le choc est souvent causé par une variation de température. Par exemple, en période froide (hiver), une baisse de la température entraîne une augmentation de la demande de gaz pour le chauffage et en période chaude (été), une hausse de la température provoque une augmentation de la demande d'électricité pour la climatisation, ce qui peut conduire à une augmentation de la demande de gaz naturel si une quantité importante de gaz alimente des génératrices<sup>17</sup>.

Du côté industriel, un accroissement de la demande pour des produits émanant d'un procédé de fabrication qui utilise du gaz naturel aura comme effet d'augmenter la demande dérivée de gaz. Il se peut aussi que le choc soit causé par l'augmentation du prix d'un substitut, par exemple, prenons le cas de producteurs d'énergie qui utilisent des

<sup>17</sup> Le document intitulé Natural Gas and Energy Price Volatility publié en octobre 2003 par l'American Gas Foundation explique la nature de la volatilité dans le marché nord-américain du gaz naturel. Voir également Natural Gas Outlook To 2020 publié en février 2005 également par l'American Gas Foundation

technologies biénergie (mazout-gaz) et qui décident de changer de carburant suite à une augmentation du prix du mazout.

La figure 2 illustre le nouvel équilibre concurrentiel qui résulte d'une augmentation de la demande de  $D_t$  à  $D_{t+1}$ .

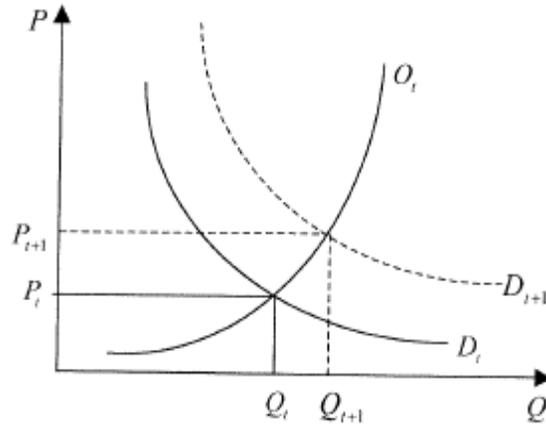


FIGURE 2. EQUILIBRE CONCURRENTIEL À  $t + 1$  SUITE À UNE AUGMENTATION DE LA DEMANDE (CHOC POSITIF)

A  $P_t$ , il y a demande excédentaire, ce qui pousse les consommateurs à surenchérir (consommateurs pour qui la valeur du gaz est plus élevée que  $P_t$ ), implicitement sinon explicitement. Cette surenchère entraîne une pression à la hausse et éventuellement une augmentation de prix ; les producteurs augmentent alors leur production, compte tenu de leurs technologies et de leurs capacités ; le processus d'ajustement se poursuit jusqu'à ce que le prix et la quantité atteignent leurs nouveaux niveaux d'équilibre, à  $P_{t+1}$  et  $Q_{t+1}$  respectivement.

Des chocs peuvent aussi perturber l'équilibre à partir d'un déplacement de l'offre. Prenons le cas d'un bris de pipeline ou le cas d'une instabilité politique dans un pays fournisseur dans la situation où une part importante de l'offre serait composée d'importations de gaz naturel liquéfié (GNL). La figure 3 illustre le nouvel équilibre concurrentiel suite à un choc exogène qui entraîne une diminution de l'offre de  $O_t$  à  $O_{t+1}$ .

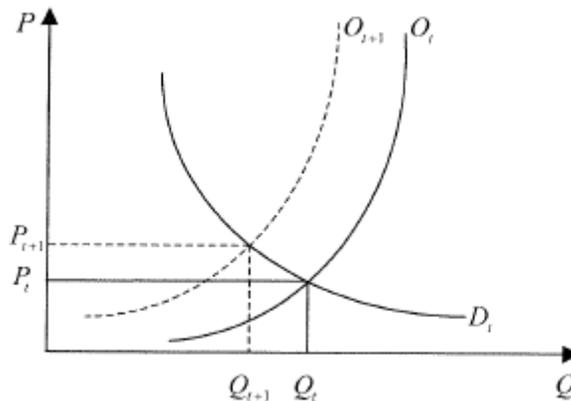


FIGURE 3. EQUILIBRE CONCURRENTIEL À  $t + 1$  SUITE À UNE DIMINUTION DE L'OFFRE (CHOC NÉGATIF)

Dans le cas présent, la volatilité du prix dépend de l'importance et de la distribution des chocs que subissent les fonctions d'offre et de demande ; ces chocs sont modélisés par des changements dans le niveau des variables comprises dans les vecteurs  $X$  et  $Z$ . La modélisation de chocs « temporaires » est importante si le but est d'évaluer la valeur d'une capacité de stockage puisque cette dernière tire sa valeur optionnelle des variations de prix à court terme (hebdomadaire, mensuelles, saisonnières).

Suite à un choc donné (un changement donné dans une variable comprise dans  $Z$  ou  $X$ ), l'amplitude de la variation du prix dépendra de la capacité des producteurs et/ou des consommateurs de s'ajuster à une variation de la demande ou de l'offre. Cette capacité est mesurée par les élasticité-prix de l'offre et de la demande.

### 3.2 - Équilibre de court terme et élasticités-prix des courbes d'offre et de demande

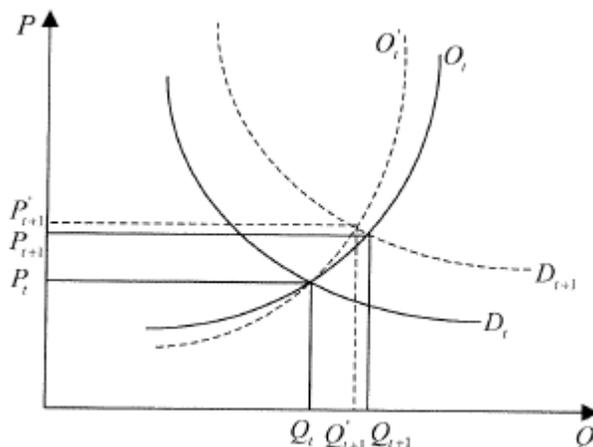
L'importance de l'effet d'un choc dépend de la capacité d'ajustement des producteurs et des consommateurs. Pour caractériser cette capacité d'ajustement, l'élasticité-prix est la mesure la plus communément utilisée. L'élasticité-prix de la demande  $\varepsilon_D$  et de l'offre  $\varepsilon_O$  se définissent comme suit :

$$\varepsilon_D = - \frac{\Delta \text{ en \% de la quantité demandée}}{\Delta \text{ en \% du prix}}$$

$$\varepsilon_O = \frac{\Delta \text{ en \% de la quantité offerte}}{\Delta \text{ en \% du prix}}$$

Une demande inélastique (élastique) se caractérise par  $\varepsilon_D < 1$  ( $\varepsilon_D \geq 1$ ) signifiant que les consommateurs ont de la difficulté (facilité) à réduire leur quantité demandée suite à une hausse de prix. Pour sa part, une offre inélastique (élastique) se caractérise aussi par  $\varepsilon_O < 1$  ( $\varepsilon_O \geq 1$ ) traduisant la difficulté (facilité) qu'ont les fournisseurs/producteurs à augmenter la quantité offerte suite à une hausse de prix<sup>18</sup>.

La figure 4 illustre l'effet d'une augmentation de la demande sur le prix d'équilibre pour deux courbes d'offre, une à pente plus faible au prix  $P_t$  et donc plus élastique ( $O_t$ ) et l'autre à pente plus forte au prix  $P_t$  et donc plus inélastique ( $O_t$ ).

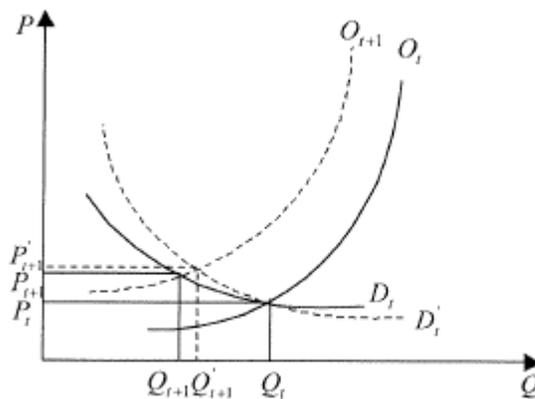


<sup>18</sup> Les élasticités de demande par rapport aux prix  $P_t$  et  $P_t^*$  et par rapport au revenu  $R$  satisfont un ensemble de propriétés bien connues que nous ne présentons pas ici.

**FIGURE 4. EQUILIBRE CONCURRENTIEL À  $t + 1$  SUITE À UNE AUGMENTATION DE LA DEMANDE, OFFRE PLUS ÉLASTIQUE VS. OFFRE PLUS INÉLASTIQUE**

Dans le cas de l'offre plus élastique, le nouveau prix et la nouvelle quantité d'équilibre sont respectivement égales à  $P_{t+1}$  et  $Q_{t+1}$ , et pour l'offre plus inélastique, nous avons  $P'_{t+1}$  et  $Q'_{t+1}$ . Nous observons que  $P'_{t+1} > P_{t+1}$ , car plus l'élasticité-prix de l'offre est forte, plus les producteurs sont en mesure d'ajuster la quantité offerte aux variations de prix, ce qui atténue la pression de la demande excédentaire au prix  $P_t$ .

La figure 5 illustre un phénomène similaire où cette fois nous examinons l'effet d'une diminution de l'offre pour une demande plus élastique ( $D_t$ ) et une demande plus inélastique  $D'_t$  au prix  $P_t$ . Nous observons que  $P'_{t+1} > P_{t+1}$ , car plus l'élasticité-prix de la demande est forte, plus les consommateurs sont en mesure d'ajuster leur quantité demandée aux variations de prix, ce qui a aussi comme effet d'atténuer la pression de la demande excédentaire au prix  $P_t$ .



**FIGURE 5. EQUILIBRE CONCURRENTIEL À  $t + 1$  SUITE À UNE DIMINUTION DE L'OFFRE, DEMANDE PLUS ÉLASTIQUE VS. DEMANDE PLUS INÉLASTIQUE**

Pour un choc donné, la volatilité du prix du gaz est fonction des élasticités-prix de l'offre et de la demande : plus ces élasticités sont élevées, plus les demandeurs et les offreurs sont en mesure de modifier leurs décisions respectives de consommation/achats et de production/ventes suite à une variation de prix (plus les demandeurs et les offreurs sont flexibles) et plus faible sera la volatilité du prix.

Dans le cas de la demande, si une part importante de la demande vient d'utilisateurs qui sont en mesure de substituer gaz naturel et mazout (ou une autre source d'énergie) pour satisfaire leurs besoins, la demande sera plus élastique que dans le cas où cette part est faible, i.e. où une forte majorité de consommateurs n'ont pas cette flexibilité. A mesure que le prix augmente, on peut s'attendre à ce que les ajustements faciles seront apportés d'abord (ajustement du niveau de chauffage par exemple) et les ajustements plus difficiles ensuite (les substitutions de combustibles par exemple). A ces ajustements des demandeurs actuels, on doit ajouter les entrées et sorties plus ou moins définitives de consommateurs du marché du gaz naturel.

Du côté de l'offre, si la production de gaz naturel est une activité à coût marginal faible relativement au niveau de prix généralement observé, cela signifierait que les producteurs produisent presque toujours à pleine capacité. De plus, puisque le gaz est transporté par pipelines (ou bateaux dans le cas du GNL), il est difficile à court terme d'augmenter la capacité de transport pour une région donnée suite à une augmentation de la demande. La combinaison de ces facteurs fait en sorte qu'à court terme, l'offre est relativement inélastique à pratiquement tous les niveaux de prix. Néanmoins, à mesure que le prix augmente, on peut s'attendre à ce que les ajustements faciles seront apportés d'abord et les ajustements plus difficiles ensuite. A ces ajustements des offreurs actuels, on doit ajouter les entrées et sorties de producteurs/fournisseurs du marché du gaz naturel.

### Un modèle simple de prédiction des changements de prix

Soit une fonction de demande à élasticité-prix constante  $b$  et une fonction d'offre également à élasticité-prix constante  $d$  :  $Q_D = ZP^b$  et  $Q_O = XP^d$ . Pour simplifier, supposons que les vecteurs  $Z$  et  $X$  sont unidimensionnels, à l'équilibre ( $Q_D = Q_O$ ) nous avons :

$$P_t = \left(\frac{Z}{X}\right)^{\frac{1}{d-b}}$$

Ainsi, le changement en pourcentage du prix  $\Delta\%P_t$  résultant d'un changement en pourcentage des facteurs exogènes  $Z$  et  $X$  est donné par :

$$\Delta\%P_t = (\Delta\%Z - \Delta\%X) \cdot \frac{1}{d-b}$$

Cette formulation nous permet de voir que le changement de prix dépendra des élasticités-prix de la demande et de l'offre même si le choc original n'affecte qu'une des fonctions i.e.  $\Delta\%Z = 0$  ou  $\Delta\%X = 0$ . La volatilité du prix sera quant à elle déterminée par la distribution des chocs anticipés dans les facteurs exogènes  $Z$  et  $X$ .

Aussi, la possibilité d'entreposer le gaz naturel contribue à augmenter l'élasticité-prix de l'offre à partir du prix où il est optimal pour les détenteurs de stocks de réduire leurs inventaires. A la figure 4,  $O_t$  peut correspondre au cas où le volume de gaz stocké est élevé et où  $P_t$  est égal au prix à partir duquel il est optimal de réduire les stocks.

### 3.3 - Court terme et long terme

Pour étendre cette analyse au long terme, il faut distinguer deux types de chocs, les chocs temporaires (exemple : bris de pipeline) et les chocs permanents (exemple : augmentation du nombre de ménages se chauffant au gaz naturel). Considérons un choc permanent qui déplacerait la demande vers le haut (de  $D$  à  $D'$ ) entraînant dans le court terme une hausse du prix de  $P_t$  à  $P_{t+1}$  (figure 6).

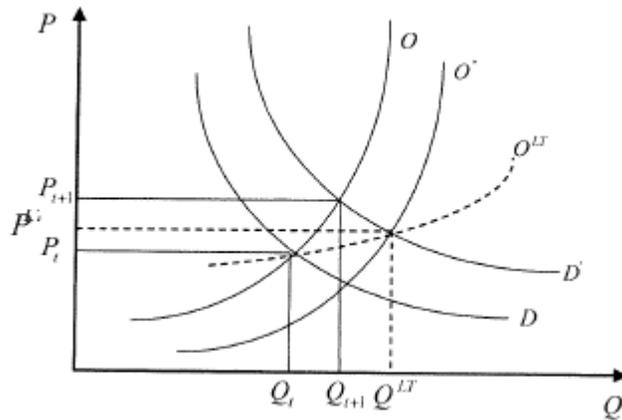


FIGURE 6. EQUILIBRE CONCURRENTIEL DE LONG TERME SUITE À UN CHOC POSITIF PERMANENT SUR LA DEMANDE DE D À D'

A long terme, les acheteurs/clients/consommateurs et les vendeurs/fournisseurs/offreurs pourront profiter d'une multitude de moyens pour s'adapter aux variations de prix. Considérons ici l'adaptation à long terme de l'offre. Les moyens d'adaptation comprennent (liste non exhaustive) : augmentation de la capacité de production (nouveaux investissements), changements de technologies parmi les technologies disponibles, changements pour des technologies qui restent à découvrir ou à implémenter (progrès technologique rendu possible suite à une hausse du prix augmentant ainsi la rentabilité espérée de divers programmes de R&D), entrée et sortie du marché (nouveaux fournisseurs), recherche de nouvelles réserves et mise en exploitation de réserves connues, etc. L'effet intégré de ces différents moyens d'adaptation sera de déplacer éventuellement la fonction d'offre de court terme vers la droite (de O à O'), réduisant la pression première sur le prix. Ainsi, l'effet à long terme sur le prix du gaz naturel, suite à la hausse permanente de la demande, sera plus faible que celui de court terme : les élasticités-prix de long terme, tant celle de la demande que celle de l'offre, sont de toute évidence plus élevées (possiblement infinies dans le cas de la demande et/ou de l'offre de long terme) que celles de court terme.

Mais dans cette analyse, le prix est toujours, ou de manière générale (i.e. sauf dans le cas de contrats de long terme à prix prédéterminés), déterminé par les conditions de court terme. L'équilibre de court terme se déplace suite à la mise en place de moyens d'adaptation de long terme et ainsi, le prix d'équilibre peut revenir à son niveau de départ (suivant un processus de retour à la moyenne) si l'offre de long terme est parfaitement élastique ou rester à un niveau supérieur à celui d'aujourd'hui (suivant un processus à taux de croissance moyen positif). Pindyck (1980,1999) mentionne bien et insiste sur le fait que, selon le modèle de Hotelling, le prix et sa trajectoire espérée dépendent du coût marginal d'extraction, du niveau initial des réserves et de la demande. Un modèle structurel doit donc considérer l'évolution de ces facteurs.

Il est important de remarquer que l'offre de long terme peut être parfaitement élastique sans qu'il n'y ait de changements dans la volatilité observée sur le marché. En effet, l'équilibre du marché sera à long terme déterminé par les conditions du marché de court terme, telles qu'elles seront observées à long terme. Ces conditions peuvent ne pas être très différentes de celles prévalant aujourd'hui, sauf que le point d'équilibre concurrentiel se sera déplacé à long terme dans la direction nord est. La volatilité de court terme peut très bien rester la même tout au long de cet ajustement à long terme de l'équilibre de court terme du marché du gaz.

Pour certains projets d'investissement, le niveau moyen des prix joue un rôle clé. C'est le cas d'un investissement visant à augmenter la capacité de production. Il faut alors bien modéliser le changement à long terme dans le niveau moyen (ou d'équilibre) du prix car la rentabilité de l'investissement en dépend : il faut bien comprendre les facteurs

qui influencent le niveau et la forme des courbes de demande et d'offre de long terme pour déterminer l'évolution du prix d'équilibre de long terme.

Mais pour d'autres projets d'investissements, ce n'est pas le cas. Par exemple dans le cas d'un investissement visant à augmenter la capacité de stockage, seule la volatilité du prix autour de son niveau moyen importe. La rentabilité d'une capacité de stockage dépend essentiellement de la variabilité (quotidienne, mensuelle, saisonnière) du prix autour de son niveau moyen.

Le niveau moyen lui-même a peu de pertinence dans l'évaluation de ce type de projets d'investissement.

Finalement, l'analyse de projets d'investissement doit aussi reposer sur une bonne compréhension du pouvoir de marché de l'entreprise : l'augmentation de la capacité de production ou de la capacité de stockage de l'entreprise aura-t-elle un impact sur l'évolution du prix et de la volatilité ? Sur le marché international du gaz naturel, cet effet est probablement négligeable. Mais il pourrait en être autrement sur un marché régional, voire local.

Si un investissement en capacité de production augmente significativement la capacité totale de production dans le marché, il aura un effet non négligeable sur le prix moyen : la valorisation de l'investissement reposera alors sur le niveau de prix ex post investissement. Si un investissement en capacité de stockage augmente de manière non négligeable l'élasticité-prix de l'offre globale de court terme, il aura un effet non négligeable sur la volatilité du prix moyen : la valorisation de l'investissement reposera alors sur le niveau de volatilité ex post investissement.

### 3.4 - Modèles à forme réduite

L'analyse ci-haut nous démontre qu'il est potentiellement très difficile de construire un modèle structurel permettant de caractériser adéquatement la dynamique court-terme/long-terme du gaz naturel. En effet, à court-terme, en plus d'avoir à estimer les paramètres des courbes d'offre et de demande, il faut modéliser l'évolution des facteurs exogènes qui causent le déplacement des courbes, y compris la dynamique du stockage. A long terme, quand tous les facteurs deviennent endogènes, c'est sans doute beaucoup plus difficile !

Ce constat est celui de plusieurs auteurs qui ont choisi d'utiliser des modèles à forme réduite pour appliquer la VOR à des investissements de longue durée. Citons, un exemple parmi bien d'autres, CORTAZAR ET SCHWARTZ (1998) qui utilisent le modèle à deux facteurs de GIBSON ET SCHWARTZ (1990) pour déterminer le timing optimal d'investissement/développement et la valeur d'une réserve de pétrole non-développée. Une fois la décision de développer la réserve (option américaine), l'horizon d'exploitation prévue est de 7 ans. Pour calibrer leur modèle, les auteurs utilisent les prix de 13 contrats à terme sur le pétrole transigés à la date d'évaluation (le 2 janvier 1998). Pour leur part, SMITH ET MCCARDLE (1999) appliquent la VOR à des actifs pétroliers en utilisant un processus de retour à la moyenne. Dans leur cas, les paramètres du processus de prix sont estimés en utilisant une série annuelle de prix sur la période 1900-1994.

Finalement, SCHWARTZ ET SMITH (2000) ont développé un modèle de retour à la moyenne où le prix d'équilibre de long terme d'un produit de type commodité (en l'occurrence le pétrole) suit lui-même un processus aléatoire. Dans leur modèle, le logarithme du prix  $S_t$  se décompose comme suit :

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t$$

Le terme  $\chi_t$  est la composante reflétant les chocs de court terme. Schwartz et Smith supposent que  $\chi_t$  suit le processus de retour à la moyenne (centre sur zéro) suivant :

$$d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi$$

Le terme  $\xi_t$  est le logarithme du prix d'équilibre de long terme. Schwartz et Smith supposent que  $\xi_t$  suit le mouvement Brownien suivant :

$$d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi.$$

Schwartz et Smith considèrent que les variables  $dz_\chi$  et  $dz_\xi$  sont corrélées. Leur interaction détermine la volatilité future observée dans le temps. Les paramètres du modèle sont estimés par Schwartz et Smith en utilisant une série historique de prix à terme sur le pétrole. On pourrait aussi inclure dans ce modèle un facteur de saisonnalité.

Par la suite, ce modèle d'évolution aléatoire de la variable de prix peut être utilisé pour évaluer un projet d'investissement dont la valeur repose sur cette évolution et ce, selon différentes stratégies de calculs mentionnées en introduction de cette section.

Ce modèle est conçu pour caractériser la dynamique de la Figure 6, où fluctuations aléatoires de court terme et ajustements stochastiques de long terme interagissent constamment dans la détermination du prix et de la volatilité.

### 3.5 - Conclusions

- Prédire la volatilité du prix sur le marché du gaz naturel dans T années où T=15, 20 ou 30 ans, n'est ni plus ni moins facile et rigoureux que prédire le niveau moyen du prix sur la même période. Prédire la volatilité ou le prix moyen exige une bonne dose de techniques économiques et statistiques avancées et une bonne dose de compréhension explicite ou implicite des facteurs explicatifs de la volatilité et du prix moyen.
- Compte tenu de notre analyse, construire un modèle structurel fiable pour le prix du gaz naturel est sans doute très difficile, voire impossible.
- Selon les besoins, un modèle à forme réduite peut intégrer des composantes de court et de long terme.
- Si on utilise le prix de contrats à terme présentement transigés pour calibrer le modèle à forme réduite, on considère le consensus du marché concernant la valeur des paramètres du modèle. Cela ne veut pas nécessairement dire que le modèle est valide seulement pour la durée de vie du marché.
- Il serait certes bien téméraire de prévoir que la volatilité des marchés est un phénomène en voie de disparition ! Les études économétriques ex post, permettant de relier les changements de volatilité à des événements connus, sont peu utiles pour prédire les changements de volatilité dans l'avenir, à court ou long terme. Ces études semblent montrer que les sauts et variations de volatilité sont des phénomènes de court terme, peu prévisibles à court et moyen termes, et donc peu utiles à l'évaluation des investissements de long terme. La meilleure prédiction de la volatilité des marchés dans T années reste dans bien des cas le niveau de volatilité observé et/ou estimé aujourd'hui.
- S'il y a des raisons sérieuses pour ajuster à long terme, à la hausse et à la baisse, le niveau de volatilité du marché du gaz naturel (épuisement des réserves connues et découvertes de nouvelles réserves, changements technologiques dans les substituts et les compléments, changements climatiques, changements réglementaires, etc.), il faut certes le faire, mais la prudence est de mise en cette matière : le monde socio-politico-économique dans lequel nous vivons dans T années ne sera fort probablement ni globalement moins volatil ni globalement plus volatil qu'il ne l'est aujourd'hui.
- Ainsi, l'American Gas Foundation anticipe que le prix moyen du gaz naturel restera dans un intervalle de 5\$ à 6\$ par MMBTu car la croissance de l'offre devrait pouvoir rencontrer la croissance de la demande. Par ailleurs, elle anticipe que la volatilité des prix du gaz naturel, qui a connu une hausse importante au cours des dernières années, restera relativement élevée pour une durée indéfinie, étant donné la faible adaptabilité de l'offre de

court terme (réserves, transport, production relativement fixes), impliquant une élasticité de l'offre relativement faible comparativement à celle des années quatre-vingts et quatre-vingt-dix, par rapport à une croissance agressive d'une demande relativement volatile et la prédominance des marchés spot. La croissance des capacités de stockage, l'utilisation des mécanismes de couverture et le recours aux contrats de long terme à prix fixes pourraient réduire jusqu'à un certain point cette volatilité « anormalement » élevée, mais comme la rentabilité de ces investissements et mécanismes est fonction de la volatilité, il est clair qu'ils ne sauraient réduire significativement la volatilité « normale » ou d'équilibre.

- La raison est simple et profonde à la fois : les forces d'équilibre des marchés, y compris celles sous-jacentes à la détermination du prix moyen d'équilibre et celles sous-jacentes à la détermination du niveau d'équilibre de la volatilité, sont continuellement à l'œuvre. Si la volatilité devenait à un moment donné supérieure à son niveau d'équilibre, alors les marchés réagiraient (nouveaux investissements, nouveaux contrats) et la ramènerait à son niveau normal ou d'équilibre.

- On peut à ce sujet citer Robert Pindyck :

*"THERE IS A STATISTICALLY SIGNIFICANT POSITIVE TREND IN VOLATILITY FOR NATURAL GAS (BUT NOT FOR CRUDE OIL). HOWEVER, THIS TREND IS OF LITTLE ECONOMIC IMPORTANCE; ... SHOCKS TO VOLATILITY ARE GENERALLY SHORT-LIVED FOR BOTH NATURAL GAS AND CRUDE OIL. VOLATILITY SHOCKS DECAY (I.E., THERE IS A REVERSION TO THE MEAN) WITH A HALF-LIFE OF ABOUT 5 TO 10 WEEKS."* (2004A, PAGE 3)

*"[...] FOR PRACTICAL PURPOSES, VOLATILITY CAN BE MODELED AS A PURE ARMA PROCESS"* (2004A, PAGE 18)

*"BUT FLUCTUATIONS IN VOLATILITY SHOULD NOT HAVE ANY SIGNIFICANT IMPACT ON THE VALUES OF MOST REAL OPTIONS (E.G., OPTIONS TO INVEST IN GAS OR OIL-RELATED CAPITAL) OR ON THE RELATED INVESTMENT DECISIONS."* (2004A, PAGE 18)

*"[...] AT LEAST FOR THE PETROLEUM COMPLEX [CRUDE OIL, HEATING OIL, AND GASOLINE], CHANGES IN PRICE VOLATILITY ARE NOT PREDICTED BY MARKET VARIABLES SUCH AS INVENTORIES OR CONVENIENCE YIELDS, AND CAN BE VIEWED AS EXOGENOUS."* (2004B, PAGE 1030)

- La volatilité à prendre en compte dans l'évaluation d'un investissement en capacité de stockage est la volatilité de court terme (quotidienne, mensuelle, saisonnière). En effet, la rentabilité d'une capacité de stockage vient essentiellement de la variabilité du prix autour de son niveau moyen. Ce niveau moyen peut changer sans affecter la rentabilité d'une capacité de stockage.

## 18:4 - CHOIX DU MODÈLE À FORME RÉDUITE ET QUESTIONS PRATIQUES : ESTIMATION ET SIMULATION MONTE-CARLO

A la section précédente, à partir d'un cadre analytique simplifié, nous avons isolé les principaux facteurs responsables de la volatilité du prix du gaz naturel. Tel que mentionné, le développement d'un modèle structurel qui permettrait de quantifier l'impact sur la volatilité de changements de long terme est un exercice potentiellement très coûteux. En effet, l'élasticité de l'offre et de la demande sont des fonctions qui dépendent de plusieurs éléments (technologies par exemple) et il est donc à priori difficile de prévoir comment la volatilité de court terme évoluera à long terme. Il faut se demander si la meilleure prévision à long terme de la volatilité de court terme est ce que nous observons aujourd'hui.

Dans cette section, nous donnons un exemple de modèle à forme réduite qui pourrait être utilisé pour estimer la valeur d'un stockage de gaz naturel. Si le modèle choisi est suffisamment flexible, il peut être un bon substitut pour un modèle structurel de court terme.

Il est possible d'utiliser un modèle à forme réduite pour déterminer l'impact sur la valeur du stockage de changements dans les paramètres qui gouvernent la volatilité. Par conséquent, une étude de type « valeur à risque » ou « stress testing » avec scénarios prédéfinis pourrait être mise en place pour analyser l'impact de changements de volatilité. Quoique imparfaite, cette façon de procéder peut servir de compromis entre un modèle structurel très imprécis et un modèle à forme réduite qui a le potentiel de bien caractériser l'évolution à court terme des prix mais qui n'incorpore pas d'effets structurels permettant de considérer l'impact de facteurs de long terme sur l'évolution du prix à court terme.

#### 4.1 - Choix du modèle à forme réduite

Pour le prix du gaz naturel, le modèle à forme réduite qui sera choisi doit être suffisamment flexible pour répliquer une dynamique caractérisée par les éléments suivants :

- Saisonnalité ;
- Retour à la moyenne ;
- Volatilité stochastique.

La saisonnalité est le résultat de fluctuations inter-saisonnières de la demande causées par des différences de température. Pour prendre en compte la saisonnalité, le prix  $P_t$  du gaz naturel peut se modéliser à partir de la décomposition suivante :

$$(18.1) \quad P_t = h(t) + S_t$$

où  $h(t)$  est la composante saisonnière et  $S_t$  est le prix désaisonnalisé. La composante saisonnière peut s'écrire comme suit :

$$(18.2) \quad h(t) = c \sin\left(\frac{2\pi t}{D}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{D}\right)$$

où  $t$  est le  $t^{\text{ième}}$  jour de l'année et  $D$  représente le nombre de jours dans l'année (peut aussi être en « trading days »). Les fonctions trigonométriques se prêtent bien à la modélisation de phénomènes cycliques comme la saisonnalité. En Amérique du Nord les prix ont tendance à être plus élevés en hiver (chauffage) et en été (climatisation) avec un « pic » d'hiver généralement plus élevé que celui d'été. Pour sa part, le retour à la moyenne explique les trois phénomènes suivants ;

- La dissipation d'un choc temporaire (retour à une température saisonnière normale) ;
- Les ajustements de court terme des producteurs/consommateurs (substitution, diminution de la consommation, etc.) suite à un choc de court terme ;
- Les ajustements de long terme des producteurs/consommateurs (ajout de capacité de production, changements d'équipements) suite à un choc permanent.

Un modèle à forme réduite de court terme doit prendre en compte les phénomènes 1 et 2.

La saisonnalité et le retour à la moyenne sont des caractéristiques que nous pouvons qualifier de « tendanciennes ». Tel que mentionné, la valeur de beaucoup d'investissements dépend en grande partie de la volatilité du prix. Dans le cas du gaz naturel, on remarque que la volatilité n'est pas constante et qu'elle suit un processus aléatoire. Il est donc important d'avoir un modèle à forme réduite qui tient aussi compte de cet aspect de la volatilité.

Pour le prix du gaz naturel, plusieurs modèles à forme réduite ont été proposés, notamment BRENNAN ET SCHWARTZ (1985), GIBSON ET SCHWARTZ (1990), NIELSEN ET SCHWARTZ (2004) et RIBEIRO ET HODGES (2004). Les points susmentionnés impliquent que nous devons choisir un modèle à forme réduite qui tient compte de la saisonnalité et du retour à la moyenne avec une volatilité stochastique. Le modèle à deux facteurs, prix spot  $P_t$  et « convenience yield »  $\xi_t$ , présenté dans RIBEIRO ET HODGES (2004) est un choix adéquat.

Mentionnons que le « convenience yield » est une mesure du bénéfice marginal (défini comme un flux) de détenir des inventaires, i.e. la valeur du stockage. Plus le niveau d'inventaire est élevé (faible), plus le « convenience yield » devrait être faible (élevé). La volatilité du prix du gaz devrait dépendre du volume de gaz dans les stockages. En effet, si le volume en stock est élevé (faible), la courbe d'offre devrait être relativement élastique (inélastique). Par conséquent, pour un choc donné, la réaction du prix devrait être négativement liée au volume de gaz en stock.

Il est très difficile d'obtenir de l'information fiable qui nous permettrait de modéliser le niveau des inventaires. Par contre, puisqu'il est possible de mesurer le « convenience yield » à partir de prix « futures », ce dernier est utilisé pour capter l'effet du stockage sur la volatilité.

Le modèle de RIBEIRO ET HODGES (2004) s'écrit donc comme suit :

$$(18.3) \quad dP_t = (\mu_1 - \delta_t)P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1$$

$$(18.4) \quad d\delta_t = k(\mu_2 - \delta_t)dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2$$

où  $dW_t^1$  et  $dW_t^2$  sont deux processus de Wiener corrélés avec coefficient de corrélation constant  $\rho$  et :

$\mu_1$  = rendement espéré du prix du gaz ;

$\mu_2$  = moyenne à long terme du « convenience yield » ;

$\sigma_1$  = constante de proportionnalité pour la volatilité du prix ;

$\sigma_2$  = constante de proportionnalité pour la volatilité du « convenience yield » ;

$k$  = « force » du retour à la moyenne.

Notons l'influence du stockage sur la volatilité par l'entremise du « convenience yield » dans le deuxième terme de l'expression (18.3). Plus le « convenience yield » est élevé (faible), plus la volatilité du prix spot est élevée (faible). Dans ce modèle, le phénomène de retour à la moyenne est induit par la corrélation qui existe entre le prix spot et le « convenience yield ».

Pour tenir compte du risque dans l'actualisation des flux monétaires, il faut utiliser le processus équivalent certain pour simuler le prix du gaz. Sous sa forme « risque-neutre », le modèle de RIBEIRO ET HODGES (2004), s'écrit comme suit :

$$(18.5) \quad dP_t = (r + c - \delta_t)P_t dt + \sigma_1 \sqrt{\delta_t} P_t dW_t^1$$

$$(18.6) \quad d\delta_t = (k(\mu_2 - \delta_t) - \lambda_\delta)dt + \sigma_2 \sqrt{\delta_t} dW_t^2$$

où  $r$  est égal au taux d'intérêt sans risque (constant),  $c$  est égal au coût marginal de stockage (constant) et  $\lambda_\delta$  est le « market price of risk » du « convenience yield ». Les autres paramètres ont la même définition que dans (18.3) et (18.4).

## 4.2 - Méthodologie d'estimation

Il est pratiquement impossible d'obtenir des données fiables pour le prix spot du gaz naturel, de plus, le « convenience yield » est inobservable. Puisqu'il se transige à chaque jour un volume important de contrats « futures » à échéances multiples, l'historique de ces prix « futures » peut être utilisé pour estimer les paramètres des équations (18.5) et (18.6).

Selon (18.5) et (18.6), en ignorant la saisonnalité, le prix au temps  $t$  d'un contrat futures avec échéance  $T$  est égal à :

$$(18.7) \quad F(P_t, \delta_t, \tau) = P_t e^{A(\tau) - B(\tau)\delta_t}$$

où  $\tau = T - t$  avec :

(18.8)

$$B(\tau) = \frac{2(1 - e^{-k_1\tau})}{k_1 + k_2 + (k_1 - k_2)e^{-k_1\tau}}$$

$$(18.9) \quad A(\tau) = (r + c)\tau + (\lambda_\delta - k\mu_2) \int_t^T B(q) dq ,$$

$$(18.10) \quad k_1 = \sqrt{k_2^2 + 2\sigma_2^2} \quad \text{et}$$

$$(18.11) \quad k_2 = (k - \rho\sigma_1\sigma_2).$$

À l'aide de l'expression pour le prix « futures », on utilise pour estimer les paramètres de (18.5) et (18.6) la méthode du quasi-maximum de vraisemblance en appliquant le filtre de Kalman puisque les variables d'états prix spot et convenience yield sont inobservables.

## 4.3 - Marche à suivre pour la simulation Monte-Carlo

Après avoir estimé les paramètres de (18.5) et (18.6), le système suivant nous permet de simuler des trajectoires de prix sous la mesure risque-neutre :

(18.12)

$$X_t = X_{t-\Delta t} + \left( r + c - \left( 1 + \frac{\sigma_1^2}{2} \right) \delta_{t-\Delta t} \right) \Delta t + \eta_t^1$$

$$(18.13) \quad \delta_t = \mu_2(1 - e^{-k\Delta t}) + e^{-k\Delta t} \delta_{t-\Delta t} + \eta_t^2$$

où  $X_t = \ln(P_t)$  et  $\eta_t^1$  et  $\eta_t^2$  sont des tirages d'une loi normale bivariée à moyenne 0. À partir de (18.12) et (18.13), si nous voulons générer une trajectoire de prix journaliers, il faut fixer  $\Delta t = 1/360$  et trouver des valeurs de départ pour le prix et le « convenience yield ».

## 18:5 - CHOIX D'INVESTISSEMENT : RISQUES ET OPTIONALITÉ

L'évaluation des investissements représente sans contredit un élément crucial de la stratégie d'une entreprise. C'est à cette tâche que se consacrent un grand nombre de gestionnaires supérieurs des entreprises. Les projets d'investissement peuvent prendre différentes formes allant de la traditionnelle augmentation de la capacité de production à des formes plus subtiles telles l'adoption et l'implémentation d'une nouvelle technologie de production ou d'organisation, la réingénierie des processus, l'entrée sur un nouveau marché, le lancement d'un nouveau produit, l'abandon d'un marché ou d'un produit, l'accélération d'un programme de R&D, etc. Dans tous ces cas, deux méthodologies se complètent : l'actualisation appropriée des flux monétaires typiquement incertains générés par le projet et la valorisation de la flexibilité managériale durant le développement, la réalisation et/ou l'exploitation d'un projet d'investissement. Nous verrons dans cette partie que, à ces deux chapitres, les pratiques de trop d'entreprises sont déficientes et mériteraient d'être rendues plus rigoureuses et ce, afin de maximiser la valeur de l'entreprise. Par contre, si les pratiques usuelles des entreprises sont sujettes à amélioration, c'est qu'elles restent trop éloignées trop souvent d'une utilisation efficace des connaissances et intuitions implicites si non explicites des gestionnaires de l'entreprise.

### 5.1 - La Valeur Actualisée Nette Optimisée (VAN-O)

Cette sous-section vise à clarifier les fondements de l'actualisation des flux monétaires définissant et caractérisant le choix d'une technologie ou d'un parc d'équipements dans un contexte où plusieurs sources de risque sont présentes et affectent de manière différente ces flux monétaires. Le risque global de l'investissement peut à son tour être caractérisé comme constitué d'une partie systémique non diversifiable et d'une partie diversifiable.

La prise en compte du risque systémique non-diversifiable d'un projet d'investissement peut alors être conduite en deux étapes : (i) par la décomposition des flux monétaires en un nombre variable de composantes correspondant aux diverses sources ou types de risque présents dans le projet considéré et (ii) par le calcul de la valeur actualisée de chacune des composantes ainsi obtenues à l'aide d'un taux d'actualisation approprié incluant une prime de risque spécifique à la composante considérée. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des valeurs présentes des diverses composantes. Alternativement, les différentes composantes de flux monétaires peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir l'équivalent certain de chacune des composantes. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au *taux sans risque, identique, unique et observable*, donc au taux social de substitution entre consommation future et consommation présente, toutes deux considérées comme certaines.

De manière générale, cette approche à l'évaluation d'un projet (à laquelle nous associerons le sigle VAN-O pour « Valeur Actualisée Nette Optimisée »)<sup>19</sup> mènera à une valeur calculée pour le projet qui sera différente de la valeur obtenue par l'approche usuelle de la valeur actualisée nette (VAN) qui actualise à un taux unique, corrigé pour le risque global agrégé du projet d'investissement, l'espérance ou la moyenne des flux financiers associés au projet. L'approche VAN-O, qui s'appuie sur des fondements analytiques plus rigoureux, pourra dans certains cas entraîner des changements importants dans le choix des investissements, d'où l'importance pour l'entreprise de bien comprendre les fondements et les enjeux des méthodes VAN-O et VAN afin de pouvoir la mettre en application aussi rigoureusement que possible.

L'incohérence entre ces méthodes ou approches à l'évaluation de projets vient du fait que la VAN actualise la séquence de flux monétaires caractérisant un projet à *un seul taux* composé d'un premier élément représentant le

---

<sup>19</sup> Voir M. BOYER ET E. GRAVEL, « Evaluation de projets : La valeur actualisée nette optimisée (VAN-O) », Assurances et gestion des risques, 74(2), juillet 2006, 163-185.

taux de préférence temporelle (le taux sans risque) et d'un second élément représentant une prime pour le risque, que ce risque provienne d'une source unique ou de plusieurs sources ou facteurs. La méthode de la VAN telle qu'utilisée et appliquée dans la plupart des entreprises pour le choix des investissements viole certains principes fondamentaux de la création de valeur, en particulier le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage.<sup>20</sup> Il faut donc séparer les rôles et effets respectifs de la préférence temporelle, présente même en contexte de certitude, et de l'aversion aux risques, qui se traduit par une prime de risque associée au taux d'actualisation.

La méthode usuelle de la VAN comporte de sérieuses lacunes que corrige la méthode VAN-O, basée sur le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage d'où sa supériorité pour l'évaluation de projets à sources de risque multiples. Or tous les projets réels sont à toutes fins utiles des projets à sources de risque multiples. La méthode VAN-O consiste à désagréger les revenus nets selon les différentes sources de risque présentes et à évaluer séparément chacune des composantes comme si elles représentaient des projets séparés.

Ainsi, une application systématique de la VAN dans l'évaluation et le choix de projets amènera les gestionnaires d'entreprise à commettre deux types d'erreur :

- D'abord, à accepter des projets qui réduiront la valeur de l'entreprise et à l'inverse à rejeter des projets qui augmenteraient cette valeur ;
- Ensuite, à faire le mauvais choix de projet en présence de projets mutuellement exclusifs.

En effet, en présence de multiples sources de risque différentes les unes des autres, de toute évidence la situation la plus courante et présente à toutes fins utiles dans tous les projets, la méthode usuelle de la VAN ne respecte ni le principe d'additivité ni le principe d'absence d'arbitrage. Or ces deux principes sont les fondements mêmes de la finance moderne. Plutôt que de s'aventurer dans une discussion académique hermétique à une majorité de gestionnaires, nous avons « prouvé » nos avancées par des exemples qui viennent contredire une croyance encore trop répandue chez plusieurs gestionnaires à l'effet que la prise en compte correcte de ces multiples sources de risque ne changerait pas les décisions de l'entreprise.

L'utilisation de la VAN-O procède comme suit :

- Désagréger la séquence des flux monétaires en ses différentes composantes (par exemple, la séquence des coûts de production, la séquence des revenus sur les marchés à prix fixe et la séquence des revenus sur les marchés à prix volatil ;
- Corriger pour le risque chacune des séquences composantes en déterminant les équivalents certains respectifs à chaque période de chacune des séquences ;
- Additionner à chaque période les équivalents certains des différentes séquences pour obtenir l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période ;
- Actualiser l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période au taux sans risque et faire la somme sur l'ensemble des moments ou périodes pour déterminer la valeur actualisée du projet.

## 5.2 - La Valorisation Options Réelles (VOR)

L'application systématique usuelle de la VAN néglige en plus une autre source de création de valeur, à savoir les options réelles qui apparaissent dans pratiquement tous les projets, en particulier ceux (i) à caractère irréversible,

---

<sup>20</sup> Notons que les organisations appliquent la VAN à taux unique car c'est typiquement cette méthode qui est enseignée dans les écoles de commerce. En effet, on y met surtout l'emphase sur la « mécanique » de l'actualisation sans aborder la notion de risque de façon suffisamment rigoureuse.

i.e. lorsqu'il y a un coût significatif à changer d'idée et faire marche arrière une fois le projet réalisé ou mis en route, (ii) dans lesquels une certaine flexibilité de gestion existe dans la réalisation du projet, (iii) réalisés en présence d'un environnement futur incertain et volatil. La négligence des options réelles dans l'évaluation des investissements prend deux formes différentes, chacune menant à un type particulier d'erreur dans la maximisation de la valeur de l'entreprise ou de l'organisation. D'abord, on néglige systématiquement d'évaluer ces options réelles qui sont des sources de valeur au même titre que les flux financiers générés par le projet ; ensuite on néglige l'optimisation dans la conception préalable d'un projet qui permettrait d'y incorporer le cas échéant des options réelles qui peuvent faire la différence entre la maximisation de la valeur de l'entreprise et une gestion simplement satisfaisante.

La valorisation options réelles (VOR) utilise des méthodologies auxquelles souscrivent du moins implicitement beaucoup de hauts-dirigeants ou gestionnaires supérieurs (*executives*) d'entreprise. En un certain sens, elle permet de rendre plus rigoureux et plus explicite le recours aux informations qualitatives ou intuitives des gestionnaires face à un investissement stratégique. L'application d'une approche VOR, ou de manière moins formelle l'état d'esprit VOR, peut ainsi être bénéfique dans plusieurs domaines primordiaux des entreprises modernes : la couverture et le développement proactif du marché, la finance, la gestion des ressources humaines, la gestion de la technologie, la R&D, la gestion des connaissances, etc..

Cette approche représente un changement important dans la gestion stratégique mais demeure relativement peu connue et ce, malgré son adoption par plusieurs grandes entreprises. Pour de nombreux observateurs, la contribution la plus tangible des hauts-dirigeants à la valeur de l'entreprise devrait être mesurée par la valeur des options réelles qu'ils identifient et créent et par leur capacité à les gérer de manière optimale. Dans un monde sans incertitude, les gestionnaires ne seraient ni nécessaires ni utiles. Les dirigeants n'ajouteraient ainsi de la valeur à l'entreprise que dans la mesure où ils peuvent gérer activement le changement au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. L'approche VOR vise à quantifier cette valeur de la gestion active de l'incertitude par les gestionnaires.

La méthodologie des options réelles apparaît comme un outil puissant et crucial pour les dirigeants. Cependant, ce potentiel ne sera atteint que par les organisations qui pourront combiner l'état d'esprit VOR avec des compétences techniques poussées et un bon système d'information sur les facteurs déterminants de la valeur de l'organisation et/ou des projets et en ce sens, la mise en place d'une approche VOR peut être à la fois prometteuse et difficile. Par contre, l'approche VOR ne prétend pas et ne peut pas être un substitut aux valeurs et à la morale d'entreprise. Une meilleure appréciation des risques et opportunités ne protégera jamais une entreprise contre tous les risques opérationnels, en particulier contre la tentation d'un effort insuffisant dans l'évaluation d'un projet ou dans sa gestion une fois le projet accepté. Mais c'est là un autre sujet qui relève de la bonne gouvernance plutôt que de l'approche VOR.

Issue directement de la finance moderne, l'approche VOR en utilise les techniques et méthodes. Cependant, la finance se préoccupe surtout de l'évaluation et de la tarification des instruments et actifs financiers, options d'achat et de vente notamment, alors que l'approche VOR traite d'instruments et d'actifs réels. Au fur et à mesure que l'approche des options réelles se diffuse dans les divers domaines de la gestion et de la prise de décision, l'accent passe de l'évaluation pure de la décision à l'optimisation de la décision.

Un projet d'investissement réel dans les cartons d'une entreprise représente en réalité une possibilité ou option, mais non une obligation, de dépense des ressources à un certain moment dans le futur afin d'obtenir un actif (comme une usine) dont la valeur est typiquement aléatoire. D'ailleurs, l'origine de l'approche VOR remonte à une remarque de Stewart Myers de MIT à l'effet que détenir un projet d'investissement réel tel un projet de construction d'une usine (ou l'adoption d'une nouvelle technologie, un plan de restructuration, l'exploration d'un nouveau marché ou produit, le développement d'un programme de R&D, l'exploitation d'un puits ou d'une réserve de gaz naturel, etc.) est semblable à détenir une option financière.

Le caractère aléatoire d'une option financière vient du fait que l'actif sous-jacent est généralement un titre financier dont la valeur est aléatoire ; au moment de l'acquisition d'une option d'achat ou de vente, on ignore si, au moment

venu d'exercer l'option, le prix d'exercice fixé au départ sera plus élevé ou plus faible que le prix encore inconnu du titre. L'option peut ne jamais être exercée. De même, si le prix du produit de l'usine projetée (ou du puits de gaz à exploiter) n'évolue pas de façon favorable ou si l'on s'aperçoit que les coûts d'opération seront plus élevés que prévus, alors au moment venu de décider si l'investissement doit être réalisé ou non, il pourra être préférable de ne pas procéder, de ne pas s'engager dans la n<sup>ième</sup> étape ou encore de ne pas exercer l'option de construction de l'usine ou d'exploitation du puits.

La distinction entre l'évaluation de l'option et la prise de décision est uniquement une question d'emphase. En fait, évaluer un projet est équivalent à déterminer si oui ou non l'option que représente le projet doit être exercée et si oui, à quel moment. Mais la distinction est importante : l'application de l'approche VOR à la prise de décision dans les organisations vise à créer de la valeur en captant l'entier potentiel de l'entreprise.

Une différence importante entre les options financières et les options réelles vient de la nature de l'incertitude qui touche l'actif sous-jacent. Dans le monde des options financières, l'incertitude porte sur le prix futur des titres financiers. L'incertitude est alors source de valeur en raison des fluctuations des cash-flows des options qui sont limitées à la baisse et illimitées à la hausse, fluctuations liées à la variabilité ou volatilité « exogène » (hors du contrôle des gestionnaires) du prix des actifs financiers sous-jacents. Dans le monde des options réelles, l'incertitude peut être une source de valeur dans la mesure où les dirigeants sont capables de gérer en partie l'incertitude des projets.

Cette différence importante dans la nature de l'incertitude trouve sa contrepartie dans la nature de l'information qui doit être utilisée pour l'évaluation et la gestion des options. Pour les options financières, des séries de données à fréquence élevée sur les prix des titres sont la plupart du temps disponibles. Pour une option réelle telle que la construction d'une usine, l'incertitude vient des prix futurs ou des coûts futurs de production. Alors que les prix des produits peuvent avoir des similarités avec divers prix de titres, ils ne sont généralement pas disponibles avec le même degré d'exactitude et peuvent ne pas être influencés par les mêmes facteurs. Pour ce qui est de l'évaluation des coûts, ce sont à la fois la forme et la nature des données disponibles qui sont fondamentalement différentes.

Il y a aussi des différences dans l'environnement institutionnel qui caractérise l'évaluation de l'option et le problème de prise de décision. Les marchés financiers sont souvent riches et denses si bien que des portefeuilles constitués d'actifs transigés sur le marché peuvent dupliquer le risque associé à l'actif sous-jacent d'une option donnée. C'est sous ces conditions que s'applique la fameuse méthode de Black-Scholes-Merton. Dans le cas des options réelles, les marchés étant trop clairsemés et/ou opaques, il est fréquent que cette hypothèse (dite de duplication ou « spanning ») soit violée, si bien qu'il faut recourir à des techniques telles la programmation dynamique stochastique ou la simulation plutôt qu'à la méthode des actifs contingents prédominante en finance.

Quoique largement utilisées en finance, les techniques d'optimisation dynamique stochastique sont loin d'être l'apanage de cette discipline. Utilisées également par des gestionnaires et des ingénieurs, elles représentent un outil et un langage commun qui favorise le déploiement des techniques et méthodologies d'évaluation des options, de la finance vers d'autres domaines au sein de l'organisation.<sup>21</sup> Mais au-delà des techniques, l'approche VOR est surtout une façon de penser et de gérer la prise de décision en incertitude. Elle repose sur les éléments suivants:

- Reconnaître que l'incertitude crée des opportunités et de la valeur ;
- Reconnaître que la concrétisation de cette valeur exige des décisions adéquates ;
- Identifier les sources de l'incertitude et recueillir l'information nécessaire à la caractérisation de cette incertitude ;

---

<sup>21</sup> La dimension technique de l'évaluation des options est certes importante et c'est pourquoi la percée conceptuelle sous-jacente a été reconnue par l'attribution en 1997 du Prix Nobel de sciences économiques à Robert C. Merton (Harvard University) et Myron S. Scholes (Stanford University) pour leurs travaux sur « une nouvelle méthode pour déterminer la valeur des produits dérivés ».

- Identifier les décisions (options) qui favorisent l'exposition aux risques haussiers et celles qui diminuent l'exposition au risque baissier ;
- Etablir des règles de décision optimales, en fonction de l'information à venir.

L'évaluation de projets est l'application la plus évidente de l'approche VOR, quoique ce ne soit pas la seule. Avant l'approche VOR, la procédure standard d'évaluation de projets était la valeur présente nette (VPN/NPV) et les diverses variantes de cette dernière, dont entre autres le taux de rendement interne (TRI/IRR) ou encore les diverses formules d'indices de profitabilité. L'approche VOR est en fait une amélioration importante de cette procédure conventionnelle. La nouvelle approche rationalise ce que beaucoup de gestionnaires ou d'évaluateurs font déjà de façon intuitive :

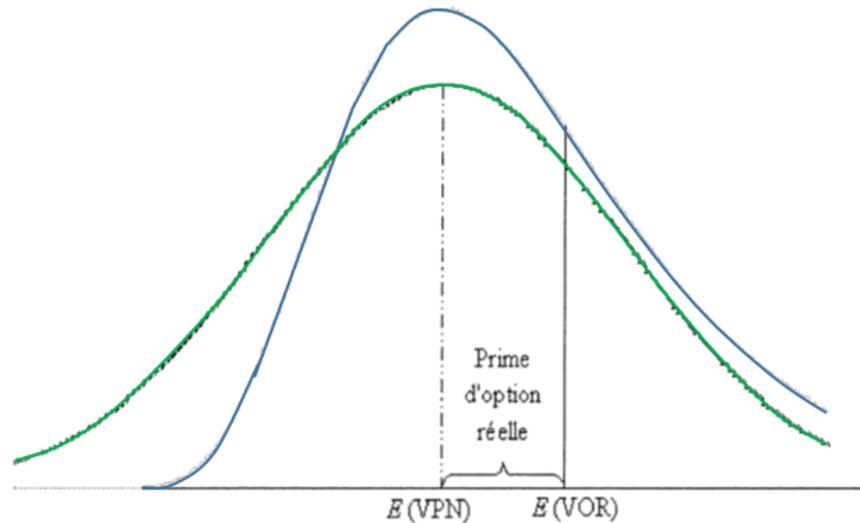
- Donner de l'importance au timing des décisions ;
- Identifier et évaluer les risques baissiers et les opportunités à la hausse associées au projet ;
- Identifier, évaluer et optimiser les décisions futures qui pourraient affecter l'exposition aux fluctuations à la baisse ou à la hausse ;
- Gérer de façon optimale la création et l'utilisation de la flexibilité et de la modularité comme moyens d'exploiter à profit l'incertitude.

A partir du moment où ces dimensions de l'évaluation de projets sont prises en compte, ces derniers deviennent des instruments à gérer de manière proactive pour modifier en faveur du décideur la façon dont l'incertitude affecte les résultats de l'organisation.

Une bonne évaluation des coûts et des bénéfices est et a toujours été importante dans l'évaluation de la valeur présente nette conventionnelle. Dans l'approche VOR, les options créées par le projet sont considérées comme étant des bénéfices ; les options utilisées ou exercées par le projet deviennent des coûts. Ces options doivent être évaluées et dans la plupart des cas, de telles évaluations exigent de trouver la règle optimale de décision à savoir si et quand l'option doit être créée, détenue ou exercée. Une bonne compréhension des options réelles donne des outils aux gestionnaires pour calculer plus précisément les valeurs présentes nettes (VPN) et prendre ainsi de meilleures décisions stratégiques. On peut définir la valeur options réelles (VOR) d'un projet comme suit :

$$\text{VOR} = \text{VPN Standard statique} + \text{Prime d'option de gestion active.}$$

L'approche VOR aide les dirigeants à quantifier la valeur de la gestion active. Puisque les calculs standards de la VPN se basent généralement sur la valeur actualisée des résultats *moyens*, la capacité des dirigeants à gérer activement un projet n'est pas prise en compte et la VPN statique sous-estimerait donc la véritable VPN (la VOR) d'un projet, même si l'évaluation du projet fait intervenir des études de sensibilité unidimensionnelle ou multidimensionnelle. Ces études de sensibilité permettent de déterminer la distribution de la VPN et l'impact de différents facteurs sur cette distribution. La gestion active, sous-jacente à l'approche VOR, limite le risque baissier et augmente l'exposition au risque haussier, ce qui déplace la distribution même de la VPN, tel qu'illustré à la Figure suivante. La valeur espérée peut changer de signe lorsque la prime d'option de gestion active est ajoutée : VPN négative, VOR positive. De plus, le classement de projets mutuellement exclusifs peut être altéré : le classement en fonction de la VPN pouvant être différent du classement en fonction de la VOR. Ainsi, avec l'approche conventionnelle de la VPN, des projets profitables peuvent ne jamais être entrepris et les meilleurs projets peuvent ne pas être choisis, si bien que la valeur de l'entreprise ne sera pas maximisée.



#### DENSITE DE LA VPN CONVENTIONNELLE (COURBE VERTE) ET DE LA VOR (COURBE BLEUE)

La planification stratégique est un exercice de gestion de la flexibilité et de la modularité. Les plans doivent spécifier les nœuds de décision, c'est-à-dire, les gestes futurs à poser ou non, à des dates qui peuvent être données mais qui sont le plus souvent à choisir de façon optimale *ex post* en fonction du développement aléatoire de l'environnement auquel l'entreprise fait face. La préparation d'un plan stratégique n'est pas un exercice passif d'anticipation du futur ; c'est un exercice de façonnement du futur ou, plus précisément, un exercice de design et d'implémentation des mécanismes par lesquels les décideurs profiteront, en temps et lieux, des développements futurs de l'environnement volatil de l'entreprise. Les gestionnaires plantent les graines d'une flexibilité future en identifiant et en créant des options réelles. C'est là une différence importante entre les options réelles et les options financières : avec les options réelles, les gestionnaires créent l'outil et/ou utilisent les outils existants de manière créative et proactive ; dans le cas des options financières, les dirigeants choisissent généralement des outils, parfois très exotiques, parmi ceux déjà disponibles sur les marchés financiers.

Une option réelle ne peut en général avoir une valeur négative car son propriétaire a la possibilité mais jamais l'obligation de l'exercer. Pourtant, une caractéristique importante des options réelles dans un environnement oligopolistique veut qu'une entreprise détenant certaines options réelles peut avoir moins de valeur que si elle en était démunie. La valeur des options réelles provient de la gestion active des étapes d'un projet au fur et à mesure que l'incertitude se résorbe. Cependant, la possibilité de modifier le déroulement d'un projet sous-entend que l'engagement à poursuivre et à compléter le projet est nécessairement faible. Ce manque d'engagement peut inviter un comportement plus agressif de la part de compétiteurs dont l'objectif pourrait être d'amener l'entreprise à abandonner son projet. La flexibilité et la modularité, réduisant la capacité d'engagement, peuvent aussi encourager des attaques plus agressives de la part des opposants au projet. La gestion active signifie que ces options, bien qu'ayant de la valeur dans un environnement d'affaires concurrentiel non réactif, peuvent avoir une valeur négative dans un environnement d'affaires oligopolistique réactif : les gestionnaires doivent savoir quand brûler leurs vaisseaux (pour augmenter leur capacité d'engagement crédible) et quand préserver leurs possibilités de retraite ou de changement de stratégie. C'est une responsabilité première et essentielle des hauts-dirigeants que d'identifier quelles options devraient être fermées ou abandonnées au profit d'un engagement crédible plus fort et quelles options devraient être maintenues au nom de la flexibilité et de la modularité. Une tâche difficile mais déterminante pour la rentabilité de l'entreprise, voire sa survie.

Une option financière, c'est le droit, mais non l'obligation, à un paiement futur, positif ou négatif, fondé sur la valeur d'un actif sous-jacent. Les options financières sont des titres très importants car elles permettent de bâtir des portefeuilles permettant aux investisseurs de se prémunir contre des changements dans les marchés et ainsi de gérer les risques financiers auxquels ils font face. La disponibilité d'instruments financiers peut altérer la gestion réelle, tout comme l'assurance peut altérer la gestion et les comportements en général. A son tour, la valeur de la flexibilité dans l'organisation peut s'en trouver modifiée : plus les contrats et titres financiers disponibles sont efficaces, moins la valeur de la flexibilité réelle sera évaluée ; et vice-versa. De même, plus il y a de flexibilité dans l'organisation, moins il est nécessaire de s'assurer par le recours aux marchés financiers. Une technologie flexible, une organisation flexible, des projets flexibles et modulaires (des formes importantes d'auto-assurance) sont autant de substituts possibles à la gestion des risques par le recours aux marchés financiers ou d'assurance. Ce recours aux marchés financiers ou d'assurance pour gérer les risques d'affaires auxquels l'entreprise fait face sera d'autant plus souhaitable que les options réelles seront peu présentes dans la technologie, l'organisation ou le portefeuille de projets de l'entreprise. L'auto-assurance n'est pas seulement la capacité de résister à des circonstances défavorables, mais aussi la capacité de réduire leurs impacts par des décisions de gestion adéquates.

La pertinence des options financières pour la gestion du risque est bien connue. Les options financières ne sont cependant qu'une partie des nombreux instruments de gestion des risques réels. Les options réelles constituent l'outil principal de gestion et d'évaluation de la flexibilité des actifs réels et vraisemblablement le plus important d'entre eux. Comme nous l'avons déjà souligné, les options réelles mettent l'accent sur des règles de gestion qui permettent d'éviter ou de contrôler les impacts d'événements futurs défavorables sur la valeur de l'organisation tout en permettant de saisir les opportunités favorables. Ceci ressemble beaucoup à ce qui s'applique en finance, où les investisseurs font l'arbitrage entre volatilité et rendement espéré. Il y a cependant une différence importante : le propriétaire d'un portefeuille financier est passif une fois établie la composition de son portefeuille ; au contraire, le propriétaire d'un portefeuille réel doit appliquer des règles de gestion particulières pour concrétiser le potentiel des options réelles.

Par ailleurs, les gestionnaires de projets réels ont souvent à prendre des décisions sur des projets dont les bénéfices sont bien connus mais dont les coûts futurs sont incertains et volatils. Dans ces cas, l'approche VOR peut favoriser l'application du principe de précaution et l'adoption de projets dont la valeur espérée peut être négative. Dans ces situations, l'incertitude n'a pas pour effet de retarder mais plutôt d'accélérer l'investissement. D'autres situations existent où l'incertitude est favorable à l'investissement. Si un projet est très volatil, mais négativement corrélé avec d'autres projets détenus par la firme, alors celui-ci, en plus de la valeur qu'on trouve à ne l'entreprendre qu'en cas de « bonne nouvelle », tire de la valeur de la possibilité de s'en servir comme assurance au cas où les autres projets échoueraient. Ceci rappelle le  $\beta$  (Beta) dans les actifs financiers. Comme un titre dont le  $\beta$  est négatif tire de la valeur du fait qu'il peut servir d'assurance contre les fluctuations des marchés financiers, une option réelle dont la valeur est négativement corrélée avec celle d'autres options tire de la valeur de cette propriété.

Cependant, le potentiel des options réelles en matière d'évaluation et de gestion de projet et de gestion du risque, ne sera réalisé que si les variables pertinentes (sources du risque, processus appropriés, corrélations) sont bien identifiées et mesurées. Cela exige que les firmes se dotent des moyens nécessaires, comme elles le font souvent pour exploiter la volatilité et le  $\beta$  des titres financiers.

L'approche VOR peut amener la discipline et la précision de la finance à différents secteurs de la prise de décision. Cette approche s'applique à une grande gamme de décisions de gestion et de décisions stratégiques en contexte d'incertitude et d'irréversibilité. C'est pour cela que les entreprises pionnières commencent à l'utiliser pour une gestion proactive des activités afin d'augmenter la valeur de l'organisation. La mise en place d'une approche VOR n'est cependant pas facile. Les procédures standard utilisées en finance doivent souvent être adaptées ou remplacées par d'autres techniques. Chaque application de l'approche sera vraisemblablement spécifique à son contexte. Les options possibles doivent être identifiées et décrites ; l'information pertinente doit être identifiée et recueillie soigneusement ; le gestionnaire qui utilise les options réelles doit avoir la connaissance et la formation requises pour adapter les

procédures standards à chaque situation particulière. Plus important peut-être, l'approche VOR est un état d'esprit, une capacité et un désir de détecter les décisions qui créent des opportunités et de se protéger contre les revers, en agissant sur ceux-ci pour créer de la valeur au profit de l'entreprise.

Pour les gestionnaires qui ont cet état d'esprit, les options réelles sont un outil qui permet de mieux faire coïncider l'intuition et l'information implicite, qu'apporte leur expérience de l'industrie et de la gestion, avec les procédures conventionnelles de prise de décision. Avant tout, elles leur permettent de donner un contenu quantitatif à des règles intuitives, leur donnant ainsi un avantage sur les compétiteurs.

## 18:6 - STRATÉGIE D'ÉVALUATION POUR UN STOCKAGE DE GAZ NATUREL

Un court résumé des fondements de l'évaluation d'investissements en incertitude a été présenté à la section précédente. Pour mettre ces idées en pratique, nous décrivons l'algorithme qui permet de calculer la valeur d'un stockage de gaz naturel en tenant compte de l'option d'injecter/soutirer. Nous appliquerons la technique moindres-carrés Monte-Carlo (MCMC) développée dans LONGSTAFF ET SCHWARTZ (2001) telle qu'adaptée au problème de stockage dans BARRERA-ESTEVE ET AL. (2004). En plus de donner la valeur de l'actif, l'algorithme fournit aussi la règle de gestion optimale du stockage (injection/soutirage optimal).

La seule différence entre les travaux de BARRERA-ESTEVE ET AL. (2004) et la présente section est le processus de prix utilisé. BARRERA-ESTEVE ET AL. (2004) utilisent un processus de retour à la moyenne à volatilité constante tandis que nous utilisons le modèle de RIBEIRO ET HODGES (2004) tel que présenté à la section 2.

### 6.1 - Définition du problème

Selon le cahier des charges, un stockage de gaz naturel se caractérise par les six paramètres suivants :

1.  $Q_{min}$   $\equiv$  le volume minimal à maintenir dans le réservoir (en therm);
2.  $Q_{max}$   $\equiv$  le volume maximal que le réservoir peut contenir (en therm) ;
3.  $q_I$   $\equiv$  la limite journalière d'injection (en therm/jour) avec  $q_I > 0$  ;
4.  $q_S$   $\equiv$  la limite journalière de soutirage (en therm/jour) avec  $q_S < 0$ ;
5.  $c_I$   $\equiv$  le coût d'injection (en pences/therm) et ;
6.  $c_S$   $\equiv$  le coût de soutirage (en pences/therm).

Si le stockage a une durée de vie de T années et qu'il y a N points de décision par année, la distance entre chaque point de décision est égale à  $\Delta = 1/N$  avec :

$$0 = t_0 < \dots < t_i < \dots < t_{T.N} = T$$

Dans ce cas, à chaque  $t_i$ , l'objectif du gestionnaire est de choisir le volume  $q_S \leq q_{t_i} \leq q_I$  à injecter ou soutirer qui maximise la valeur  $V_{t_i}$  du stockage conditionnel au prix  $P_{t_i}$  et au volume de gaz  $Q_{t_i}$  présentement dans le réservoir.

Nous avons l'identité suivante pour le volume de gaz dans le réservoir  $t_i$  :

(18.14)

$$Q_{t_i} = \sum_{j=0}^{i-1} q_{t_j}$$

Tel que mentionné, à chaque point de décision, trois actions sont envisageables :

- Injecter ( $q_t > 0$ ) ;
- Soutirer ( $q_t < 0$ ) ou ;
- Ne rien faire ( $q_t = 0$ )

La fonction de profit instantanée se définit donc comme suit :

$$(18.15) \quad \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) = \begin{cases} -q_{t_i}(P_{t_i} + C_I) & \text{si } q_{t_i} \geq 0 \text{ (Injection)} \\ -q_{t_i}(P_{t_i} - C_S) & \text{si } q_{t_i} \leq 0 \text{ (Soutirage)} \\ 0 & \text{si } q_{t_i} = 0 \text{ (Ne rien faire)} \end{cases}$$

Puisqu'à chaque  $t_i$ , le volume du stockage  $Q_{t_i}$  doit être entre  $Q_{min}$  et  $Q_{max}$ , nous définissons la fonction de pénalité suivante pour assurer le respect de la contrainte :

$$(18.16) \quad F(Q_{t_i}, t_i) = C[\min(Q_{t_i} - f_1(t_i), 0)^2 + \max(Q_{t_i} - f_2(t_i), 0)^2]$$

où  $C \rightarrow \infty$  est le coût de violer la contrainte de volume définie par les fonctions  $f_1(t_i)$  et  $f_2(t_i)$  qui eux permettent de combiner les contraintes physiques  $Q_{min}$  et  $Q_{max}$  à des contraintes qui sont associées aux volumes de début et de fin de période, que nous dénotons  $Q_{dép.}$  et  $Q_{fin}$ , respectivement. Par exemple, si  $Q_{min} = 0$  et  $Q_{dép.} = Q_{fin} = 0$ , nous avons :

$$(18.17) \quad f_1(t_i) = 0$$

et

$$(18.18) \quad f_2(t_i) = \min(q_I \cdot i, Q_{max}, q_S \cdot (i - N))$$

Dans ce cas, (18.17) est trivial tandis que (18.18) nous assure que :

- Il n'y a pas plus de gaz dans le réservoir qu'il a été possible d'en injecter ;
- Le volume ne dépasse pas le volume maximal du stockage et ;
- Il n'y a pas plus de gaz dans le réservoir qu'il sera possible s'en soutirer pour respecter  $Q_{fin}$ .

En combinant (18.15) et (18.16), nous obtenons la fonction de profit instantané suivante qui inclut le coût de la contrainte défini par (18.17) et (18.18) :

$$(18.19) \quad \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) = \pi(P_{t_i}, q_{t_i}) - F(Q_{t_i}, t_i)$$

Si  $q$  représente le sentier injection/soutirage pour les périodes  $t_0$  à  $t_{N-1}$ , la valeur espérée du stockage, conditionnelle à  $P_{t_0}$  et  $Q_{dép.}$  est égale à :

(18.20)

$$\mathfrak{J}(q) = E \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) e^{-rt_i} + F(Q_T, T) e^{-rt} \middle| P_{t_0}, Q_{dép.} \right]$$

où  $r$  est le taux sans risque. La fonction objectif du gestionnaire du stockage se définit donc comme suit :

$$(18.21) \quad \sup_q \mathfrak{J}(q)$$

où  $q_S \leq q_{t_i} \leq q_I$ . Selon BARRERA-ESTEVE ET AL. (2004), le problème peut aussi se décrire par l'équation de Bellman suivante pour  $t_0 \leq t_i \leq t_{N-1}$  :

(18.22)

$$V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i}) = \max_{q_{t_i} \in [q_S, q_I]} [\Pi(P_{t_i}, q_{t_i}, Q_{t_i}) + E(V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_i} + q_{t_i}) | P_{t_i}, Q_{t_i}) e^{-r(t_{i+1}-t_i)}]$$

avec la condition terminale :

$$(18.23) \quad V(T, P_T, Q_T) = F(Q_T, T)$$

où  $V(t_i, P_{t_i}, Q_{t_i})$  représente la valeur espérée du stockage à  $t_i$  géré de façon optimale.

## 6.2 - Comment solutionner le problème

Tel que mentionné, la technique MCMC sera utilisée pour solutionner le problème de programmation dynamique stochastique caractérisé par les expressions (18.22) et (18.23). Notons que pour simplifier le problème, nous devons discrétiser  $q_{t_i}$  ce qui nous donne l'ensemble injection/soutirage suivant :

$$(18.24) \quad q_{t_i} \in \{q_S, q_S + \Delta q, \dots, q_I - \Delta q, q_I\}$$

où  $\Delta q$  est un incrément de volume. La méthode MCMC permet d'estimer la valeur espérée de « continuation », i.e. :

$$E(V(t_{i+1}, P_{t_{i+1}}, Q_{t_i} + q_{t_i}) | P_{t_i}, Q_{t_i})$$

Pour mettre en œuvre la méthode MCMC, il faut générer  $W$  trajectoires de prix  $P_{t_i}$  (équivalent certain) en utilisant la méthodologie décrite par les équations (18.12) et (18.13) de la section 2 (processus stochastique dans un monde risque-neutre). Le prix à la période  $t_i$  sur la trajectoire  $j \in \{1, 2, \dots, W - 1, W\}$  se dénote  $P_{t_i}^j$  tandis que la politique optimale d'injection/soutirage et le volume qui découle de la politique sur la trajectoire  $j$  à chaque  $t_i$  se dénotent  $q_{t_i}^{*,j}$  et  $Q_{t_i}^{*,j}$ , respectivement.

Pour trouver  $V(t_0, P_{t_0}, Q_{t_0})$ , il faut procéder récursivement de  $t_{N-1}$  à  $t_0$  sur chaque trajectoire de prix afin de déterminer conditionnelle à  $P_{t_i}$  et à chaque volume possible  $Q_{t_i}$ , la politique d'injection/soutirage optimale  $q_{t_i}^{*,j}$ . Tel qu'énoncé à l'équation (18.22), la politique optimale d'injection/soutirage à  $t_i$  est celle qui maximise la somme de la fonction de profit instantané et de la valeur de continuation.

Voici comment la méthodologie MCMC permet d'estimer la valeur de continuation. A la période  $t_i$  pour un  $Q_{t_i}$  donné, nous devons pour chaque  $q_{t_i}$  plausible, résoudre le problème moindre carré suivant :

(18.25)

$$\arg \min_{(\alpha_l)_l} \sum_{k=1}^W \left( \sum_{j=i+1}^{N-1} \Pi(P_{t_j}^k, q_{t_j}^{*,k}, Q_{t_j}^{*,k}) e^{-r(t_j-t_i)} + F(Q_T^{*,k}, T) e^{-r(T-t_i)} - \sum_{l=0}^L \alpha_l \Phi_l(P_{t_i}^k) \right)^2$$

Résoudre (18.25) correspond à régresser la valeur actualisée de la politique de consommation optimale de  $t_{i+1}$  à  $t_{N-1}$  qui émane de  $Q_{t_i} + q_{t_i}$  sur un polynôme qui est fonction de  $P_{t_j}^k$ . Dans ce cas, le nombre d'observations est égal au nombre de trajectoires.

Sur la trajectoire k, pour un volume  $Q_{t_i}$  et pour un  $q_{t_i}$  donné, l'estimé de la valeur de continuation (2<sup>ième</sup> terme de l'expression (18.22)) est égal à :

$$\sum_{l=0}^L \hat{\alpha}_l \Phi_l(P_{t_i}^k)$$

Par conséquent à  $t_i$ , pour un volume  $Q_{t_i}$  donné, on répète l'exercice pour obtenir la politique injection/soutirage optimale  $q_{t_j}^{*,k}$  sur chaque trajectoire.

Finalement, la valeur du stockage à  $t_0$  conditionnelle à  $P_{t_0}$  et  $Q_{t_0}$  est égale à la moyenne des valeurs de chaque trajectoire le long du sentier optimal de consommation. Par exemple à  $t_0$ , si la consommation optimale est égale à  $q_0^*$  il faut trouver pour chaque trajectoire k la consommation optimale  $q_{t_1}^{*,k}$  à  $t_1$  conditionnelle à  $Q_{t_1} = Q_{dép.} + q_0^*$ , cela nous mènera à  $t_2$  où nous devons trouver  $q_{t_2}^{*,k}$  conditionnelle à  $Q_{t_1} = Q_{dép.} + q_0^* + q_{t_1}^{*,k}$  et ainsi de suite.

### 6.3 - Exemple

Pour illustrer comment l'algorithme de la section précédente peut être implémenté, nous avons solutionné à l'aide du logiciel Matlab le cas 2 présenté dans BARRERA-ESTEVE ET AL. (2004) avec les valeurs suivantes pour les paramètres du stockage :

1.  $Q_{min} \equiv 0$
2.  $Q_{max} \equiv 0$
3.  $q_l \equiv 0.4 \text{ therm/jour ;}$
4.  $q_s \equiv -0.2 \text{ therm/jour ;}$
5.  $c_l \equiv 0.6 \text{ pences/therm ;}$
6.  $c_s \equiv 0.2 \text{ pences/therm}$

De plus, nous supposons que le stockage a une durée de vie de 1 an et que  $Q_{dép.} = Q_{fin} = 0$ . Pour résoudre le problème 10,000 trajectoires de prix journaliers ont été générés à partir des équations (18.12) et (18.13) de la section 2.

## 18:7 - RÉFÉRENCES

American Gas Foundation, *Natural Gas Outlook To 2020*, February 2005.

American Gas Foundation, *Natural Gas and Energy Price Volatility*, October 2003

BARRERA-ESTEVE, CHRISTOPHE, FLORENT BERGERET, CHARLES DOSSAL, EMMANUEL GOBET, ASMA MEZIOU, REMI MUNOS AND DAMIEN REBOUL-SALZE. 2004. « Numerical Methods for the pricing of Swing Options: A Stochastic Control Approach. » *Ecole Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées*

BOPP, ANTHONY E. 2000. "Daily Price Adjustments in the U.S. Market for Natural gas" *Atlantic Economic Journal*, Vol.28, No. 2: 254-265.

BOYER, M. ET E. GRAVEL. 2006. « Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O) », *Assurances et gestion des risques* 74(2), juillet 2006, 163-185.

BOYER, M., CHRISTOFFERSEN, P., LASSERRE, P., ET A. PAVLOV. 2003 « Création de valeur, gestion de risque et options réelles », CIRANO 2003RB-01, 35 pages. (English version: CIRANO 2003RB-02)

CORTAZAR, GONZALO AND EDUARDO S. SCHWARTZ. 1998. "Monte Carlo Evaluation Model of an Undeveloped Oil Field." *Journal of Energy Finance & Development* 3: 73-84.

EWING, BRADLEY T., FAROOQ MALIK AND OZKAN OZFIDAN. 2002. "Volatility Transmission in the Oil and Natural Gas Markets." *Energy Economics*, Vol. 24: 525-538.

GIBSON, R. AND EDUARDO SCHWARTZ. 1990. "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims." *Journal of Finance* 45: 959-976.

JOHN C. COX, JONATHAN E. INGERSOLL, AND STEPHEN A. ROSS "A theory of the term structure of interest rates.", *Econometrica*, Vol. 53, No.2 (March, 1985).

LINN, SCOTT C. AND ZHEN ZHU. 2004. "Natural Gas Prices and the Gas Storage Report: Public News and Volatility in Energy Futures Markets." *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24, No. 3: 283-313.

LONGSTAFF, FRANCIS A., AND EDUARDO S. SCHWARTZ. "Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach." *Review of Financial studies*, 14(1): 113-147.

NIELSEN, MARTIN J. AND EDUARDO S. SCHWARTZ. "Theory of Storage and the Pricing of Commodity Claims.", 2004, *Review of Derivatives Research*, Vol. 7, pages 5-24.

PINDYCK, ROBERT S. 1980. "Uncertainty and Exhaustible Resource Markets". *The Journal of Political Economy* 88: 1203-1225.

PINDYCK, ROBERT S. 1999. "The Long-Run Evolution of Energy Prices." *The Energy Journal* 20:1-27.

PINDYCK, ROBERT S. 2001. "The Dynamics of Commodity Spot and Futures Markets: A Primer." *The Energy Journal* Vol. 22, No. 3: 1-29

PINDYCK, ROBERT S. 2004a. "Volatility in Natural Gas and Oil Markets." *The Journal of Energy and Development*, Vol. 30, No. 1: 1-19

PINDYCK, ROBERT S. 2004b. "Volatility and Commodity Price Dynamics." *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24, No. 11: 1029-1047.

RIBEIRO, DIANA R. AND STEWART D. HODGES. "A Two-Factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation.", 2004, *Working Paper*.

SCHWARTZ, EDUARDO S. "The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging." 1991, *Journal of Finance* Vol. 55, No. 3, pages 923-973.

SCHWARTZ, EDUARDO S. "Valuing Long-Term Commodity Assets." *Financial Management*, Vol. 27, No.1, Spring 1998, pages 57-66.

SCHWARTZ, EDUARDO S. AND JAMES E. SMITH. "Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices." *Management Science*, Vol. 46, No. 7, July 2000, pages 893-911.

SMITH, JAMES E. AND KEVIN F. MCCARDLE. 1999. "Options in the Real World: Lessons Learned in Valuating Oil and Gas Investments." *Operations Research* 47: 1-15.

# Real Options and Access Pricing

## CHAPITRE 19

This chapter is based on the work of Marcel BOYER, Eric GRAVEL and Pierre LASSERRE on « Access Pricing to Networks: A Real Options Approach », mimeo.

### 19:1 - INTRODUCTION

There are two broad approaches to the financing of network infrastructure. One stems from the cost-sharing of network costs, in particular the cost of investment, among key partners and users of the network. This approach relies mainly, in its purest and most rigorous form, on the theory of cooperative games<sup>22</sup>. The other stems from the pricing of (regulated) access to the network, which is assumed to have been developed by a particular firm, the network owner. Different potential users of the network, including competitors, may wish to use the network of at least some critical or essential parts of it, rather than build an alternative to it. The first approach includes open season approach to the extent that in the latter, the developer consults, often under the supervision of a regulator, the group, the set of main interested partners who may use the proposed network in order to obtain some commitments, including in some cases contribution to equity capital or to the construction cost of the network. The second approach directly considers the uncertainty and irreversibility inherent in the development of a network to determine the proper terms and conditions at which the developer will, should or could provide access to its network to potential competitors. In both approaches, the objective of the regulator is to ensure that the development of the network will be "effective" or "optimal."

For some time, a number of regulatory authorities recognize that substituting competition for regulation costly and imperfect has the potential to lead to efficiency gains. This same desire for liberalization has also been felt in the highly regulated environment of network industries (i.e. telecommunications, rail transport, electricity, natural gas, etc.).

For these industries, it is not necessarily desirable to introduce competition in all segments. Indeed, as some production stages are characterized by economies of scale, it is sometimes desirable that these steps remain monopolies. By cons, since these steps are necessary to produce the final good, introducing downstream competition requires a price system that allows incoming access to obtain good network upstream.

The objective of a price system access is to encourage the entry of firms into higher efficiency deregulated segments without discouraging investment in the regulated segments. Indeed, if the access price is too low, the firm has installed no incentive to innovate or invest, the work of the entrant is subsidized and the entry of inefficient firms is encouraged. For its part, an access price too high encourages competition to invest in infrastructure even if it is not socially desirable and discourage entry into the deregulated market through access.

Another important consideration in the establishment of an access regime is the uncertainty and irreversibility. Indeed, it is shown that ignoring the uncertainty and irreversibility in investment policy may lead to sub-optimal allocation of resources. An analysis assuming a deterministic environment often hidden sources of untapped value commonly called "real options".

---

<sup>22</sup> See BOYER, M., MOREAUX, M., AND M. TRUCHON (2006) and BOYER, M. AND N. MARCHETTI (2007).

Ignored in decision-making effects of irreversibility and uncertainty is not unique to private companies. Indeed, it is possible that the policies of a regulatory body leading to a sub-optimal allocation of resources due to the fact that the designers of these policies have ignored the presence of uncertainty or irreversibility in the business environment regulated entities.

Regarding the problem of access, the main point of contention is that often the entrant has some flexibility without having to invest irreversibly as did the firm installed. This implies a transfer of value of the firm entering into the installed if the price of access is inadequate. Therefore, instead of building new networks or upgrade existing networks, the company installed deploy its capital elsewhere.

In this book, using a simplified analytical framework we demonstrate how a policy of access prices that do not take into account the price volatility and the irreversible nature of investment in networks can lead to sub- investment.

We consider that a desirable aspect of an access policy is that it encourages the firm to invest installed at the same time as if she is alone and the market price of the final result of a competitive equilibrium. Although difficult to implement, a dynamic ECPR access regime would achieve this goal.

Also, if the regulator requires the entrant to share the investment risk with the incumbent, the goal is reached. Finally, if the entrant has the option of producing or not, to achieve the investment objective, the access price should include a premium to compensate the firm for having yielded installed option.

## 19:2 - THE REAL OPTION APPROACH

### 2.1 - Overview

The issue of asymmetric risk sharing between the incumbent and the entrants has surfaced in the literature concerning the linkage between the current access pricing policies, the uncertainty, the irreversibility, and the incentives for investments. It arises from the possibility that the entrant has the option of accessing the incumbent's facilities on a short-term basis. Consequently, if market conditions for the final goods deteriorate, the entrant can exit the market but the incumbent still has to support the investment. In this case, a free "exit option"<sup>23</sup>, is given to the entrant. Also, if a contract were to be signed for granting the network access, the contract covering shorter period of time would have higher prices because comparing to a long-term contract, a short-term one involves less uncertainty.

In general, the access price set under the previously discussed "classical" access pricing rules could not adequately compensate the incumbent for the risk taken by investing irreversibly in an uncertain market. Economic analysis of irreversible investment under uncertainty implies that due to the sunk cost, for a project to be undertaken, it typically is expected to offer returns well above the "breakeven". Therefore, if the "classical" access pricing rules were to be used, the entrants would be subsidized.

### 2.2 - Some Critical Concepts

The following analysis considers a single firm that has an initial monopoly over a network construction opportunity. By committing to take on the investment, the firm constructs a network. The access to the network could be granted to its competitors. Each competitor then has the choice of developing its own network (bypassing) or renting the existing facilities.

---

<sup>23</sup> Since the option can be exercised at any time before the "expiration" date, it is equivalent to an American put option.

The main focus is not only to incorporate the role of investment, and maintain the supply of final goods and services but also to consider the irreversible nature of the investment and the effects of the uncertainty and flexibility on the investment decision. There are costs and benefits associated with building a network, since it requires significant upfront capital outlay but the benefits carry tremendous uncertainty. This sometimes creates an incentive to defer the commitment of the irreversible investments. On the other hand, the construction of a network could possibly make the firm a natural monopoly of the industry.

When firms face a choice of whether to take on the investment, it is considered as holding a real option. Specifically, it is an “option to grow”, which involves investing in an initial market, product line or technology to develop a platform for future growth opportunities. This is common in the infrastructure projects, which demand high initial capital outlays with no immediate returns. For example, the natural gas transmission companies often spend considerable resources to develop networks of pipelines without receiving positive cash flows during the initial construction period, and only to target possible future opportunities of delivering natural gas when the network is built.

This “option to grow” is in fact a compound option; that is, option(s) on option(s). Each phase of the project is modeled by one or more financial options. The value of an earlier option is affected by the value of the options later in the investment sequence. They interact with each other, so their combined value may differ from the sum of their separate value.

The value of a network depends on how it is operated and licensed and most importantly on the ever changing market condition. Therefore, the rules governing the investment decisions in network development must be conditioned on the irreversibility of the investment, the uncertainties of the project and the according management flexibilities.

### **2.2.1 - The Sources of Uncertainty**

In a dynamic world, market condition, technology innovation, factor prices and many other parameters of interest to a company are subject to uncertainty. Among the above mentioned factors, the main source of uncertainty is the market demand for final goods and services, which in turn could bring about significant impact on the cash flow, project evaluation, and profitability of the enterprise.

Uncertainty can make a substantial difference in determining the access prices. The value of the network construction project evolves according to the random processes of several critical variables; hence the sources of uncertainty could be multiple. Variables such as the quantity and price of the goods and services to be delivered, the input prices, the possible technological innovations, the legal and environmental aspects of the project, and the regulation governing the production activities could all play a role in influencing the value of the investment.

### **2.2.2 - The Points of Flexibility**

When holding a real option of building a network facility, depending on the investment and market conditions, the incumbent has the flexibilities to delay the investment, to pause the project of several phases, to increase or contract the goods and services provided temporarily by controlling both its own and the lease’s usage of the network, to postpone the decision of future growth to the next period if possible or simply abandon the project, and so on.

On the other hand, the entrant has the flexibility to choose when (the timing of entry) and how (leasing the facilities or bypassing) to obtain the access of the network for transferring its goods and services as well as when to stop having the access following the ever changing market conditions.

### 2.2.3 - The Significance of Irreversibility

If the decision is reversible, one can always recover the input of funds and there is no or minimal cost to modify or even annul the investment when circumstances change. In reality, however, perfect reversibility does not exist; therefore, it is considered as a sunk cost. This irreversible cost is a significant portion of the total cost of many public utilities projects and plays a critical role in influencing the market structures, the timely investments, as well as the effective and efficient resource allocations.

Once the investment is made, the firm loses the opportunity to delay the project further in waiting for better market conditions. However, this opportunity cost has yet been commonly acknowledged by the public in making the pricing decisions. Comparing to the entrants leasing the facilities to deliver their goods and services, the incumbent does not have the convenience to withdraw from using the network when it is not profitable. While the incumbent assumes the full ownership and receives benefit from it, it is also responsible for the possible burden of the network. Thus the incumbent should be compensated for undertaking an irreversible investment.

### 2.2.4 - The Optimal Access Price

Under uncertainty and irreversibility, it is difficult to maintain incentives for the investors by relying on some of the above-mentioned "classical" access pricing schemes because it could possibly lead to under-investment or undesirable delay of investment. For example, if the access price is too low thus makes it impossible to cover the irreversible sunk costs, the network provider will not have the incentive to invest in new or maintain the existing network. Therefore, it decreases future social welfare by creating unnecessary delays in the introduction of socially desirable goods and/or by reducing the supply of future final goods and services. When designing the proper access pricing policy, the regulator should take all of these aspects into account. Ideally, an optimal access price should be able to reward the network provider for undertaking the uncertain and irreversible investment.

### 2.2.5 - The Evaluation of Real Options

#### 2.2.5.1 - OPTIONS OF THE INCUMBENT

Firms of certain industries such as telecommunication companies, railway operators, electric power generation and transmission companies, as well as the natural gas production and transmission companies could expand their operation via building a new network to deliver their products and services. Before taking on the project, managers normally will make some thorough analyses to evaluate the viability of the project by determining the market condition, the infrastructural and financial requirements, as well as any potential legal and environmental constraints.

The value of the decision to expand its operation now or defer the network construction to a future date is equivalent to an American call option with an exercise price equal to the required investment. The manager will compare the present value  $S_t$  of the expanded project with the investment cost  $K$  and he will decide to invest if  $S_t \geq K$ . If not, the manager has the option to defer an investment up to a date  $T$  in the future. In any moment from now until that date  $T$ , he will decide whether or not to invest, contingent on the changing market conditions. For a date  $t \in [0, T]$ , he will compare the cost of investment with the present value of the project. The payoff will be  $\max(S_t - K, 0)$  should the manager choose to invest at  $t$ .

If market conditions become worse than initially expected, managers can decide to contract by operating below capacity and temporarily suspending the further development of project to save the investment outlays. If the manager had planned to spend  $K$  dollars in investments at any time  $t \in [0, T]$ , the option to contract will save the company  $K$ . If  $S_t$  represents the value of the project lost with contraction, the payoff will then be  $\max(K - S_t, 0)$ . Generally, the option to contract is analogous to an American put option.

#### 2.2.5.2 - OPTIONS OF THE ENTRANT

If the market declines severely, the entrant might decide to stop leasing the network. For example, if a product is replaced because of a technological innovation, its demand will sharply drop. Suppose that discontinuing its access of the network will cost the entrant  $K$ . If  $S_t$  represents the value of the project at time  $t$ , abandoning it will cost  $S_t$ . The payoff is then  $\max(K - S_t, 0)$ . Therefore, abandoning a project could be evaluated as equivalent to an American put option.

Suppose that a natural gas substitute is subsequently discovered with less production and transportation costs, as a result, the demand and price for natural gas will drop significantly. In this case, the manager might choose to permanently abandon the project in exchange for a salvage value of  $K$ .

#### 2.2.5.3 - THE FRAMEWORK: WITH AND WITHOUT THE THREAT OF ENTRY

Operating the network and only utilizing it for the sole purpose of producing its own goods and services is materially different from bearing the possibility of granting its competitors with access to a part of the network. In the latter case, the incumbent is expected to suffer financially due to the entry of the rival because of a reduced market share. Since the firm's investment decision is largely influenced by the threat of entry, it is then assumed that the value of the network project with the possibilities of entry is different from the one without.

By undertaking the project, the incumbent forgoes the value of the "option of waiting to invest", therefore when estimating the access prices, the incumbent is expected to be compensated for not only a part of the initial investment of building the physical network but also the lost value of the "option of waiting to invest." The focus should be to set the access price considering the risk taken and the according value forgone by the incumbent so the network will be built in timely fashion and the access will be granted following the demand of the entrant.

## 19:3 - RELATED LITERATURE

Les réseaux d'entreprises monopolistes requièrent souvent des grands investissements qui sont généralement irréversibles. À partir du moment où la décision d'investir est prise, il est impossible de revenir en arrière car cela impliquerait la perte presque totale de l'investissement initial. Dans un contexte d'incertitude, le risque auquel l'industrie monopoliste doit faire face lors d'un investissement est important. Il est donc crucial, avant d'entreprendre un nouveau projet, que les investisseurs s'assurent du fait que les gains espérés surpassent les coûts des risques encourus par la mise en place de ce nouvel investissement. Afin de garantir la compétitivité et assez d'offre aux consommateurs, les industries monopolistes sont souvent supervisées par une agence régulatrice qui s'occupe, entre autres, de la fiscalisation des prix pratiqués sur le marché et qui détermine notamment le prix d'accès au réseau. Ce prix d'accès est le prix que des autres compagnies présentes sur le marché doivent payer à la compagnie détenant le réseau, la firme installée, pour utiliser une partie de celui-ci.

Ironiquement, cette régulation, dans un contexte d'incertitude, peut produire un effet contraire : au lieu d'inciter la compétitivité et augmenter l'offre, elle finit par diminuer ou même bloquer les investissements dans le réseau, réduisant de ce fait le bien-être collectif. Pourquoi ? Parce que, comme mentionné précédemment, les investissements sont irréversibles et comportent aussi un grand niveau de risque. Pour que l'investissement soit rentable, le détenteur du réseau doit s'assurer que le risque encouru soit inférieur au gain possiblement généré par sa construction. Si l'investisseur se retrouve à devoir donner accès à une partie de son réseau pour un prix qui ne couvre pas proprement le risque du projet, celui-ci n'aura aucun intérêt à y investir son argent.

Il faut noter qu'il y a une asymétrie dans la prise de risque au cours de la création d'un projet. Des grands investissements initiaux sont souvent effectués dans le cas de construction d'infrastructure. La firme installée, qui détient le réseau, investit de façon irréversible une grande somme d'argent dans un projet. Cependant, les concurrents qui prennent l'accès de son réseau ne paient que les frais d'utilisation, soit le prix d'accès contrôlé par l'agence régulatrice, et ont la flexibilité de sortir du marché à n'importe quel moment, en l'occurrence quand les conditions deviennent défavorables.

Il faut noter également que la réduction du niveau d'investissements et du bien-être collectif est générée par la présence conjointe de l'incertitude et de l'irréversibilité. Si les investissements sont irréversibles et l'incertitude inexistante, la décision d'investir ne dépend que d'un simple calcul de valeur actualisée nette (VAN). Si l'incertitude existe, et que la compagnie peut récupérer son investissement initial, il n'y aurait pas de risque encouru et le projet pourra être exécuté. Par contre, si l'incertitude et l'irréversibilité sont présentes simultanément, le profit espéré doit être assez important pour compenser cette prise de risque. Une régulation forte du réseau par un agent externe ne fait qu'empirer cette situation.

CLARK ET EASAW (2003) ont mis en évidence que la flexibilité des concurrents est présente non seulement au moment de quitter le marché quand les marges sont réduites, mais aussi au moment d'entrer dans le marché et de prendre l'accès du réseau. Donc, dépendamment du moment et des conditions lors de l'entrée sur le marché, un concurrent peut avoir des profits plus ou moins importants que les autres. Afin d'éliminer cette distorsion et de garantir la compétitivité auprès des investisseurs, et afin de permettre à la firme installée d'être compensée pour les risques encourus, les auteurs proposent le paiement d'une prime additionnelle au prix d'accès.

Les revenus, à cause de la fluctuation des prix, sont très incertaines et l'investissement est irréversible. Par contre, la firme installée a la flexibilité de choisir le moment qu'elle veut entreprendre l'investissement et aussi elle a la flexibilité de déterminer la taille du réseau. L'entrant a la flexibilité de choisir à quel moment il veut prendre l'accès du réseau.

Si le prix d'accès est trop élevé, l'entrant ne prendra pas l'accès. Si le prix d'accès est trop bas, la firme installée n'aura pas l'intérêt de construire le réseau. Le prix d'accès optimal est l'équivalent certain des flux monétaires espérés. Ce prix d'accès doit compenser la firme installée pour son investissement risqué.

L'article de CLARK ET EASAW (2003) montre que : (I) le coût d'opportunité devrait être basé sur le taux sans risque ; (II) le prix d'accès peut être différent pour chaque entrant, il dépendra du niveau de revenu au moment de l'entrée.

À un niveau de revenu plus élevé que le niveau optimal qui permet l'entrée, l'entrant devra payer une prime additionnelle à l'ECPR. Cette prime devra compenser la firme installée pour avoir renoncé ses droits aux flux monétaires incertains à ce niveau de revenu plus élevé.

Soit  $x(t)$  le revenu du projet.  $x(t)$  est très incertain parce qu'il dépend du prix et de la demande du produit. On suppose que  $x(t)$  suit un mouvement Brownien géométrique. Un taux d'intérêt ajusté pour le risque peut être obtenu à l'aide du CAPM.

Soit  $V(t)$  la valeur du projet.  $V(t)$  est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\Sigma^2}{2} V''(x)x^2 + (r - \delta)V'(x)x - rV(x) + x - C = 0$$

dont la solution est :

(19.1)

$$V(x) = \frac{x}{\delta} - \frac{C}{r}$$

Soit  $F(x)$  la valeur de l'option de retarder l'investissement. L'investissement est exécuté quand  $x$  atteint la valeur notée par  $x^*$ , au-dessus de laquelle on obtient plus en exécutant qu'en retardant l'investissement.

(19.2)

$$x^* = \frac{\delta\gamma_1}{\gamma_1 - 1} \left[ \frac{C}{r} + I \right]$$

Cette équation démontre l'incertitude dans la décision d'investir. Si la décision d'investir ne comporte pas d'incertitude, l'investissement serait exécuté selon l'équation (19.1), dès que  $V(x) \geq I$ . On note par  $x^*$  le niveau de revenu qui rend l'investissement acceptable, c'est-à-dire, où  $V(x^{**}) = I$ .

(19.3)

$$x^{**} = \delta \left[ \frac{C}{r} + I \right] = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} x^*$$

$x^{**}$  est l'équivalent certain de  $x^*$  et le ratio  $\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}$  est le facteur d'ajustement au risque.

Alors,  $x^*$  représente le niveau de revenu au moment que l'investissement est fait. Ce moment est incertain à cause des incertitudes du prix et de la demande.

Quand la firme installée offre l'accès et reçoit le prix d'accès (une valeur fixe), elle en fait accepte de changer ses flux monétaires incertains pour l'équivalent certain  $x^{**}$ . Donc, le problème maintenant est comment trouver la valeur que l'entrant doit payer afin de satisfaire la contrainte d'équivalent certain pour que la firme installée n'empêche pas l'accès au réseau.

Puisque l'entrant n'est pas obligé d'entrer dans le marché, il a l'option d'attendre le meilleur moment pour entrer. Cette situation est analogue à l'option de la firme installée d'attendre pour investir.

Si on suppose  $n$  entrants, chaque entrant  $i = 1, 2, \dots, n$  prend un pourcentage  $\alpha_i$  du réseau. Évidemment,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 1$ . L'entrant ne paie pas les coûts d'opération du réseau ni les coûts de dépréciation. Il paie cependant ses propres coûts opérationnels, notés par  $c_1$ . Dans l'absence de frais d'accès, si on note par  $v_i(x)$  la valeur actualisée des flux monétaires de l'entrant, alors :

$$v_i(x) = \alpha_i \left( \frac{x}{\delta} - \frac{c_1}{r} \right)$$

Soit  $M_T$  le prix total d'accès au réseau payé par tous les entrants. L'entrant  $i$  paie  $\alpha_i M_T$ .

Soit  $f_i(x)$  la valeur de l'option que l'entrant  $i$  de prendre l'accès du réseau. Si on résout l'équation différentielle avec la condition de contour :

$$f_i(x_T) = v_i(x_T) - \alpha_i M_T$$

on trouve le niveau de revenu nécessaire pour déclencher l'entrée :

(19.4)

$$x_T = \frac{\delta\gamma_1}{\gamma_1 - 1} \left[ \frac{c_1}{r} + M_T \right]$$

Cette valeur dépend de  $M_T$ . L'équation (19.4) peut être réécrite pour  $M_T$ :

(19.5)

$$M_T = \frac{x_T}{\delta} \left[ \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1} \right] - \frac{c_1}{r}$$

L'équation (19.2) détermine le niveau minimal de revenu  $x^*$  qui justifie l'exécution de l'investissement. Donc, aux niveaux de revenu inférieurs à  $x^*$ , c'est-à-dire pour  $x_T < x^*$ , l'investissement ne serait pas justifié car le profit de la firme installée serait insuffisant. Si on dénote par  $M^*$  le paiement total d'accès au réseau qui déclenche l'entrée à  $x^*$ , alors  $x_T < x^*$  implique  $M_T < M^*$ .

Suppose maintenant que  $x_T > x^*$ . Un frais d'accès  $M^*$  fournirait un profit inespéré à l'entrant. Il serait capable de payer  $M_T$ , mais il ne paierait que  $M^*$ . Par contre, la firme installée n'accepterait pas  $M^*$  parce que l'équivalent certain de  $x_T$  est plus élevé que l'équivalent certain de  $x^*$ . C'est-à-dire que la firme installée exigerait  $M_T$ . Donc, l'entrant devrait payer une prime égale à :

$$M_T - M^* = \frac{x_T - x^*}{\delta} \left[ \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1} \right]$$

Cette prime bonifie la firme installée pour avoir renoncé à ses droits aux flux monétaires incertains au niveau plus élevé de revenu. Cette prime élimine aussi le profit inespéré de l'entrant après avoir pris l'accès du réseau à un niveau plus élevé de revenu. Ce fait a l'effet désirable de garder la compétition sur le marché, car il garantit qu'aucun entrant possède aucun avantage ou désavantage parmi les autres entrants ou la firme installée par rapport à son moment d'entrée au réseau parce-que un niveau plus élevé de revenu impliquerait aussi une prime plus élevée. Mais surtout, cette prime compense d'une façon juste la firme installée pour son investissement risqué, ce qui permet la firme installée de ne pas retarder la construction du réseau, augmentant ainsi le bien-être social.

D'autres auteurs envisagent le prix d'accès dans un contexte d'incertitude. PINDYCK (2004) remarque que le prix d'accès, tel qu'établi par le régulateur, n'est pas efficient et que ce prix décourage l'investissement pour la construction d'un nouveau réseau, encore une fois parce que la firme installée prend le risque en sa totalité tandis que l'entrant, au contraire, dispose de grande flexibilité pour entrer et sortir du marché quand il veut. Dans un contexte d'option réelle, quand la firme installée prend la décision d'investir dans un projet irréversible, elle renonce à son option d'attendre des meilleures conditions du marché. Cette option perdue représente un coût qui doit, lui aussi, être compensé par l'entrant.

HAUSMAN ET MYERS (2002) expliquent que l'effondrement du réseau de chemin de fer aux États-Unis est notamment dû à la forte régulation du système et à l'inaptitude de la part de l'agence régulatrice à reconnaître l'asymétrie du risque entre les compétiteurs et la firme installée, créée par un investissement irréversible et des coûts initiaux importants non-récupérables. Cet investissement et ces coûts sont encourus par la firme installée toute seule. Le Bureau de transports terrestres<sup>24</sup> aux États-Unis applique la théorie de marchés contestables, qui considère que les revenus sont excessifs quand ils peuvent payer avec une marge excédentaire les investissements dans un réseau isolé hypothétique capable de supporter le trafic d'une façon efficace. Selon les auteurs, ce choix peut mener à des résultats incorrects. La méthode correcte doit plutôt utiliser la théorie moderne d'options réelles, qui considère l'importance des coûts irrécupérables et le caractère irréversible de l'investissement. La théorie d'option réelles estime correctement la valeur d'attendre avant d'investir afin de réduire le risque et les incertitudes de l'investissement. Les auteurs, donc, comparent un modèle qui considère l'asymétrie du risque avec un autre qui ne la considère pas. Ils trouvent alors des inconsistances entre ce dernier modèle et la théorie des marchés contestables, utilisée par le Bureau de Transports Terrestres.

---

<sup>24</sup> Surface Transportation Board (STB).

HORI AND MIZUNO (2004) analysent l'impact du prix d'accès dans un contexte où le réseau n'est pas encore construit. Clairement, il y a des avantages et désavantages à être la firme installée ou la firme entrante. En utilisant la théorie des jeux, ils analysent la décision que deux firmes rivales pourraient prendre de devenir soit la firme installée soit l'entrante sur le marché. Les auteurs concluent qu'un prix d'accès plus élevé motive la construction hâtive du réseau, favorisant, donc, le bien-être social.

Leur modèle considère que le profit de chacune des deux firmes suit un mouvement Brownien géométrique et analyse l'option que chaque firme dispose de construire son propre réseau ou d'utiliser celui du concurrent.

Cependant, VON HIRSCHHAUSEN (2006) relève que le marché du gaz aux États-Unis est assez compétitif et que pour le moment, la régulation du marché n'a pas empêché le développement du réseau et qu'elle a même contribué à sa croissance. La régulation du marché du gaz aux États-Unis a réussi à désolidariser plusieurs compagnies dans le secteur, augmentant la compétitivité entre elles. Toutefois, l'auteur reconnaît que le marché du gaz aux États-Unis n'est pas aussi vertical que celui présent en Europe et qu'une forte régulation, déconsidérant les investissements irréversibles et irrécupérables ainsi que l'asymétrie du risque, pourrait produire des effets indésirables.

EVANS ET GUTHRIE (2006) remarquent qu'une régulation qui change fréquemment le prix d'accès contribue pour une augmentation du risque auquel la firme installée fait face, ce qui cause une augmentation du prix final aux consommateurs et aussi un coût pondéré du capital plus élevé.

### 3.1 - Options réelles : Cadre d'analyse

Supposons qu'une unité de réseau est nécessaire pour fournir une unité du bien final et que la firme installée a l'obligation de servir le marché du bien final et de donner accès à son réseau à une firme entrante d'efficacité égale ou supérieure qui désire la concurrencer sur le marché du bien final. Définissons :

$X$   $\equiv$  Coût de construire une unité de réseau (durée de vie infinie sans amortissement) ;

$K$   $\equiv$  Capacité d'une unité de réseau (on normalise  $K = 1$  et la firme installée produit toujours à pleine capacité) ;

$D(K)$   $\equiv$  Composante déterministe de la fonction de demande pour le bien final, avec  $D'(K) < 0$  et  $D(0) < \infty$  ;

$Y$   $\equiv$  Choc aléatoire à la demande avec  $dY = \sigma Y dz$  (MBG) ;

$P$   $\equiv$  Prix du bien final avec  $P = YD(K)$  ce qui implique par le lemme d'Ito que  $dP = \sigma P dz$  ;

$c_N$   $\equiv$  Coût d'opération du réseau ;

$c_I$   $\equiv$  Coût de production du bien final pour la firme installée ;

$c_E$   $\equiv$  Coût de production du bien final pour l'entrant et on suppose que l'entrant est d'efficacité égale ou supérieure à la firme installée i.e.  $c_E \leq c_I$  ;

$q_E$   $\equiv$  Capacité de production de l'entrant où  $0 < q_E < 1$  ;

$r$   $\equiv$  Taux d'intérêt dans risque.

Dans ce qui suit, nous considérons deux régimes d'accès. Le premier régime est une adaptation du «Efficient Component Pricing Rule» (ECPR) à un contexte où le prix du bien final est aléatoire.

Pour sa part, le deuxième régime impose un prix d'accès unique qui doit être payé par l'entrant à chaque fois que ce dernier décide d'intégrer le marché du bien final. De plus, pour le deuxième régime d'accès nous considérons

deux situations pour l'entrant. Dans le premier cas, une fois que l'entrant décide de produire le bien final, lui aussi a l'obligation de servir. Dans le deuxième cas, l'entrant a l'option de choisir de produire le bien final seulement quand le prix est supérieur à son coût de production incluant le prix d'accès. Par conséquent, l'entrant a l'option de produire ou non.

### 3.2 - ECPR dynamique (prix d'accès stochastique)

Par définition, sous un régime d'accès ECPR, la firme installée est indifférente entre donner accès ou non. Par conséquent, si le régulateur choisit d'implémenter ce régime, le prix d'accès à chaque instant  $t$  doit être égal au coût de fournir une unité de réseau plus le profit net auquel la firme établie renonce en donnant accès, c'est-à-dire :

$$(19.6) \quad A_t = c_N + [P_t - (c_I + c_N)] = P_t - c_I$$

Ce qui implique dans ce contexte que la fonction de profit instantané de l'entrant est égale à :

$$(19.7) \quad \pi_{E,t}(P_t) = q_E(P_t - c_E - A_t) = q_E(P_t - c_E - P_t + c_I) = q_E(c_I - c_E)$$

Dans ce cas, il y aura demande d'accès seulement si l'entrant est en mesure d'offrir le bien final à moindre coûts ( $c_E \leq c_I$ ). De plus une fois entré, l'entrant n'a aucun incitatif à quitter le marché. Pour sa part, la fonction de profit instantané de la firme installée est égale à :

$$(19.8) \quad \pi_{I,t}(P_t) = q_E(A_t - c_N) + (1 - q_E)(P_t - c_I - c_N) = P_t - c_I - c_N$$

ce qui signifie qu'un régime ECPR dynamique est équivalent à une situation où la firme installée est le seul fournisseur du bien final, elle est donc entièrement protégée du risque d'avoir à donner accès. De plus, puisque (19.7) est indépendant du prix, l'entrant est entièrement protégé du risque mais en contrepartie son seul gain provient de son avantage de coûts sur la firme installée.

Notons que selon (19.6), le prix d'accès peut devenir négatif ce qui est équivalent à supposer que la firme installée doit payer la firme entrante pour produire le bien final. D'après (19.8), une fois le réseau en place, sa valeur pour la firme installée est égale à :

(19.9)

$$V_I(P) = E \left\{ \int_0^{\infty} (P_t - c_I - c_N) e^{-rt} dt | P_0 = P \right\} = \frac{P - c_I - c_N}{r}$$

Si l'objectif de la firme installée est de choisir la date d'investissement  $\tau$  qui maximise la valeur actualisée espérée de l'investissement, la valeur de cette option d'investir est égale à :

$$(19.10) \quad F_I(P) = \max_{\tau \in [0, \infty)} E[(V_I(P_\tau) - X)e^{-r\tau}]$$

et doit satisfaire à l'équation de Bellman suivante :

$$(19.11) \quad \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 F_I^*(P) - r F_I(P) = 0 ,$$

ce qui nous donne la solution :

$$(19.12) \quad F_I(P) = H P^{\beta_1} ,$$

où  $H$  est une constante et :

(19.13)

$$\beta_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$$

Pour trouver le niveau de prix  $P_{ECPR}^*$  à partir duquel il est optimal d'investir, nous devons résoudre le système d'équations suivant (conditions «Value Matching» et «Smooth Pasting») :

(19.14)

$$H(P_{ECPR}^*)\beta_1 = \frac{P_{ECPR}^* - c_I - c_N}{r} - X$$

(19.15)

$$\beta_1 H(P_{ECPR}^*)\beta_1^{-1} = \frac{1}{r}$$

ce qui nous donne :

$$(19.16) \quad P_{ECPR}^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} (c_N + c_I + rX)$$

Selon la définition du régime ECPR, (19.6) est identique au cas où la firme installée n'envisagerait pas donner accès à son réseau à une firme concurrente.

Malgré le fait qu'un régime ECPR dynamique ne cause aucune distorsion au niveau des incitations à investir de la firme installée, ce régime est peu pratique puisqu'il oblige les intervenants à calculer un prix d'accès en temps continu. Dans la prochaine section, nous considérons un régime où le prix d'accès est fixe dans le temps.

### 3.3 - Prix d'accès fixe et obligation de servir de l'entrant

Tel que mentionné, dans un premier temps nous considérons le cas où l'entrant a l'obligation de servir. Si le régulateur impose un prix d'accès fixe égal à  $A$ , conditionnel à la présence d'un entrant, la fonction de profit instantanée de la firme installée est maintenant égale à :

$$(19.17) \quad \pi_{I,t}(P_t) = q_E A + (1 - q_E)(P_t - c_I) - c_N$$

ce qui implique que la valeur du réseau une fois installé est égale à :

(19.18)

$$V_I(P) = \frac{q_E A + (1 - q_E)(P - c_I) - c_N}{r}$$

Sous ce régime d'accès, d'après (19.12) pour trouver le niveau de prix  $P^*$  à partir duquel il est optimal d'investir, nous devons aussi résoudre le système d'équations suivant :

(19.19)

$$H(P^*)\beta_1 = \frac{q_E A + (1 - q_E)(P^* - c_I) - c_N}{r} - X$$

(19.20)

$$\beta_1 H(P^*)^{\beta_1 - 1} = \frac{(1 - q_E)}{r}$$

ce qui nous donne :

(19.21)

$$P^* = \frac{\beta_1}{(1 - q_E)(\beta_1 - 1)} [(1 - q_E)c_I + c_N + rX - q_E A]$$

Si l'objectif du régulateur est de déterminer le prix d'accès qui incitera la firme installée à investir au même moment que dans le cas ECPR dynamique, il faut trouver le prix  $A$  qui égalise (19.21) et (19.16) ce qui nous donne :

(19.22)

$$A = c_N + rX$$

qui est égal au coût d'opérer le réseau plus le rendement sur le capital du réseau. En substituant (19.22) dans (19.18) et en retranchant  $X$  nous obtenons pour la firme installée :

(19.23)

$$V_I(P) - X = (1 - q_E) \left[ \frac{P - c_I - c_N}{r} - X \right]$$

Pour sa part, la fonction de profit de l'entrant est maintenant égale à :

(19.24)

$$\pi_{E,t}(P_t) = q_E(P_t - c_E - c_N - rX)$$

et la valeur pour l'entrant du réseau installé est maintenant égale à :

(19.25)

$$V_E(P) = \frac{q_E(P - c_E - c_N - rX)}{r} = q_E \left[ \frac{P - c_E - c_N}{r} - X \right]$$

Il est intéressant de constater que selon (19.23) et (19.25), la firme installée et l'entrant se partagent le risque car l'entrant achète une part du réseau. De plus, puisque l'entrant est d'efficacité égale ou supérieure à la firme installée, il fera son entrée sur le marché au même moment que la firme installée qui fera son entrée au même moment que si elle était seule sur le marché du bien final. Notons que l'hypothèse que l'entrant est d'efficacité égale ou supérieure à la firme installée est nécessaire pour dire que (19.17) soit vrai.

### 3.4 - Prix d'accès fixe et sans obligation de servir de l'entrant

Dans le cas précédent, l'entrant avait les mêmes responsabilités de service que la firme installée. Par conséquent, les deux firmes partageaient selon leur parts respectives  $q_E$  et  $(1 - q_E)$ , le risque de l'investissement  $X$ .

Considérons maintenant la situation où le prix d'accès est fixe et égal à  $A$  et où l'entrant n'a pas l'obligation de servir, c'est-à-dire le cas où la fonction de profit instantané de l'entrant est égale à :

(19.26)

$$\pi_{E,t}(P_t) = \max[q_E(P_t - c_E - A), 0]$$

Nous disons dans ce cas que l'entrant a l'option de produire ou non. Puisque la firme installée a l'obligation de servir le marché du bien final, sa fonction de profit instantané est égale à :

$$(19.27) \quad \pi_{I,t}(P_t) = \begin{cases} P_t - c_I - c_N & \text{si } P_t < c_E + A \\ q_E(A - c_N) + (1 - q_E)(P_t - c_I - c_N) & \text{si } P_t > c_E + A \end{cases}$$

En effet, puisque la firme installée a l'obligation de servir et que l'entrant a l'option de produire seulement quand le prix est supérieur aux coûts, la firme installée assume tout le risque baissier et une seulement une proportion  $1 - q_E$  du potentiel à la hausse.

Pour sa part, en n'étant pas obligé initialement de se commettre, l'entrant peut agir comme si sa part d'investissement dans le réseau était parfaitement réversible. Une fois le réseau en place, sa valeur pour la firme installée est égale à :

$$(19.28) \quad V_I(P) = E\left\{\int_0^\infty \pi_I(P_t)e^{-rt} dt | P_0 = P\right\}$$

qui doit satisfaire à l'équation de Bellman suivante :

$$(19.29) \quad \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 V_I''(P) - rV_I(P) + \pi_I = 0$$

nous donnant une solution de la forme :

(19.30)

$$V_I(P) = \begin{cases} L_I P^{\beta_1} + \frac{P - c_I - c_N}{r} & \text{si } P < c_E + A \\ M_I P^{\beta_2} + \frac{q_E(A - c_N) + (1 - q_E)(P - c_I - c_N)}{r} & \text{si } P > c_E + A \end{cases}$$

où :

(19.31)

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0$$

Pour trouver les constantes  $L_I$  et  $M_I$ , il faut résoudre le système d'équations suivant :

(19.32)

$$L_I(c_E + A)^{\beta_1} + \frac{c_E + A - c_I - c_N}{r} = M_I(c_E + A)^{\beta_2} + \frac{A - c_N + (1 - q_E)(c_E - c_I)}{r}$$

(19.33)

$$\beta_1 L_I(c_E + A)^{\beta_1 - 1} + \frac{1}{r} = \beta_2 M_I(c_E + A)^{\beta_2 - 1} + \frac{(1 - q_E)}{r}$$

ce qui nous donne :

(19.34)

$$L_I = \frac{(c_E + A)^{1 - \beta_1}}{\beta_1 - \beta_2} \left[ \frac{\beta_1 q_E (c_E - c_I)}{r(c_E + A)} - \frac{q_E}{r} \right] - \frac{q_E (c_E - c_I)}{r(c_E + A)^{\beta_1}}$$

(19.35)

$$M_I = \frac{(c_E + A)^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2} \left[ \frac{\beta_1 q_E (c_E - c_I)}{r(c_E + A)} - \frac{q_E}{r} \right]$$

Les termes comprenant les constantes  $L_I$  et  $M_I$  dans la fonction de valeur (19.28) reflètent l'impact sur la firme installée du changement possible de régime de production de l'entrant. Une fois le réseau en place, sa valeur pour l'entrant est égale à :

(19.36)

$$V_E(P) = E \left\{ \int_0^\infty \pi_E(P_t) e^{-rt} dt \mid P_0 = P \right\}$$

qui doit aussi satisfaire à l'équation de Bellman suivante :

(19.37)

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_E^*(P) - rV_E(P) + \pi_E = 0$$

ce qui nous donne la solution suivante :

(19.38)

$$V_E(P) = \begin{cases} L_E P^{\beta_1} & \text{si } P < c_E + A \\ M_E P^{\beta_2} + \frac{q_E(P - c_E - A)}{r} & \text{si } P > c_E + A \end{cases}$$

Pour trouver les constantes  $L_E$  et  $M_E$ , il faut résoudre le système d'équations suivant :

(19.39)

$$L_E (c_E + A)^{\beta_1} = M_E (c_E + A)^{\beta_2},$$

(19.40)

$$\beta_1 L_E (c_E + A)^{\beta_1 - 1} = \beta_2 M_E (c_E + A)^{\beta_2 - 1} + \frac{q_E}{r}$$

ce qui nous donne :

(19.41)

$$L_E = \frac{(c_E + A)^{1-\beta_1} q_E}{\beta_1 - \beta_2} \frac{1}{r}$$

(19.42)

$$M_E = \frac{(c_E + A)^{1-\beta_2} q_E}{\beta_1 - \beta_2} \frac{1}{r}$$

Les termes  $L_E$  et  $M_E$  dans la fonction de valeur (19.38) reflètent la valeur de l'option qu'a l'entrant de produire ou non. Pour illustrer l'impact sur l'entrant et la firme installée de l'option de pouvoir produire ou non, comparons les fonctions de profit après investissement d'une firme installée et d'un entrant qui ont le même coût de production pour

le bien final avec un prix d'accès égal à  $A = c_N + rX$  et les paramètres suivants :  $X = 10$ ,  $\sigma = 0.35$ ,  $c_N = 0.50$ ,  $c_I = 2$ ,  $c_E = 2$ ,  $r = 0.08$  et  $q_E = 0.20$ .

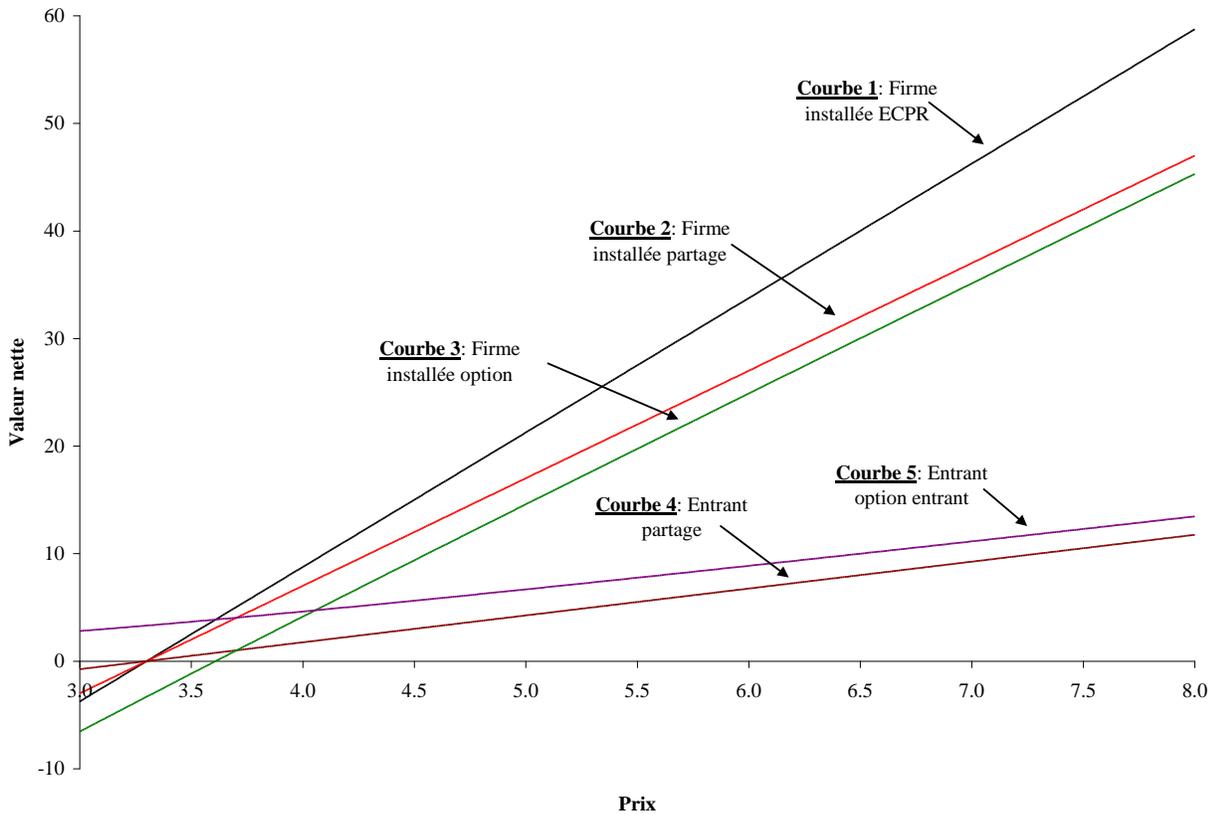


FIGURE 1 : FONCTIONS DE VALEUR POUR LA FIRME INSTALLÉE ET L'ENTRANT

Maintenant, si on compare :

- 1. la valeur nette de la firme installée sous un régime d'accès à prix fixe avec partage de risque (courbe 2) à ;
- 2. la valeur nette de la firme installée sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'option de produire ou non (courbe 3) et ;
- 3. la valeur nette de l'entrant sous un régime d'accès à prix fixe avec partage de risque (courbe 4) à ;
- 4. la valeur nette de l'entrant sous un régime d'accès à prix fixe avec l'option de produire ou non (courbe 5) ;

nous voyons que dans le cas où l'entrant n'a pas l'obligation de servir, il y a un transfert de valeur de la firme installée vers l'entrant. Dans ce cas, la firme installée subventionne l'option de produire ou non de l'entrant.

Tel que démontré, sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui n'a pas l'obligation de servir, la fonction de valeur de la firme installée est égale à (19.30). Puisque (19.30) a deux branches, il faut déterminer deux niveaux de prix à partir duquel il est optimal d'investir.

Premièrement, si la firme installée investi dans la région où  $P < c_E + A$  (région 1), la valeur de l'option de construire le réseau est égale à :

$$(19.43) \quad F_1(P) = \max_{\tau \in [0, \infty)} E[(V_I(P_\tau) - X)e^{-r\tau}]$$

qui doit satisfaire à l'équation de Bellman suivante :

(19.44)

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 F_1''(P) - rF_1(P) = 0$$

nous avons la solution :

$$(19.45) \quad F_1(P) = J_1 P^{\beta_1}$$

Pour trouver le niveau de prix  $P_1^*$  à partir duquel il est optimal pour la firme installée d'investir, nous devons résoudre le système d'équations suivant :

(19.46)

$$J_1(P_1^*)^{\beta_1} = L_I(P_1^*)^{\beta_1} + \frac{P_1^* - c_I - c_N}{r} - X$$

(19.47)

$$\beta_1 J_1(P_1^*)^{\beta_1 - 1} = \beta_1 L_I(P_1^*)^{\beta_1 - 1} + \frac{1}{r}$$

Ce qui nous donne :

(19.48)

$$P_1^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} (c_I + c_N + rX)$$

Notons que si  $P_1^* > c_E + A$ , la solution ci-haut n'est pas pertinente. Maintenant, si la firme installée investit dans la région où  $P \geq c_E + A$  (région 2), la valeur de l'option de construire le réseau est égale à :

$$(19.49) \quad F_2(P) = \max_{\tau \in [0, \infty)} E[(V_I(P_\tau) - X)e^{-r\tau}]$$

qui doit satisfaire à l'équation de Bellman suivante :

(19.50)

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 F_2''(P) - rF_2(P) = 0$$

nous avons la solution :

$$(19.51) \quad F_2(P) = J_2 P^{\beta_1} .$$

Pour trouver le niveau de prix  $P_2^*$  à partir duquel il est optimal pour la firme installée d'investir, nous devons résoudre le système d'équations suivant :

(19.52)

$$J_2(P_2^*)^{\beta_1} = M_I(P_2^*)^{\beta_2} + \frac{q_E(A - c_N) + (1 - q_E)(P_2^* - c_I - c_N)}{r} - X$$

(19.53)

$$\beta_1 J_2(P_2^*)^{\beta_1 - 1} = \beta_2 M_I(P_2^*)^{\beta_2 - 1} + \frac{(1 - q_E)}{r}$$

ce qui nous donne pour  $P_2^*$  :

(19.54)

$$(\beta_1 - \beta_2) M_I(P_2^*)^{\beta_2} + (\beta_1 - 1) \frac{P_2^*(1 - q_E)}{r} - \beta_1 \left[ \frac{(1 - q_E)(c_I + c_N) - q_E(A - c_N)}{r} + X \right] = 0$$

Notons que pour trouver  $P_2^*$ , nous devons résoudre l'équation (19.54) numériquement. Par exemple, avec un prix d'accès égal à  $A = c_n + rX$  nous avons :  $c_E + A = 3.30$ ,  $P_1^* = 7.72$  et  $P_2^* = 8.27$ .

Puisque  $P_1^* > c_E + A$ , la solution  $P_1^*$  n'est pas pertinente ce qui signifie qu'il est optimal pour la firme installée de construire le réseau une fois que le prix sera supérieur à  $P_2^*$  qui est plus élevé que le prix optimal ECPR qui est égal à 7.72.

Notons qu'en introduction nous avons mentionné qu'une des propriétés que devait avoir un régime d'accès est que la firme installée ne devrait pas retarder sa décision d'investir au-delà du point où elle aurait investi si elle était seule sur le marché du bien final. Nous avons démontré que ce point critique est égal au prix d'entrée optimal ECPR, i.e.  $P_{ECPR}^*$ .

Dans le but de déterminer un prix d'accès qui rend le prix optimal égal au prix optimal ECPR, nous définissons le prix d'accès comme suit :

(19.55)

$$A = m(c_n + rX)$$

Avec  $m \geq 1$  qui est ajusté pour égaliser le prix d'entrée optimal au prix optimal ECPR. Dans l'exemple précédent, la valeur  $m = 4.05$  est celle qui égalise  $P_2^*$  au prix ECPR. La figure suivante est analogue à la Figure 1 en fixant le prix d'accès égal à (19.55) avec  $m = 4.05$ .

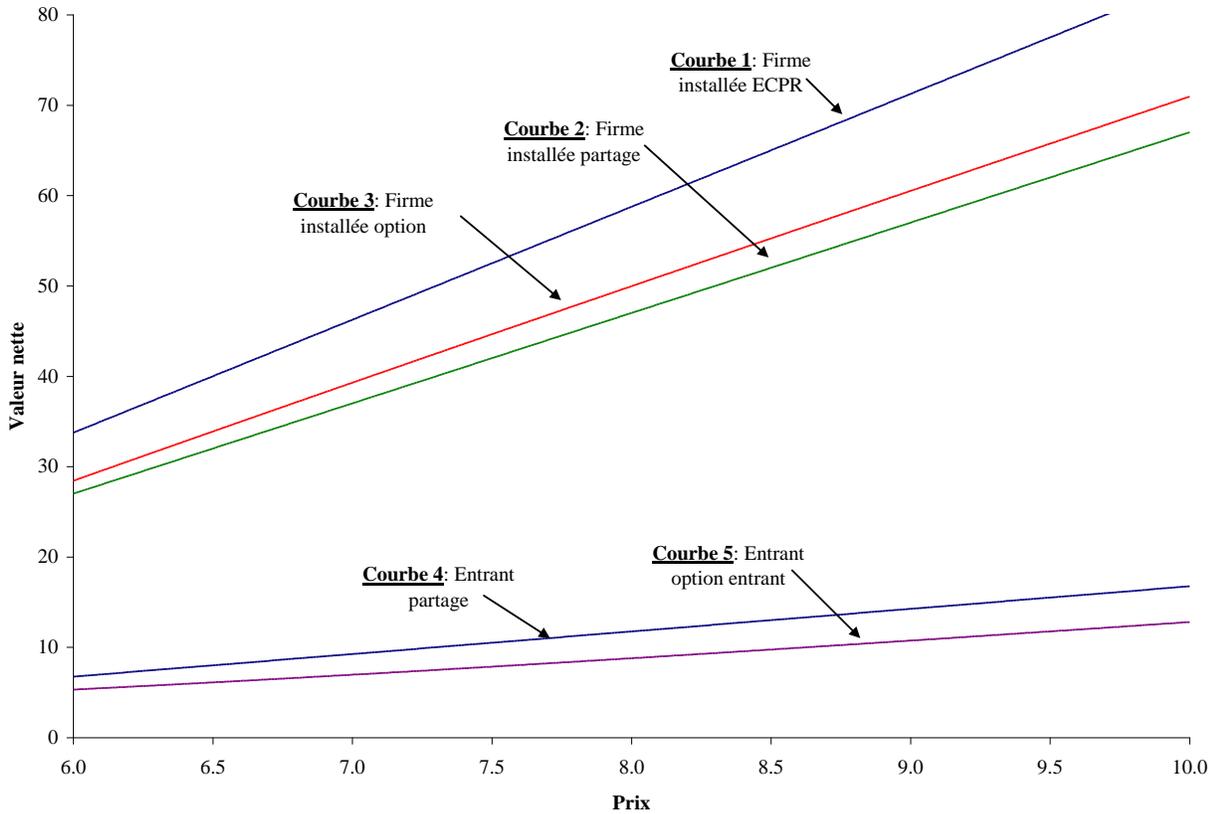


FIGURE 2 : FONCTIONS DE VALEUR POUR LA FIRME INSTALLÉE ET L'ENTRANT

Dans notre exemple, une fois que le prix d'accès fixe est ajusté pour égaliser les prix d'entrée (régime fixe égal au régime ECPR), si on compare la courbe 4 à la courbe 5, il est plus intéressant pour l'entrant d'acheter une portion  $q_E$  du réseau et de se commettre à servir le marché du bien final. En effet, l'option de produire ou non devient coûteuse.

Dans ce qui suit, nous avons fait quelques analyses de sensibilité où nous comparons la valeur  $m$  et les valeurs nettes de la firme installée et de l'entrant en variant les paramètres  $\sigma$  (volatilité du prix),  $c_E$  (coût de production de l'entrant du bien final) et  $q_E$  (capacité de production de l'entrant).

Nous avons dans chaque tableau :

$\sigma \equiv$  Volatilité du prix du bien final ;

$P_{ECPR}^* \equiv$  Prix d'entrée optimal ECPR ;

$m \equiv$  Multiplicateur du prix d'accès ;

$c_E + A \equiv$  Prix auquel il est rentable de produire pour un entrant qui a l'option de produire ou non ;

$V_I^{ECPR} \equiv$  Valeur nette de la firme installée sous un régime d'accès ECPR évaluée à  $P_{ECPR}^*$  ;

$V_I^{partage} \equiv$  Valeur nette de la firme installée sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'obligation de servir évaluée à  $P_{ECPR}^*$  ;

$V_E^{partage} \equiv$  Valeur nette de l'entrant sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'obligation de servir évaluée à  $P_{ECPR}^*$  ;

$V_I^{option} \equiv$  Valeur nette de la firme installée sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'option de produire ou non évaluée à  $P_{ECPR}^*$  ;

$V_E^{option} \equiv$  Valeur nette de l'entrant sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'option de produire ou non évaluée à  $P_{ECPR}^*$ .

Dans le Tableau 1, nous avons les mêmes paramètres que dans l'exemple précédent mais nous varions  $\sigma$ . Puisque la valeur de l'option de produire ou non augmente avec la volatilité du prix, la valeur  $m$  est une fonction croissante de  $\sigma$  et pour l'entrant, le régime d'accès où il a l'obligation de servir est toujours préférable.

$\sigma$	$P_{ECPR}^*$	$m$	$c_E + A$	$V_I^{ECPR}$	$V_I^{partage}$	$V_E^{partage}$	$V_I^{option}$	$V_E^{option}$
0.10	4.23	1.55	4.02	11.68	9.35	2.34	10.11	1.58
0.15	4.79	1.94	4.52	18.64	14.91	3.73	16.13	2.51
0.20	5.41	2.38	5.09	26.42	21.13	5.28	22.81	3.61
0.25	6.11	2.88	5.74	35.07	28.05	7.01	30.17	4.90
0.30	6.87	3.43	6.46	44.64	35.71	8.93	38.26	6.38
0.35	7.72	4.05	7.26	55.19	44.15	11.04	47.10	8.09
0.40	8.64	4.72	8.14	66.74	53.40	13.35	56.72	10.02
0.45	9.65	5.46	9.10	79.35	63.48	15.87	67.16	12.19
0.50	10.74	6.27	10.15	93.03	74.43	18.61	78.44	14.60

TABLEAU 1 : MAJORATION ET VALEURS EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ DU PRIX AVEC  $X = 10$ ,  $c_N = 0.5$ ,  $c_I = 2$ ,  $c_E = 2$ ,  $r = 0.08$  ET  $q_E = 0.20$

Pour le Tableau 2, nous avons les mêmes paramètres que dans le Tableau 1 sauf que l'entrant est plus efficace que la firme installée dans la production du bien final, c'est-à-dire  $c_E = 1$ .

$\sigma$	$P_{ECPR}^*$	$m$	$c_E + A$	$V_I^{ECPR}$	$V_I^{partage}$	$V_E^{partage}$	$V_I^{option}$	$V_E^{option}$
0.10	4.23	1.19	2.54	11.68	9.35	4.84	9.59	4.36
0.15	4.79	1.48	2.93	18.64	14.91	6.23	15.53	5.11
0.20	5.41	1.88	3.44	26.42	21.13	7.78	22.20	5.95
0.25	6.11	2.36	4.07	35.07	28.05	9.51	29.59	6.98
0.30	6.87	2.91	4.79	44.64	35.71	11.43	37.71	8.22
0.35	7.72	3.54	5.60	55.19	44.15	13.54	46.61	9.70
0.40	8.64	4.23	6.50	66.74	53.40	15.85	56.28	11.45
0.45	9.65	4.98	7.48	79.35	63.48	18.37	66.76	13.45
0.50	10.74	5.81	8.55	93.03	74.43	21.11	78.08	15.72

**TABEAU 2 : MAJORATION ET VALEURS EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ DU PRIX AVEC  $X = 10$ ,  $c_N = 0.5$ ,  $c_I = 2$ ,  $c_E = 1$ ,  $r = 0.08$  ET  $q_E = 0.20$**

Comme dans le cas précédent, la valeur  $m$  est une fonction croissante de la volatilité du prix du bien final. Par contre, pour chaque valeur de  $\sigma$ , la valeur  $m$  est toujours plus faible que dans le Tableau 1. En effet, puisque l'entrant est plus efficace, la région où il est optimal pour lui de produire est plus grande ce qui signifie que l'option d'interrompre la production a moins de valeur. Par conséquent, sous un régime d'accès à prix fixe avec un entrant qui a l'option de produire ou non, le transfert de valeur de la firme installée vers l'entrant est moins grand impliquant un facteur d'ajustement  $m$  plus faible.

Dans le Tableau 3, nous revenons avec l'exemple du Tableau 1 en augmentant la capacité  $q_E$  de l'entrant de 0.20 à 0.50. Dans ce cas, pour chaque niveau de  $\sigma$ , le facteur  $m$  est plus important reflétant un transfert de valeur plus élevé de la firme installée vers l'entrant.

$\sigma$	$P_{ECPR}^*$	$m$	$c_E + A$	$V_I^{ECPR}$	$V_I^{partage}$	$V_E^{partage}$	$V_I^{option}$	$V_E^{option}$
0.10	4.23	1.62	4.10	11.68	5.84	5.84	8.01	3.67
0.15	4.79	2.02	4.63	18.64	9.32	9.32	12.67	5.96
0.20	5.41	2.47	5.21	26.42	13.21	13.21	17.71	8.70
0.25	6.11	2.98	5.88	35.07	17.53	17.53	23.16	11.91
0.30	6.87	3.55	6.62	44.64	22.32	22.32	29.03	15.61
0.35	7.72	4.17	7.42	55.19	27.59	27.59	35.30	19.89
0.40	8.64	4.87	8.33	66.74	33.37	33.37	42.04	24.70
0.45	9.65	5.62	9.31	79.35	39.67	39.67	49.23	30.12
0.50	10.74	6.43	10.36	93.03	46.52	46.52	56.88	36.15

**TABEAU 3 : MAJORATION ET VALEURS EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ DU PRIX AVEC  $X = 10$ ,  $c_N = 0.5$ ,  $c_I = 2$ ,  $c_E = 2$ ,  $r = 0.08$  ET  $q_E = 0.50$**

Pour terminer, dans le Tableau 4, nous présentons l'exemple précédent avec  $c_E = 1$ . Il est intéressant de constater qu'il n'y a pratiquement pas de différence entre les facteurs  $m$  du Tableau 4 et ceux du Tableau 2. Dans ce cas, pour un entrant plus efficace, l'impact sur  $m$  de faire passer  $q_E$  de 0.20 à 0.50 est pratiquement nul.

$\sigma$	$P_{ECPR}^*$	$m$	$c_E + A$	$V_I^{ECPR}$	$V_I^{partage}$	$V_E^{partage}$	$V_I^{option}$	$V_E^{option}$
0.10	4.23	1.20	2.56	11.68	5.84	12.09	6.54	10.79
0.15	4.79	1.50	2.96	18.64	9.32	15.57	10.98	12.64
0.20	5.41	1.91	3.48	26.42	13.21	19.46	15.98	14.74
0.25	6.11	2.39	4.11	35.07	17.53	23.78	21.48	17.29
0.30	6.87	2.95	4.84	44.64	22.32	28.57	27.45	20.40
0.35	7.72	3.58	5.66	55.19	27.59	33.84	33.86	24.10
0.40	8.64	4.28	6.56	66.74	33.37	39.62	40.71	28.46
0.45	9.65	5.05	7.56	79.35	39.67	45.92	48.04	33.46
0.50	10.74	5.88	8.64	93.03	46.52	52.77	55.81	39.13

TABLEAU 4 : MAJORATION ET VALEURS EN FONCTION DE LA VOLATILITÉ DU PRIX AVEC  $X = 10$ ,  $c_N = 0.5$ ,  $c_I = 2$ ,  $c_E = 1$ ,  $r = 0.08$  ET  $q_E = 0.50$

Il est intéressant de noter que quand les deux firmes sont d'efficacité égale, la valeur totale (valeur nette de la firme installée + valeur nette de l'entrant) du régime avec partage de risque est égale à la valeur totale du cas où l'entrant a l'option de produire ou non. Il y a seulement un transfert de valeur. Par contre, dans le cas où l'entrant est plus efficace que la firme installée, la valeur totale avec partage de risque est toujours supérieure à la valeur avec l'option de produire ou non. En effet, puisque la firme la plus efficace ne produit pas toujours (option d'interrompre la production), il y a perte de valeur.

## 19:4 - CONCLUSION

À l'aide d'un cadre d'analyse simplifié, nous démontrons l'importance de prendre en compte l'incertitude et l'irréversibilité dans la conception d'un régime de prix d'accès. Si le régime confère à l'entrant une source de flexibilité, le prix d'accès doit refléter la valeur de cette option.

Aussi, une fois le prix d'accès corrigé pour la valeur de l'option de produire ou non, il est possible qu'il soit optimal pour l'entrant de partager le risque de l'investissement avec la firme installée en achetant une partie du réseau. Finalement, les dimensions plus importantes à considérer sont les suivantes : la volatilité du prix du bien final, l'efficacité de l'entrant et la capacité de production de l'entrant.

## 19:5 - RÉFÉRENCES

BOYER, MARCEL, MICHEL MOREAUX ET MICHEL TRUCHON, « *Partage des coûts et tarification des infrastructures* », Monographie CIRANO, 350 pages (2006), CIRANO 2006MO-01, <https://www.cirano.qc.ca/files/publications/2006MO-01.pdf>

BOYER, MARCEL ET NICOLAS MARCHETTI, « Principes de choix d'une méthode économique d'allocation : partage des coûts et tarification » Rapport CIRANO, CIRANO 2007RP-07, <https://www.cirano.qc.ca/files/publications/2007RP-07.pdf>

CLARK, EPHRAIM ET JOSH Z. EASAW. "Optimal access pricing for natural monopoly networks when costs are sunk and revenues are uncertain." *European Journal of Operational Research*. 178 (2007) 595-602

DIXIT, AVINASH K. ET ROBERT S. PINDYCK. *Investment under Uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.

EVANS, LEWIS ET GRAEME GUTHRIE. "Incentive regulation of prices when costs are sunk." *Journal of Regulatory Economics*. 29 (2006) 239-264

HAUSMAN, JERRY ET STEWART MYERS. "Regulating the United States Railroads: The Effects of Sunk Costs and Asymmetric Risk." *Journal of Regulatory Economics*. 22:3 (2002) 287-310.

HORI, KEIICHI ET KEIZO MIZUNO. "Access pricing and investment with stochastically growing demand." *International Journal of Industrial Organization*. 24 (2006) 795-808.

PINDYCK, ROBERT S. "Mandatory Unbundling and Irreversible investment in Telecom Networks." NBER Working Paper Series. National Bureau of Economic Research, February 2004.

VON HIRSCHHAUSEN, CHRISTIAN. "Infrastructure Investments and Resource Adequacy in the Restructured U.S. Natural Gas Market – Is Supply Security at Risk?" MIT-CEEPR Discussion Paper 06-018, December 2006.

# Options réelles et Concurrence

## CHAPITRE 20

### 20:1 - REAL OPTIONS AND STRATEGIC COMPETITION: A SURVEY

This chapter is based on the work of Marcel BOYER, Eric GRAVEL and Pierre LASSERRE on « Real Options and Strategic Competition: A Survey ».

We review in this survey the main contributions to the joint analysis of real options and strategic competition in a dynamic setting. We use the modeling structure of BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) in surveying and integrating the literature.

As stated by BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012), real option theory is reaching advanced textbook status and is rapidly gaining reputation and influence. Although both popular writers and specialists warn against its often daunting complexity, they also stress its unique ability to take account of future flexibility and the importance of future moves and decisions in valuing current investments.

The real options approach emphasizes the indivisibility and irreversibility of investments; indivisibilities often imply a limited number of players, hence imperfect competition. Yet, while it is often stressed that real option theory is best to analyze investments of strategic importance — the word 'strategic' appears repeatedly in the real-options literature — the bulk of that literature involves decision makers playing against nature rather than against other players. The analysis of strategic considerations, in a game theoretic sense, is still in its infancy and should be high in the real-option research agenda. The objective of this section is to review those contributions.

Notable exceptions are GRENADIER (1996) who uses a game-theoretic approach to option exercise in the real estate market; SMETS (1995) who provides a treatment of the duopoly in a multinational setup, which serves as a basis for the oligopoly discussion in DIXIT AND PINDYCK (1994, pp. 309-14); LAMBRECHT AND PERRAUDIN (1997) and MARIOTTI and DÉCAMPS (2000) who investigate the impact of asymmetric information about costs on firms' investment strategies; WEEDS (2002) and HUISMAN (2001) who study option games in a technology adoption context. To this list, one could add the book by SMIT AND TRIGEORGIS (2004).

BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) extend these pioneering contributions while bringing to bear the older, and highly relevant, literature on strategic investment, most notably GILBERT AND HARRIS (1984), FUDENBERG AND TIROLE (1985), and MILLS (1988). These papers help address surprisingly modern questions at the dawn of the information technology revolution: what is the role of investment decisions in shaping the structure of a developing sector? Do competing investments lead to preemption, rent equalization, and rent dissipation as in Fudenberg and Tirole? Or are firms able to tacitly collude in a non-cooperative way and avoid cannibalism despite the threat of preemption? Can a first-mover advantage be maintained and reinforced as in GILBERT AND HARRIS (1984) or MILLS (1988) or does the laggard catch up? In which ways are option values and exercise rules affected by such strategic considerations?

The recent synthetic work of ATHEY AND SCHMUTZLER (2001) brings more generality and clarity to our understanding of the role of investment in market dominance. They provide conditions on current payoffs for weak increasing dominance, in a framework that encompasses as special cases such models as Bertrand or Cournot competition with

differentiated goods, horizontal competition on the line, and vertical quality differentiation. However, they also show that, when firms are farsighted and are not forced to commit to strategic investment plans in advance, there is little hope to obtain definitive predictions outside more specific models. This is precisely the setup considered in BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012): dynamic investment without commitment, Markov perfect strategies. They restrict their attention to duopoly on a homogeneous product market with incremental indivisible capacity investments, while paying particular attention to the role of uncertainty and the speed of market development on investment strategies and competition.

From a methodological point of view, their paper uses the formalism of real options: they find optimal exercise rules and evaluate the corresponding options. However, these options correspond to the payoffs of particular strategies in a game-theoretic sense. In order to investigate the above game-theoretic issues in a real-options framework, they need to address them in a continuous-time context where irreversible investment decisions are made by rival firms under uncertainty about the future evolution of the market and the industry. They achieve this by extending FUDENBERG AND TIROLE (1985)'s formalism for modelling games of timing to such an environment.

While the basic economic model used throughout BOYER, LASSERRE, MARIOTTI AND MOREAUX (2004) is very similar to Gilbert and Harris' (an industry faces growing demand with indivisibilities in installing new capacity; firms have access to the same technology; time is continuous), using these more recent contributions allows them to avoid any technical assumption that gives a first-mover advantage to a player. Since they want to investigate preemption and other strategic aspects, they assume that the firms cannot commit ex ante to any sequence of investments, an important characteristic of real life contexts.

BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) show that both the size of capacity units relative to the market and the relative existing capacities of the firms are important in their own way. In their model, market develops indefinitely, but the basic unit of capacity never becomes negligible relative to market size. Yet excess capacity cannot be used by one firm to hold the other one at bay permanently. If one firm holds excess capacity, the other firm will eventually hold enough capacity to serve half the market. This is in sharp contrast with Gilbert and Harris' famous preemption equilibrium where a single firm accounts for the totality of industry capacity, although without enjoying any more profits than its dwarfed rivals. If both firms are restricted to one more investment at most, a setup similar in that respect to FUDENBERG AND TIROLE (1985), GRENADIER (1996), WEEDS (2002), and others, BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) show that the smaller firm moves first in a preemption equilibrium.

As other authors have already found in related models, two types of equilibria may arise: preemption equilibria involving rent equalization and dissipation, and equilibria involving tacit collusion. Although collusion equilibria do not necessarily maximize joint profits, they are Pareto superior to preemption equilibria from the firms' point of view as the firms implicitly agree to postpone their investment in such a way as to preserve existing rents.

In BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012), low initial capacities are of particular interest in the case of emerging sectors. When a firm does not hold any existing capacity it cannot be threatened with the loss of any existing rent; as a result, a tacit-collusion equilibrium cannot be enforced and preemption is the sole equilibrium. Thus the initial development of an industry is highly competitive although the preemption equilibrium is characterized by the presence of only one active firm at first. Paradoxically, once both firms are active, tacit-collusion equilibria may be possible so that the industry may become less competitive despite the presence of more active firms. Collusion is also more efficient between firms of equal size in the sense that, when collusion equilibria exist, the joint investment date that maximizes combined profits is an equilibrium; in contrast collusive strategies that maximize combined profits do not yield an equilibrium when firms are not of equal size.

It is well known that higher volatility raises the value of investment (call) options because the decision maker can achieve higher exposition to upside movements while being protected from downside ones. In a strategic setup, volatility further affects collusion opportunities. More precisely BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) find that above some threshold level of uncertainty, collusion equilibria always exist among firms that hold positive capacity. The

speed of market development plays a role similar to the drift of the underlying asset in financial options. Under usual assumptions, the drift does not affect the value of a financial option; volatility alone matters. However, such result does not obtain in their paper; market growth affects investment option values, together with volatility and other parameters. This is because, in a non-perfectly competitive context, one cannot adopt the spanning assumption frequently made in financial and real options analyses (see DIXIT AND PINDYCK, 1994) and which make expected capital gains on the underlying asset irrelevant. Moreover, BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) show that in such a context of strategic real options, market growth can affect collusion opportunities: there is an expected market growth rate above which tacit-collusion equilibria exist.

Rather than trying to derive a general characterization of the solution, which would be quite involved, BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) consider a succession of special cases which bring up the issues and mechanisms involved. This highlights the important role played by capacity acquisitions and existing capacity, and by the volatility and speed of the market growth process.

## 1.1 - The decision theoretic exogenous competition (one-shot) approach.

### Nature of the Type-I models

#### The contributions

TRIGEORGIS (1991) studies the impact of competition on the optimal timing of project initiation using option methodology. Consistent with option pricing, in the absence of competition and other costs of waiting, an incumbent firm would delay project initiation. However, as recognized in the literature, the presence of competition may speed up a firm's planned investment. Results of the analysis show that, in the case of early investment that can preempt anticipated competitors, option valuation may enable management to determine whether and when to invest early for preemptive reasons or whether to wait despite anticipated competitive erosion.

ANKUM AND SMIT (1993) consider that an investment strategy encompasses a sequence of tactical investment projects, of which several may yield a low return when considered in isolation. The net present value method has serious shortcomings in analyzing projects when future decisions are contingent on intermediate developments in an uncertain environment. Option theory provides a better analytical tool to evaluate such projects. Using simple numerical examples, the influence of competition on project value and investment timing is illustrated. Postponement under perfect competition implies a loss in the expected value of the project due to anticipated competitive entry. Absence of a structural competitive advantage may thus result in a tendency to invest early if the firm can preclude this erosion of value.

Ankum and Smit use numerical examples and the binomial valuation method to study the effect of competitive interactions on the decision of waiting to invest. The settings considered are monopoly, perfect competition, symmetric and asymmetric duopoly. To conceive their model, the authors exploit the parallel between the option of waiting to invest and a call option on a dividend paying stock. In the latter case, the opportunity cost of holding the option instead of the stock is the foregone dividend plus the return from dividend reinvestment. In the former case, the opportunity cost of waiting is that of renouncing to the cash flows of an operational project.

In this model, expected cash flows from the operational project are decomposed into two items. The first item is equal to the cash flows necessary to obtain a return equal to the cost of invested capital and the second item represents economic rents. The difference in competitive settings is accounted for by adjusting the expected economic rents. For a monopoly, expected economic rents are constant. For perfect competition, assuming initial rents, they are expected

to decline exponentially with entry until the return on the project is equal to its cost of capital<sup>25</sup>. Finally, in a duopolistic setting, rents evolve according to the competitor's actions, if a firm is preempted, a portion of the rents is lost depending on the relative strength of the rival.

Compared to a monopoly, because of the temporal erosion of economic rents, there is a stronger incentive to invest early in perfect competition. In a duopoly, the project's cash flows fall as soon as a competitor enters the market, a firm can avoid this loss in value by preempting. In a symmetric duopoly, fearing preemption, both firms will invest early compared to the optimal case where coordination is possible. When one firm has a dominant position in the industry, because of the low threat of complete preemption, the dominant and dominated can safely delay investment. Finally, in each case, when the project has a high initial NPV, early investment is optimal.

BALMANN AND MUBHOFF (2002) note that applications of the real options approach hardly consider investment returns to be the result of competitive markets. The reason is probably that DIXIT AND PINDYCK (1994, ch. 8) find that the investment triggers of firms in competitive markets are equal to those of firms with exclusive options. It is shown that this finding is restricted to markets in which assets have infinite lifetime. If assets are subject to depreciation and subsequent reinvestment opportunities, competition leads to significantly lower investment triggers because depreciation dampens the potential decline in returns after negative demand shocks. The results are obtained by an agent-based simulation approach in which firms derive their investment triggers by a genetic algorithm.

PEROTTI AND ROSSETTO (2001) investigate the timing and the valuation of strategic investment aimed at enhancing entry opportunities in related market segments. As demand is uncertain, entry options should be exercised at the optimal time, trading off the market share gain against the option to wait until more information is revealed, while anticipating competitors' entry behavior. When the strategic investment grants a strong competitive advantage, the innovator can optimally choose the timing of entry; in case of weaker advantage, the investing firm enters just before its competitor would. In a context of increased uncertainty, the value of waiting to invest rises, but the value of a strategic investment increases even more. In some cases, strategic investment can act as a threat to discourage cross-entry, making parallel monopoly sustainable.

COTTRELL AND SICK (2002) note that the value in real options comes from the firm's ability to wait until conditions are optimal before moving forward with a project. There may be a loss of this optimal value if decision-makers anticipate preemptive entry by a competitor. Pioneers that enter markets early might ignore or spoil the real option value from delay. Although market pioneers may gain first-mover advantages, followers have important advantages as well. They discuss these follower advantages, providing examples of successful delay in the context of a real option on innovation.

KULATILAKA AND LIN (2004) examine how the presence of network effects influences investment decisions. Building a network requires significant upfront investment but benefits carry tremendous uncertainty. This creates an incentive to defer the commitment of irreversible investments. However, such investments may also create the opportunity to convince the consumers about the network's size, establish a network standard, and preempt future competitors. Their models account for the tradeoff between these countervailing forces to obtain the investment rules for building networks. First, they study the investment decision faced by a monopolist in both the investment opportunity and product market. By investing prior to the resolution of uncertainty, the monopolist convinces the consumers of the network size. They then solve for the threshold level of expected demand which must be exceeded in order to commit the investment. This threshold is lowered by an increase in the intensity of the network effect but the effect of uncertainty on the investment threshold is ambiguous. Their second model allows for future competitor entry where the entrant may either adopt the monopolist's standard or build its own network. They find that the optimal licensing

---

<sup>25</sup> In the perfect competition case, initial economic rents are present because the firm gained an early foothold in the market by investing in a pilot project.

fee may be lower than the highest level that the entrant would accept. When future competition is anticipated, the investment threshold is monotonically decreasing in both the intensity of network effects and the level of uncertainty.

## 1.2 - The strategic analysis (simultaneous, sequential) with single decisions.

### Nature of the Type-II models

#### The contributions

GRENADIER (1996) develops an equilibrium framework for strategic option exercise games. He focusses on a particular example: the timing of real estate development. An analysis of the equilibrium exercise policies of developers provides insights into the forces that shape market behavior. The model isolates the factors that make some markets prone to bursts of concentrated development. The model also provides an explanation for why some markets may experience building booms in the face of declining demand and property values. While such behavior is often regarded as irrational overbuilding, the model provides a rational foundation for such exercise patterns.

At the start, both developers own and lease a building at a rate of  $R$  per unit of time and each firm has the option to scrap the current asset and invest  $I$  (new building costs) to erect a superior property with a rental rate equal to  $P(t) = X(t) * D[Q(t)]$ . Here  $X(t)$  is a geometric Brownian motion governed stochastic demand shock and  $D[Q(t)]$  with  $D' < 0$  is a deterministic inverse demand function with  $Q(t) \in \{0,1,2\}$  representing the number of new buildings at time  $t$ . A new building takes time  $\delta$  to build (in years), if the developer starts construction at  $\tau$ , he renounces to  $R$  and he starts receiving rental income from the new building only at  $\tau + \delta$ . Furthermore, the presence on the market of a superior building renders the older asset obsolete which causes its lease rate to fall to  $(1 - \gamma) * R$  (with  $\gamma \in (0,1)$ ).

Working backwards in a stochastic dynamic-programming fashion, Grenadier first determines the follower's value  $F(X)$  along with the optimal exercise threshold  $X_F$ , all this is conditional on the leader's presence in the market. The leader's value  $L(X, \tau)$  conditional on the optimal follower strategy is then found with  $\tau$  equal to the time remaining before completion. Part of the leader's value comes from a period of monopoly profits. With these values, the author establishes the existence of two classes of equilibria. Initially, if the market is at  $X(0) < X_F$ , a sequential equilibrium will occur as follows. If  $X(0) < X_L$ , both firms will wait until  $X(t)$  reaches  $X_L$ , at that point, the leader will start building and the other will exercise when  $X(t)$  attains  $X_F$ . Otherwise, if  $X_L \leq X(0) \leq X_F$ , each firm will be willing to build immediately and luck will determine the leader. Because of symmetry, any firm can be the leader in the case where  $X(0) \geq X_F$ , equilibrium is characterized by simultaneous entry.

HUISMAN AND KORT (1998) analyze technology adoption in the context of a duopoly, where the time between adoption and successful implementation is uncertain. This framework is taken from Stenbacka and Tombak, and as such it adds uncertainty to the much cited work of Fudenberg and Tirole. The analysis is mainly focused on the case where the firm roles are endogenous. They find that under a certain scenario dispersed adoption timings turn into joint-adoption when firm roles become endogenous. Further, it is shown that for reasonable parameter values it can happen that the profit stream belonging to the preemption equilibrium is so low that both firms are even better off if they both decide to stick to producing with their old technology forever.

JOAQUIN AND BUTLER (1999) develop a strategic investment model in which a firm has a competitive advantage over another. Competitive advantage is modeled here through asymmetric payoffs arising from differential cost. Allowing for asymmetric costs makes identification of the competitive equilibrium simpler and more intuitive, with the lower-cost firm entering first. Their model is a continuous-time version of the second stage of the discrete time strategic model of SMIT AND TRIGEORGIS (1997), which also allows for unequal costs and managerial flexibility in output decisions.

LAMBRECHT (1999) derives the optimal investment thresholds for two symmetric investors who hold an option to invest in a two-stage sequential investment and who have incomplete information on each other's profits. In stage 1, the investors are competing to obtain a patent that gives its holder an option to proceed to the second stage. The latter stage consists of the commercialization of the invention. The optimal investment trigger for the first stage is stationary and implies a trade-off between the benefit of waiting to invest and the cost of being preempted. He determines the condition under which inventions are likely to be patented without being put immediately to commercial use. Sleeping patents are more likely to occur when interest rates are low, profit volatility is high, or the first-stage cost is small relative to the second-stage cost. Interestingly, the strategic trigger is a decreasing function of profit volatility for the sleeping patent case.

GRENADIER (1999) notes that in many real-world situations, agents must formulate option exercise strategies with imperfect information but may infer the private signals of other agents through their observed exercise strategies. The building of an office building, the drilling of an exploratory oil well, and the commitment of a pharmaceutical company toward the research of a new drug all convey private information to other market participants. He develops an equilibrium framework for option exercise games with asymmetric private information. Many interesting aspects of the patterns of equilibrium exercise are analyzed. In particular, informational cascades, where agents ignore their private information and jump on the exercise bandwagon, may arise endogenously.

HUISMAN AND KORT (1999) extend the results of FUDENBERG AND TIROLE (1985) by introducing demand uncertainty. In this setting, two symmetrical competing firms have the option to adopt a new technology (or other investment) that increases the flow of profits. Furthermore, it is more profitable to be the single user of the technology compared to the case where both firms adopt and there is a first mover advantage. Three scenarios are identified. In the first scenario, a preemption equilibrium with dispersed investment timing is obtained, while in the second scenario, an equilibrium with joint investment prevails. In the third scenario preemption holds in case uncertainty is low, and joint investment is the Pareto dominating equilibrium if uncertainty is large. From the theory of real options, it is known that it is optimal to invest when the net present value exceeds the option value of waiting. The authors modify the real options investment rule by taking into account strategic interactions. The net present value must now be compared with the so-called strategic option value of waiting. They show that, compared to the option value of waiting in the monopoly case, the strategic option value of waiting is the same in the joint investment case and lower in the preemption equilibrium. In the latter case it can even occur that investing is optimal, while the net present value is negative.

HUISMAN (2000) studies a dynamic duopoly in which firms compete in the adoption of new technologies. The innovation process is exogenous to the firms. Both firms have the possibility to adopt a current technology or to wait for a better technology that arrives at an unknown point of time in the future. At the moment that a firm invests it enters a new market with a profit flow that follows a stochastic Brownian motion process. Results turn out to largely depend on the probability that a new technology arrives in the immediate future. If this probability is low, firms only take the current technology into account, which results in the usual preemption game. Increasing this probability gradually changes the outcome from a preemption game where both firms adopt the current technology, to a preemption game where the follower will adopt the new technology. Increasing the probability of arrival of the new technology further turns the preemption game into a war of attrition where the follower is better off than the leader. Finally, when the probability of arrival of a new technology is really large, both firms will adopt the new technology.

MASON AND WEEDS (2000) examine the irreversible adoption of a technology whose returns are uncertain, when there is an advantage to being the first adopter, but a network advantage to adopting when others also do so. Two patterns of adoption emerge: sequential, in which the leader aggressively preempts its rival, and a more accommodating outcome in which the firms adopt simultaneously. They derive two main results. First, conditional on adoption being sequential, the follower adopts at the incorrect point, compared to the cooperative solution. The leader adopts at the cooperative point when there is no preemption, and too early if there is preemption. Secondly, there is insufficient simultaneous adoption in equilibrium. The paper examines the effect of uncertainty, network

effects and preemption on these inefficiencies. Preemption may actually increase the time to first adoption, since simultaneous adoption is more likely to occur in equilibrium with preemption. The analysis also raises the unusual possibility that an increase in uncertainty may cause the first mover to adopt the technology earlier.

BOYER AND CLAMENS (1997) note that American corporations spent some 50 billion US\$ per year in the late 90's on reengineering projects. It is believed that two thirds of those efforts ended up in failure because of significant resistance to change and lack of consensus and commitment among senior executives. Very little effort has been exerted to foster our understanding of the strategic differences between adopting and implementing a new technology. Building on a model first proposed by STENBACKA AND TOMBAK (1994), they show how the adoption timing decisions in a sequential duopoly framework are affected by more efficient implementation programs, higher relative gains of being the first (or second) to successfully implement the technology, and lower investment adoption costs.

PAWLINA AND KORT (2001a) consider the impact of investment cost asymmetry on the value and optimal real option exercise strategies of firms under imperfect competition. Both firms have an opportunity to invest in a project enhancing (*ceteris paribus*) the profit now. They show that three types of equilibrium exist and derive critical levels of cost asymmetry separating the regions in which they prevail. The presence of strategic interactions leads to counter-intuitive results. First, depending on the level of asymmetry, a marginal increase in the investment cost of the firm with the cost disadvantage can increase this firm's own value. Second, such a cost increase can result in a decrease in value of the competitor.

PAWLINA AND KORT (2001b) consider a firm's decision to replace an existing production technology with a new, more cost-efficient one. In a two-period model, increased product market uncertainty could encourage the firm to invest strategically in the new technology. Flexibility in timing introduces an option value of waiting which increases with uncertainty. In contrast with the two-period model, despite the existence of the strategic option of becoming a market leader due to a lower marginal cost, more uncertainty always increases the expected time to invest. Furthermore, it is shown that under increased uncertainty the probability that the firm finds it optimal to invest within a given time period always decreases for time periods longer than the optimal time to invest in a deterministic case. For smaller time periods there are contrary effects so that the overall impact of increased uncertainty on the probability of investing is in this case ambiguous.

THIJSEN AND HUISMAN (2001) develop a market model where two firms compete in investing in a risky project. The model incorporates a Stackelberg advantage for the first mover and information spillovers that may constitute a second mover advantage. At certain points in time the firms obtain information about the profitability of the project. The threshold beliefs in a profitable project for which investment is optimal are calculated. It is shown that both a preemption game as well as a war of attrition can arise for specific parameterizations of the model, depending on the levels of the first and second mover advantages. Furthermore, it is shown that more competition does not necessarily lead to higher social welfare.

MASON AND WEEDS (2001) examine irreversible investment in a project with uncertain returns, when there is an advantage to being the first to invest, and externalities to investing when others also do so. Preemption decreases and may even eliminate the option values created by irreversibility and uncertainty. Externalities introduce inefficiencies in investment decisions. Preemption and externalities combined can actually hasten, rather than delay, investment, contrary to the usual outcome. These facts demonstrate the importance of extending "real options" analysis to include strategic interactions.

COTTRELL AND SICK (2001) compare first mover advantages against the real option arising from delay and flexibility. The real options model recognizes the value of delaying projects until risk can be resolved. This value to delay is offset by the convenience value of possessing an operating project. Sometimes this convenience value is in the form of a first mover advantage. They claim that fear of losing first mover advantages has caused many managers to ignore real options analysis completely and simply go ahead with any project that they think has a positive net present value. The authors investigate first mover advantage to find that it usually isn't all that it is cracked up to be.

By considering the merits of a delayed entry follower strategy, they show that value enhancing managers will want to be suitably cautious before ignoring the real option analysis.

PAXSON AND PINTO (2002) consider in a duopoly environment the leader and follower value functions assuming that the leader's market share evolves according to an immigration (birth) and death process. They derive explicit solutions for the follower's option to invest, and numerical solutions for the leader's option to invest. They calculate the partial derivatives of the leader and follower value functions to market share, birth/death parameters, volatility and market profitability. The model is possibly more realistic than that proposed by other authors studying the advantages of being first (and also being a follower).

WEEDS (2002) considers irreversible investment in competing research projects with uncertain returns under a winner-takes-all patent system. Uncertainty takes two distinct forms: the technological success of the project is probabilistic, while the economic value of the patent to be won evolves stochastically over time. According to the theory of real options uncertainty generates an option value of delay, but with two competing firms the fear of preemption would appear to undermine this approach. In non-cooperative equilibrium two patterns of investment emerge depending on parameter values. In a preemptive leader follower equilibrium firms invest sequentially and option values are reduced by competition. A symmetric outcome may also occur, however, in which investment is more delayed than the single-firm counterpart. Comparing this with the optimal cooperative investment pattern, investment is found to be more delayed when firms act non-cooperatively as each holds back from investing in the fear of starting a patent race. Implications of the analysis for empirical and policy issues in R&D are considered.

MURTO AND KEPPO (2002) develop a model where many firms compete for a single investment opportunity. When one of the firms triggers the investment the opportunity is completely lost for the other firms. The value of the project for the firms is assumed to follow a geometric Brownian motion. The model combines game theory and the theory of irreversible investment under uncertainty. They characterize the resulting Nash equilibrium under different assumptions on the information that the firms have about each other's valuations for the project. As an example, they present a case of building a telecommunications network.

THIJSSSEN, HUISMAN AND KORT (2002) consider the problem of investment timing under uncertainty in a duopoly framework. When both firms want to be the first investor a coordination problem arises. A method is proposed to deal with this coordination problem, involving the use of symmetric mixed strategies. The method is based on FUDENBERG AND TIROLE (1985) developed in a deterministic framework. The authors extend the applicability of this method to a stochastic environment. They claim that several recent contributions in multiple firm real option models make unsatisfactory assumptions to solve the coordination problem mentioned above. They show that in many cases it is incorrect to claim that *"THE PROBABILITY THAT BOTH FIRMS INVEST SIMULTANEOUSLY, WHILE IT IS ONLY OPTIMAL FOR ONE FIRM TO INVEST, IS ZERO."*

SPARLA (2002) examines exercise policies for closure options in a duopolistic market that is subject to aggregate shocks. He shows that the equilibrium exercise policies in a symmetric duopoly differ significantly from the closure rules suggested by the standard real options theory, i.e., duopolists disinvest later than a monopolist and earlier than price-taking firms.

HUISMAN AND KORT (2003) aim to determine the optimal timing of technology investment of a single firm in a duopoly framework. As time passes different technologies are invented which after some time become available for the firm to adopt. The question here is not only when a firm should invest but also which technology should be adopted. For different scenarios the optimal technology investment decision is determined. Outcomes range from preemption equilibria to equilibria with second mover advantages.

LAMBRECHT AND PERRAUDIN (2003) introduce incomplete information and preemption into an equilibrium model of firms facing real investment decisions. The optimal investment strategy may lie anywhere between the zero-NPV trigger level and the optimal strategy of a monopolist, depending on the distribution of competitors' costs and the implied

fear of preemption. The model implies that the equity returns of firms which hold real options and are subject to preemption will contain jumps and positive skewness.

PAXSON AND PINTO (2003) present two different real options models, with two stochastic factors underlying strategic interactions. In the first model the profits per unit and the number of units follow two different stochastic paths and, in the second model the returns and the investment cost pursue different paths. For both models, the authors analyze dissimilar games considering that the roles of the players are pre-assigned and also exogenous to the models, always assuming that the first mover has a competitive advantage over the second mover. Closed form solutions are obtained for the value functions of the first and second mover and for its trigger functions, except for the trigger of the first mover in preemptive environments. The paper analyses the effect of returns, investment cost and uncertainty on the models. Uncertainty can delay the adoption of the first mover. Although preemption affects the leader's trigger it does not seem to influence the entry point of the follower.

MURTO (2004) examines a declining duopoly, where the firms must choose when to exit from the market. The uncertainty is modeled by letting the revenue stream follow a geometric Brownian motion. He considers the Markov-perfect equilibrium in firms' exit strategies. With a low degree of uncertainty there is a unique equilibrium, where one of the firms always exits before the other. However, when uncertainty is increased, another equilibrium with the reversed order of exit may appear ruining the uniqueness. Whether this happens or not, depends on the degree of asymmetry in the firm specific parameters.

BOTTERON, CHESNEY AND GIBSON-ASNER (2003) propose an approach which relies on barrier options to model production and/or sales delocalization flexibility for multinational enterprises making decisions under exchange rate uncertainty. They extend the model by introducing game theoretic considerations to show how the information set and the competitive structure of the market may lead firms to act strategically and exercise their delocalization options preemptively at an endogenously fixed exchange rate barrier.

SHACKLETON, TSEKREKOS AND WOJAKOWSKI (2004) analyze the entry decisions of competing firms in a two-player stochastic real option game, when rivals earn different but correlated uncertain profitabilities from operating. In the presence of entry costs, decision thresholds exhibit hysteresis, the range of which is decreasing in the correlation between competing firms. A measure of the expected time of each firm being active in the market and the probability of both rivals entering within a finite time are explicitly calculated. The former (latter) is found to decrease (increase) with the volatility of relative firm profits implying that market leadership is shorter-lived the more uncertain the industry environment. In an application of the model to the aircraft industry, the authors find that Boeing's optimal response to Airbus' launch of the A380 super carrier is to accommodate entry and supplement its current product line, as opposed to the riskier alternative of committing to the development of a corresponding super jumbo.

PAXSON AND PINTO (2004) consider the third generation mobile telephony technology, which will confer to mobile phones all the capacity and speed of a fixed line phone with the additional flexibility of mobility. Major investments in 3G installation facilities are planned in Europe; the reported investment plans indicate leader follower patterns. Using three real competition options models, they determine the optimal timing of 3G investment of one Portuguese mobile company, Optimus, taken as the follower. In the first of those models both the number of units sold and the cash flow per-unit of the players follow separate but possibly correlated geometric Brownian motion. In the second model the investment cost and the cash flow are the state variables. The third model assumes that the investment cost and the revenue stream of the total market follow separate geometric Brownian motion and that the market share evolves according to an immigration death process. Consistent parameters are used to derive the leader follower value functions for different models, which are compared to a traditional NPV valuation analysis. A positive NPV points to the acceptance of the investment and the immediate entry of all of the players in the market. The results of all the models point to the delay of the entry of the follower, which might account for the observed behavior of the actual players.

PEREIRA AND ARMADA (2004) study the option to invest in a duopoly market, allowing for more competitors to enter the market, relaxing the common assumption that (only) two firms compete for the two places in the market. In the existing models, the problem consists of, basically, defining which one will be the leader, which will be the follower, and when. They claim that, in these settings, the investment opportunities are semi-proprietary, since the follower's position is, at least, guaranteed for both firms. The additional competition has a major impact on the decision to invest. They also allow for both ex-post symmetry and ex-post asymmetry, and for asymmetrical investment costs for the leader and for the follower.

### 1.3 - The two stage duopoly competition models.

#### Nature of the Type-III models

##### The contributions

SMIT AND TRIGEORGIS (1997) use an integrated real options and game-theoretic framework for strategic R&D investments to analyze two-stage games where the growth option value of R&D depends on endogenous competitive reactions. In the model firms choose output levels endogenously and may have different (asymmetric) production costs as a result of R&D, investment timing differences or learning. The model illustrates the trade-off between the flexibility value and the strategic commitment value of R&D that interacts with market structure via altering the competitor's equilibrium quantity or changing the market structure altogether (e.g., from Cournot equilibrium to Stackelberg or monopoly). Comparative statics provide results for competitive R&D strategies depending on uncertainties in market demand and in the outcome of R&D, on whether R&D benefits are proprietary or shared, on imperfect or asymmetric information with signaling, on learning or experience cost effects, and on competition in R&D versus cooperation via a joint research venture.

KULATILAKA AND PEROTTI (1998) provide a strategic rationale for growth options under uncertainty and imperfect competition. In a market with strategic competition, investment confers a greater capability to take advantage of future growth opportunities. This strategic advantage leads to the capture of a greater share of the market, either by dissuading entry or by inducing competitors to 'make room' for the stronger competitor. As a result of this strategic effect, payoffs are in a rough sense more convex than in the case of no investment in a growth option. When the strategic advantage is strong, increased uncertainty encourages investment in growth options: higher uncertainty means more opportunity rather than simply larger risk. If the strategic effect is weak the reverse is true. On the other hand, an increase in systematic risk discourages the acquisition of growth options. Their results contradict the view that volatility is a strong disincentive for investment.

With a one period model, the authors analyze the impact of uncertainty on the decision to acquire a cost reducing technology in a duopolistic setting. The acquisition decision must be made at the beginning of the period and uncertainty surrounding demand is resolved at the end prior to production. In one case, the authors compare results under risk neutrality to those under risk aversion.

Three situations are discussed: 1) the firm has a monopoly on both the investment opportunity and the product market, 2) the product market is duopolistic, but only one firm has the growth opportunity and 3) the market is duopolistic and both firms share the growth option.

For the monopoly, the value of investing  $I$  at  $t = 0$  to reduce production costs from  $K$  to  $k$  at  $t = 1$  must be compared to that of not investing and producing at cost  $K > k$ . The expected net gain to investment is equal to

$$G = E_0[\pi_M^I] - I - E_0[\pi_M^N],$$

where  $\pi_M^I$  and  $\pi_M^N$  are monopoly profits with and without the growth opportunity, respectively. The authors show that a single  $t = 0$  expected demand threshold triggers investment.

In a duopoly, the investment opportunity has a strategic value, expensing  $I$  deters entry and offers a greater market share. In the first case, only one firm possesses the growth option (firm 1). If firm 1 decides not to invest, the outcome at  $t = 1$  is a symmetric Cournot equilibrium where each firm produces at cost  $K$  and both exercise their production option at the same level of demand. If firm 1 chooses to invest, firm 2 finds itself exercising its production option at a higher level of demand compared to the case where 1 does not invest. Consequently, firm 1 can act as a monopolist until demand is sufficient for the other to enter the market. Furthermore, when both firms are in the market, we have a non-symmetric Cournot equilibrium with firm 1 producing more than firm 2 because of its cost advantage. The authors show that a single  $t = 0$  expected demand threshold triggers investment. The payoff function after investment is a strictly convex function of demand, uncertainty thus increases the expected value of investing and reduces the optimal investment threshold. Spending  $I$  is like purchasing an option to produce at cost  $k$  at the end of the period.

However, when a net gain function similar to  $G$  is setup to compare the value of investing to that of not, it is hard to predict the effect of a mean preserving increase in variance on the optimal investment threshold. This ambiguity arises from the opposing effect an increase in uncertainty has on the value of the strategic advantage and on the value of waiting to invest.

The authors argue and show with an example that an increase in variance has a larger effect on the expected value of the strategic advantage when the spread  $K - k$  increases. When  $K - k$  increases, the region where firm 1 can act as a monopolist is larger along with the market share in the non-symmetric duopoly. This translates into a larger expected strategic advantage for firm 1. If a mean preserving increase in uncertainty leads to larger systematic risk (risk aversion case), the relative value of the strategic advantage premium will be smaller. Consequently, it takes a higher strategic advantage than in the risk neutral case to reverse the waiting to invest effect.

When both firms have access to the investment opportunity, results are similar to those where only one firm has access. A higher cost advantage  $K - k$  increases the expected strategic value of the investment which dominates the traditional waiting to invest effect that is also amplified by uncertainty (mean preserving).

MILTERSEN AND SCHWARTZ (2004) develop a model to analyze patent-protected R&D investment projects when there is imperfect competition in the development and marketing of the resulting product. The competitive interactions that occur substantially complicate the solution of the problem since the decision maker has to take into account not only the factors that affect her/his own decisions, but also the factors that affect the decisions of the other investors. The real options framework utilized to deal with investments under uncertainty is extended to incorporate the game-theoretic concepts required to deal with these interactions. Implementation of the model shows that competition in R&D, in general, not only increases production and reduces prices, but also shortens the time of developing the product and increases the probability of a successful development. These benefits to society are countered by increased total investment costs in R&D and lower aggregate value of the R&D investment projects.

IMAI AND WATANABE (2004) investigate the interaction between managerial flexibility and competition in a two-stage leader-follower duopoly game under demand uncertainty (one-period binomial process) and first-mover advantage. The cash flow generated from a project depends on both the demand and the firms' actions. Firms can invest in either stage, hence can defer their investment until the second stage. The authors characterize the equilibrium strategies for both firms according to the investment costs. Comparing those strategies, they indicate that the value of flexibility, always positive in monopoly, may be negative. For a follower, flexibility always increases the project value. On the other hand, it could decrease the project value for the leader. Those cases are flexibility traps, interpreted as the presence of commitment value.

SMIT AND TRIGEORGIS (2004) develop an integrated real options and industrial organization framework to quantify the strategic option value of technology investments. Strategic investments (e.g., R&D, capacity expansion or strategic

acquisitions) are difficult to analyze based on standard approaches. Yet, it is these decisions that determine a firm's competitive success in a changing technological and competitive landscape. How much is a strategic option (e.g., Microsoft's growth opportunities) worth? How does one analyze strategic options in a dynamic, competitive environment? The authors describe basic principles for analyzing competitive strategies under uncertainty based on an integration of real options with game theory. They analyze multi-stage investment decisions facing a firm under uncertainty, both under a proprietary setting and when facing exogenous or endogenous competition (both in the last stage of commercialization as well as in the innovation or R&D stage). Competitive strategies may differ, e.g., depending on the type of investment (proprietary or shared) and the nature of competitive reactions (strategic substitutes or complements). The benefits of cooperation (via joint R&D ventures) vs. direct R&D competition (innovation races) are also discussed. Finally, they analyze multi-period option games with endogenous volatility and discuss various other extensions.

## 1.4 - The fully dynamic no-commitment framework.

### Nature of the Type-IV models

#### The contributions

WILLIAMS (1993) observes that options on real and financial assets can have very different properties. Typically, the good or service produced by a real asset has a finite elasticity of demand, and developers have finite capacities. Also, the supply of options can be limited, and developers can be less than perfectly competitive. In a sub-game perfect Nash equilibrium with these properties, the optimal exercise policy, and resulting values of developed and undeveloped assets are calculated explicitly.

Williams considers the decision to invest and develop an undeveloped asset under uncertain demand. The market for the good produced by the developed asset is perfectly competitive and before any investment is made, aggregate supply is superior to zero. In this setting, the author is able to study the impact on investment timing of situations other than perfectly elastic demand. That is, the value of the underlying asset is sensible to investment, there is feedback between investment (exercise of the option) and the value of the underlying asset (developed asset).

In addition, all of the holders of undeveloped assets are identical and their number  $\nu$  is fixed with  $\nu \in \{1, \dots, \infty\}$ . Each holds an equal amount of undeveloped assets from a limited supply. Here,  $\nu = 1$  characterizes monopoly in the undeveloped assets,  $\nu > 1$  with  $\nu$  finite represents oligopolistic developers and  $\nu \rightarrow \infty$  perfect competition. It is also important to note that development capacity is limited. With the characteristics described in the current paragraph, the author is able to assess the impact of development capacity, of the supply of undeveloped assets and the concentration of developers on the decision to invest.

BALDURSSON (1998) studies an oligopoly where firms facing a stochastic inverse demand curve use capacity as strategic variable. Capacity may be adjusted continuously over time with linear cost. The analysis uses the technique of a fictitious social planner and the theory of irreversible investment under uncertainty. Examples indicate that qualitatively the price process will be similar in oligopoly and competitive equilibrium. When firms are non-identical, e.g., in initial size, and even if they are alike in other respects, substantial time may pass until they are all the same size. Much of that time, one firm may dominate the market.

GRENADIER (2002) notes that under the standard real options approach to investment under uncertainty, agents formulate optimal exercise strategies in isolation and ignore competitive interactions. However, in many real-world asset markets, exercise strategies cannot be determined separately, but must be formed as part of a strategic equilibrium. This article provides a tractable approach for deriving equilibrium investment strategies in a continuous time Cournot-Nash framework. The impact of competition on exercise strategies is dramatic. For example, while

standard real options models emphasize that a valuable “option to wait” leads firms to invest only at large positive net present values, the impact of competition drastically erodes the value of the option to wait and leads to investment at very near the zero net present value threshold.

AGUERREVERE (2003) looks at the effects of competitive interactions on investment decisions and on the dynamics of the price of a non-storable commodity in a model of incremental investment with time to build and operating flexibility. He finds that an increase in uncertainty may encourage firms to increase their capacity. He shows that it may be optimal to invest in additional capacity during periods in which part of the operational capacity is not being utilized. The impact of competition on the properties of the endogenous output price is dramatic. For example, price volatility may be increasing in the number of competitors in the industry.

BOYER, LASSERRE, MARIOTTI AND MOREAUX (2004) study a simple duopoly model of preemption with multiple investments and instantaneous price competition on a market of finite size driven by stochastic taste shocks. Different patterns of equilibria may arise, depending on the importance of the real option effect. If the average growth rate of the market is close to the risk-free rate, or if the volatility of demand shocks is high, no dissipation of rents occurs in equilibrium, despite instantaneous price competition. If these conditions do not hold, the equilibrium investment timing is suboptimal, and the firms’ long-run capacities may depend on the initial market conditions. Their conclusions contrast sharply with standard rent dissipation results.

SMIT (2003) analyzes the optional and strategic features of infrastructure investment. Infrastructure investments generate other investment opportunities, and in so doing change the strategic position of the enterprise. A combination of real options theory and game theory can capture the elusive value of a strategic modification of a firm’s position in its industry.

MURTO, NÄSÄKKÄLÄ AND KEPPO (2004) present a modeling framework for the analysis of investments in an oligopoly market for a homogenous commodity. The demand evolves stochastically and the firms carry out investment projects in order to adjust their production cost functions or production capacities. The model is formulated as a discrete time state-space game where the firms use feedback strategies. The firms are assumed to move sequentially to ensure a unique Markov-perfect Nash equilibrium. Once the equilibrium has been solved, Monte Carlo simulation is used to form probability distributions for the firms’ cash flow patterns and accomplished investments. Such information can be used to value firms operating in an oligopoly market. An example of the model is given in a duopoly market. The example illustrates the trade-off between the value of flexibility and economies of scale under competitive interaction.

PINEAU AND MURTO (2003) analyze the investment problem faced by producers in deregulated electricity markets with high uncertainties about the future. A dynamic stochastic oligopoly model to describe the production and investment in such a situation is developed and applied to the Finnish electricity market. The demand growth rate is modeled as a stochastic variable. The strategies of the firms consist of investments and production levels for base and peak load periods. The firms have nuclear, hydro and thermal capacities, but are only allowed to invest in new thermal capacity. Using a so-called sample-path adapted open-loop information structure, the model contributes to the understanding of the dynamics of production, investment and market power in a medium time horizon. The solution method uses recent developments in variational inequality and mixed complementarity problem formulations.

BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) develop a methodology that allows the study of real-options investment decisions in a strategic duopoly setup, with the formulation of appropriate payoff functions and the generalization to a stochastic context of FUDENBERG AND TIROLE (1985)’s formalism for defining strategies in a continuous-time environment.

Applying this methodology to specific special cases allows to identify some properties and stylized characteristics of industries developing under duopoly, when the investment required are indivisible, irreversible, and big relative to the market. While many other considerations affect industry development, the authors claim that the magnitude and

irreversibility of outlays relative to market size are important considerations not only in young sectors, especially those involving scale economies, but also in more conventional and older ones such as the aircraft industry. The speed of market development and the uncertainty regarding its future evolution are also important considerations that the real options approach is well equipped to handle.

In the model, the indivisible capacity unit is costly and never becomes small relative to the market despite unbounded market development. Nonetheless it is shown that one firm cannot durably keep its opponent at bay by holding as many capacity units as the market can bear.

BOYER, LASSERRE AND MOREAUX (2012) have found that the early phase of such an industry is characterized by strong competition in the sense that one firm preempts the other. This competition causes the first industry investment to occur earlier than would be socially optimal, a distortion which implies riskier entry, lower expected returns, and more bankruptcies. This waste of resources is inevitable and allows the equalization of the rents of the leader and the follower. It occurs irrespective of the volatility or the speed of market development.

At later stages of development, when both firms hold capacity, competition may be weaker in the sense that tacit-collusion equilibria may exist. Tacit collusion to restrict production takes the form of postponed simultaneous investment by both firms. In fact, tacit-collusion equilibria are sure to exist in high volatility markets or fast growth markets. Here the conventional real options result that high volatility postpones investments is reinforced by the fact that higher volatility may allow a switch from the preemption equilibrium, which always exist, to a tacit-collusion equilibrium involving later investment and higher profits.

When it exists at all, the possibility of collusion is more attractive to firms of equal size than to unequal ones. This is because a tacit-collusion equilibrium requires simultaneous investment by both firms. When firms are of equal size, this is compatible with joint profit maximization; when firms differ in size the joint-profit joint-investment threshold is beyond the level that maximizes the expected profits of the smaller firm: the latter would defect at that level of market development. This suggests that tacit collusion is less efficient as a way to raise profits the more the firms differ in size. If other forms of collusion, such as acquisitions or mergers, are possible, one would expect them to become relatively more attractive the more unequal the firm sizes.

Thus competition definitely works, but collusion is possible, and appearances may be deceiving. The stylized properties outlined in this paper suggest that competition is more likely to be at work when only one firm operates and that collusion is more likely when the industry is made up of two active firms of equal size and when market develops quickly and/or with much volatility.

## 1.5 - References

AGUERREVERE, FELIPE L. 2003. "Equilibrium Investment Strategies and Output Price Behavior: A Real Options Approach," *Review of Financial Studies* 16(4): 1239-1272.

ANKUM, L.-A. AND HAN T.-J. SMIT. 1993. "A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition," *Financial Management* 22(3): 241-250.

ATHEY, S. AND A. SCHMUTZLER. 2001. "Investment and Market Dominance," *Rand Journal of Economics* 32(1): 1-26.

BALDURSSON, F.M. 1998. "Irreversible Investment Under Uncertainty in Oligopoly," *Journal of Economic Dynamics and Control* 22(4): 627-644.

BALMANN, A. AND O. MUBHOFF. 2002. "Real Options and Competition: The Impact of Depreciation and Reinvestment," Paper presented at the 6th annual conference on Real Options Theory Meets Practice, Paphos, Cyprus.

- BOTTERON, P., M. CHESNEY AND R. GIBSON-ASNER. 2003. "Analyzing Firms' Strategic Investment Decisions in a Real Options Framework," *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 13(5): 451-479.
- BOYER, M. AND S. CLAMENS. 1997. "Strategic Adoption of a New Technology under Uncertain Implementation", CIRANO 97s-40, <https://www.cirano.qc.ca/files/publications/97s-40.pdf>
- BOYER, M., LASSERRE, P., MARIOTTI, T., MOREAUX., M., "Preemption and Rent Dissipation under Bertrand Competition", *International Journal of Industrial Organization* 22(3), 2004, 309–328.
- BOYER, M., LASSERRE, P., MOREAUX., M., "A Dynamic Duopoly Investment Game without Commitment under Uncertain Market Expansion", *International Journal of Industrial Organization* 30, 2012, 663-681
- COTTREL, T.J. AND G.A. SICK. 2001. "First Mover (Dis)advantage and Real Options," *Journal of Applied Corporate Finance* 14(2): 41-51.
- COTTREL, T.J. AND G.A. SICK. 2002. "Real Options and Follower Strategies: The Loss of Real Option Value to First-mover Advantage," *The Engineering Economist* 47(2).
- DÉCAMPS, J.-P. AND T. MARIOTTI. 2000. "Irreversible Investment and Learning Externalities," mimeo, GREMAQ, Université de Toulouse I.
- DIXIT, A.K. AND R.S. PINDYCK. 1994. *Investment Under Uncertainty*, Princeton, Princeton University Press.
- FUDENBERG, D. AND J. TIROLE. 1985. "Preemption and Rent Equalization in the Adoption of New Technology," *Review of Economic Studies* 52: 383-401.
- GILBERT, R.J. AND R.G. HARRIS. 1984. "Competition with Lumpy Investment," *Rand Journal of Economics* 15(2): 197-212.
- GRENADIER, S.R. 1996. "The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets," *Journal of Finance* 51(5): 1653-1679.
- GRENADIER, S.R. 1999. "Information Revelation Through Option Exercise," *Review of Financial Studies* 12(1): 95-130.
- GRENADIER, S.R. 2002. "Option Exercise Games: An Application to the Equilibrium Investment Strategies of Firms," *Review of Financial Studies* 15(3):691-721.
- HUISMAN, K.J.M. AND P.M. KORT. 1998. "A Further Analysis on Strategic Timing of Adoption of New Technologies Under Uncertainty," CentER Discussion Paper 9803, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- HUISMAN, K.J.M. AND P.M. KORT. 1999. "Effects of Strategic Interactions on the Option Value of Waiting," CentER Discussion Paper 9992, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- HUISMAN, K.J.M.. 2000. "Strategic Technology Adoption Taking into Account Future Technological Improvements: a Real Options Approach," CentER Discussion Paper 2000-52, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- HUISMAN, K.J.M.. 2001. *Technology Investment: A Game Theoretic Real Option Approach*, Kluwer Academic Publishers, Norwell.
- HUISMAN, K.J.M. AND P.M. KORT. 2003. "Strategic Investment in Technological Innovations," *European Journal of Operational Research* 144(1): 209-223. A Two-stage Investment Game in Real Option Analysis Junichi Imai, Iwate Prefectural University (IPU) Takahiro Watanabe, Tokyo Metropolitan U.
- JOAQUIN, D.C. AND K.C. BUTLER. 1999. "Competitive Investment Decisions: A Synthesis," in *Project Flexibility, Agency and Competition*, eds. Michael J. Brennan and Lenos Trigeorgis.
- KULATILAKA, N. AND E.C. PEROTTI. 1998. "Strategic Growth Options," *Management Science* 44(8): 1021-1031.

- KULATILAKA, N. AND L. LIN. 2004. "Strategic Investment in Networks," RO Conference, Montreal.
- LAMBRECHT, B. AND W. PERRAUDIN. 1997. "Real Options and Preemption," JIMS working paper, University of Cambridge.
- LAMBRECHT, B. 1999. "Strategic Sequential Investments and Sleeping Patents," in Project Flexibility, Agency and Competition, eds. Michael J. Brennan and Lenos Trigeorgis.
- LAMBRECHT, B. AND W. PERRAUDIN. 2003. "Real Options and Preemption Under Incomplete Information," *Journal of Economic Dynamics and Control* 27(4): 619-643.
- MASON, R. AND H. WEEDS. 2000. "Networks, Options and Preemption," University of Southampton, Discussion Papers in Economics and Econometrics 41.
- MASON, R. AND H. WEEDS. 2001. "Irreversible Investment with Strategic Interactions," CEPR Discussion Paper 3013.
- MILTERSEN, K.R. AND E.S. SCHWARTZ. 2004. "R&D Investments with Competitive Interactions," NBER Working Paper no. w10258.
- MILLS, D. 1988. "Preemptive Investment Timing," *Rand Journal of Economics* 19(1): 114-122.
- MURTO, P. AND J. KEPPO. 2002. "A Game model of Irreversible Investment Under Uncertainty," *International Game Theory Review* 4(2): 127-140.
- MURTO, P. 2004. "Exit in Duopoly Under Uncertainty" *RAND Journal of Economics* 35(1): 111-127.
- MURTO, P., E. NÄSÄKKÄLÄ AND J. KEPPO. 2004. "Timing of Investments in Oligopoly Under Uncertainty: a Framework for Numerical Analysis," *European Journal of Operational Research* 157(2): 486-500.
- PAWLINA, G. AND P.M. KORT. 2001a. "Strategic Capital Budgeting: Asset Replacement under Uncertainty," CentER Discussion Paper 2001-04, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- PAWLINA, G. AND P.M. KORT. 2001b. "Real Options in an Asymmetric Duopoly: Who Benefits from your Competitive Disadvantage?" CentER Discussion Paper 2001-95, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- PAXSON, D. AND H. PINTO. 2002. "Timing Advantage: Leader/Follower Value Function if the Market Share Follows a Birth and Death Process," Paper presented at the 6<sup>th</sup> annual conference on Real Options Theory Meets Practice, Paphos, Cyprus.
- PAXSON, D. AND H. PINTO. 2003. "Competition Games in Duopoly Settings with Two Stochastic Factors," Working Paper.
- Third Generation Mobile Games Dean Paxson, Manchester Business School Helena Pinto, Manchester Business School
- PEREIRA, P.J. AND M.J. ARMADA. 2004. "The Optimal Decision to Invest in a Duopoly Market for (Two) Positioned Companies when there are Hidden Competitors", RO Conference, Montreal.
- PEROTTI, E.C. AND S. ROSSETTO. 2001. "Strategic Advantage and the Optimal Exercise of Entry Options," CEPR Discussion Paper 3061.
- PINEAU, P.-O. AND P. MURTO. "An Oligopolistic Investment Model of the Finnish Electricity Market," *Annals of Operations Research* (to appear).
- SHACKLETON, M.B., A.E. TSEKREKOS AND R. WOJAKOWSKI. 2004. "Strategic Entry and Market Leadership in a Two-Player Real Option Game," *Journal of Banking and Finance* 28(1): 179-201.

- SMETS, F. 1995. "Exporting Versus Foreign Direct Investment: The Effect of Uncertainty, Irreversibilities, and Strategic Interaction," Bank for International Settlements Working Paper, Basel, Switzerland.
- SMIT H.-T.-J. AND L. TRIGEORGIS. 2004. *Strategic Investment: Real Options and Games*, Princeton University Press.
- SMIT H.-T.-J. AND L. TRIGEORGIS. 1997. "R&D Option Strategies," Working Paper.
- SMIT H.-T.-J. AND L. TRIGEORGIS. 2004. "Quantifying the Strategic Option Value of Technology Investments," RO Conference, Montreal.
- SMIT, HAN T.-J.. 2003. "Infrastructure Investment as a Real Options Game: The Case of European Airport Expansion," *Financial Management* 32(4): 27-57.
- SPARLA, T. 2002. "Closure Options in Duopoly: The Case of Second Mover Advantage," Working Paper, University of Dortmund, Dortmund, Germany.
- THIJSEN, J.J.J. AND K.J.M. HUISMAN. 2001. "Strategic Investment under Uncertainty and Information Spillovers," Center Discussion Paper 2001-91, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- THIJSEN, J.J.J., K.J.M. HUISMAN AND P.M. KORT. 2002. "Symmetric Equilibrium Strategies in Game Theoretic Real Options Models," CentER Discussion Paper 2002-81, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands.
- TRIGEORGIS, L. 1991. "Anticipated Competitive Entry and Early Preemptive Investment in Deferrable Projects," *Journal of Economics and Business* 2(5): 143-156.
- WEEDS, H. 2002. "Strategic Delay in a Real Options Model of R&D Competition," *Review of Economic Studies* 69(3):729-747.
- WILLIAMS, J.T. 1993. "Equilibrium and Options on Real Assets," *Review of Financial Studies* 6(4): 826-850.

## APPENDICE

Les références aux ouvrages et articles cités dans les sections suivantes sont disponibles à la fin du tome 2.

Dans les sections précédentes, nous avons présenté les options réelles en faisant abstraction de la concurrence. Dans cette section, nous allons montrer que la valeur des options réelles peut être modifiée dans un environnement concurrentiel. En effet, la présence d'un concurrent sur un marché peut amener une firme à agir de façon sous-optimale en faisant des investissements préventifs afin de contrer la concurrence. Ce comportement amènerait donc la firme à exercer son option de manière prématurée. Nous allons, dans un premier temps, identifier les éléments permettant à une firme pionnière d'avoir un avantage sur ses concurrentes, ainsi que les sources d'avantages des entreprises concurrentes. Nous allons ensuite déterminer comment évaluer la valeur et le risque de préemption. Enfin, nous analyserons les stratégies utilisées par les firmes afin de survivre dans un environnement hautement concurrentiel.

## 20:2 - SOURCES DE LA PRIME AU PREMIER ENTRANT

(LIEBERMAN ET MONTGOMERY, 1987) définissent la **prime au premier entrant** comme étant la capacité d'une firme pionnière sur un marché à générer un profit économique positif. Selon les auteurs, la prime au premier entrant résulte d'un processus multi-stages (voir figure ci-dessous). Au premier stage une asymétrie est créée conférant à une firme particulière la position de tête du marché par rapport à ses rivales. Le premier entrant acquiert cette opportunité parce qu'il possède une ressource unique ou simplement parce qu'il a de la chance. Une fois cette asymétrie établie, il existe un ensemble de mécanismes qui permettent à la firme d'exploiter sa position, d'augmenter la magnitude ou à durabilité (ou les deux) des primes du premier entrant.

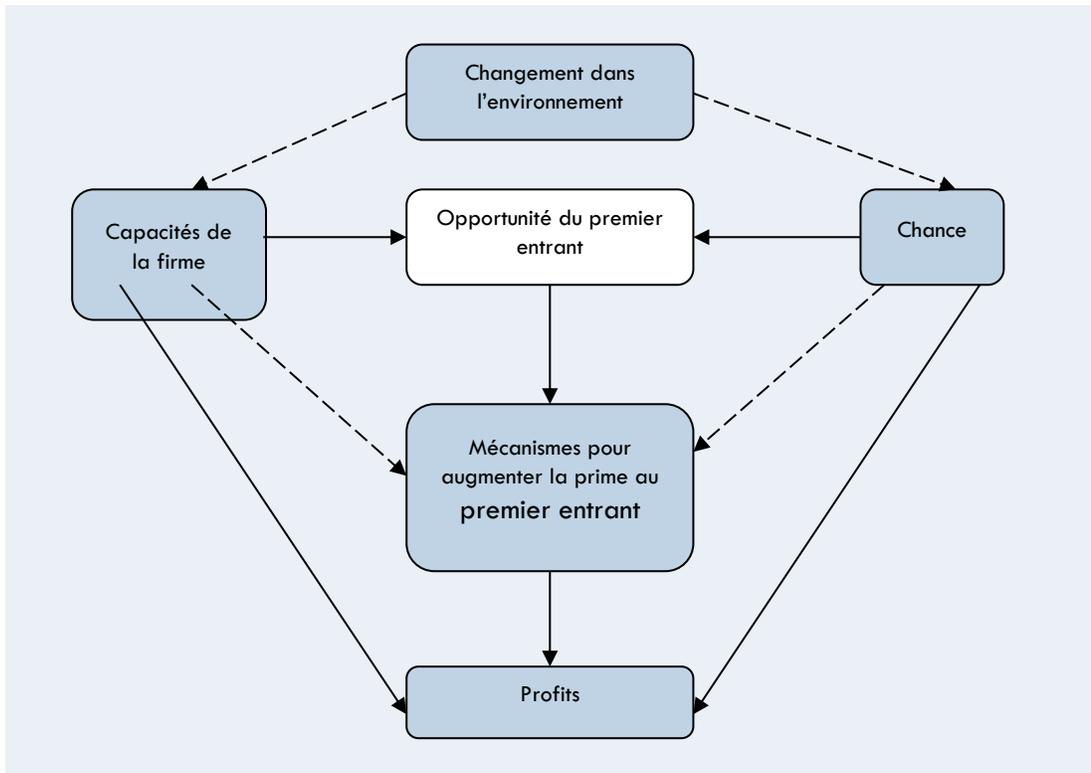


FIGURE 1. GÉNÉRATION ENDOGÈNE DES PRIMES AU PREMIER ENTRANT

La prime au premier entrant a plusieurs sources que nous allons définir dans les lignes qui suivent :

- ▣ Le leadership en matière de technologie
- ▣ L'acquisition préventive d'actifs rares
- ▣ Les coûts de changement divers et le choix de l'acheteur en présence d'incertitude
- ▣ L'effet réseau

### 2.1 - Leadership en matière de technologie

Les premiers entrants peuvent obtenir une prime en ayant une avance technologique. Cette avance technologique se traduit par deux mécanismes qui sont la courbe d'apprentissage et le succès dans la course au brevet et à la recherche et développement (R&D).

### **2.1.1 - La courbe d'apprentissage**

La courbe d'apprentissage est le gain de productivité qui est réalisé à mesure que la production augmente. En d'autres termes, c'est la réduction des coûts de production unitaire induite par une augmentation de la production. Selon Lieberman et Montgomery, la courbe d'apprentissage confère au premier entrant un avantage durable au niveau des coûts si celui-ci peut maintenir sa part de marché et s'il peut rester propriétaire de la connaissance qu'il a su développer. Cette dernière condition lui permettrait d'ériger des barrières à l'entrée d'une façon durable forçant ainsi les firmes entrantes à vendre en dessous de leur coûts de production pour pouvoir bénéficier d'une certaine expérience et ainsi entrevoir des profits à long-terme. Plusieurs exemples empiriques sur les avantages basés sur la courbe d'apprentissage existent. D'ailleurs FAST N. (1975) a cité comme exemple la Lincoln Electric Company qui a su profiter du fait qu'elle détenait un brevet sur un produit de qualité supérieure doublé d'un système de gestion distinct qui lui permettait de réduire ses coûts d'une façon continue dans un environnement technologique en constante évolution, cela a permis à la compagnie de bénéficier de profits substantiels.

Il existe néanmoins des limites à l'avantage procuré par la courbe d'apprentissage. En effet la diffusion technologique inter-firmes due aux publications de recherches, à la mobilité de la force de travail et à certaines techniques de communication font que l'avantage procurer par la courbe d'apprentissage au premier entrant se dissipe assez rapidement à la faveur des firmes dont l'entrée sur le marché se fait plus tardivement.

### **2.1.2 - Succès dans la course au brevet et à la R&D**

Lorsque l'avantage technologique est fonction des dépenses en R&D, la firme pionnière peut obtenir un avantage si la technologie est protégée par un brevet ou si elle est tenue secrète. Mais selon (LIEBERMAN ET MONTGOMERY, 1987), la course à l'obtention de brevet n'est importante que dans certaines industries telles que l'industrie pharmaceutique. En effet, au sein des autres industries le brevet ne confère qu'une faible protection car il est plus facile à copier contrairement à l'industrie pharmaceutique où il est très coûteux de reproduire une invention car celle-ci doit passer par les mêmes étapes d'approbation que celles de la firme pionnière. Il faut noter que la R&D et l'innovation ne se limitent pas à des biens tangibles, elles touchent également les améliorations dans le système de gestion qui peuvent générer une prime au premier entrant plus importante que celle générée par les biens tangibles.

## **2.2 - Acquisition préventive d'actifs rares**

Le premier entrant peut prendre avantage de sa position en prenant le contrôle préventif d'actifs déjà existants mais disponibles en quantité limitée. Ces actifs peuvent être des intrants, un positionnement sur un marché géographique ou des investissements en machine et équipements.

### **2.2.1 - Acquisition préventive d'intrants**

Le premier entrant peut bénéficier d'information privilégiée lui permettant d'acquérir des intrants à des coûts inférieurs à ceux qui prévaudraient plus tard sur le marché. Ces intrants peuvent par exemple être des ressources naturelles. L'acquisition préventive de ces intrants garantit au premier entrant une rente économique. Une étude empirique effectuée par MAIN (1955) a montré que la prime au premier entrant peut se faire par le contrôle des ressources naturelles. Selon Main une concentration importante de nickel dans un environnement géographique unique a permis à la première firme exploitante de s'octroyer les droits d'exploitation sur pratiquement la totalité de l'offre, permettant ainsi à la firme de dominer la production mondiale durant des décennies.

### **2.2.2 - Le positionnement préventif sur un marché géographique ou sur une niche de marché**

Dans plusieurs marchés, il n'y a de place que pour un nombre limité de firmes. Le premier entrant peut donc dissuader les entrants potentiels en se procurant la niche de marché la plus intéressante et en prenant des actions stratégiques lui permettant de limiter les places disponibles aux entrants potentiels. Ainsi, lorsqu'un marché est en pleine expansion les nouvelles niches de marché sont comblées par le premier entrant avant que les nouveaux entrants puissent en tirer profit. Un exemple empirique illustré par GHEMAWAT (1986b) fut le cas de Wal-Mart. La compagnie ciblait les

petites villes adjacentes que ses concurrentes ne trouvaient pas profitables. Wal-Mart a su défendre sa stratégie et accumuler des profits substantiels en couplant son positionnement préventif sur le marché du détail à un réseau de distribution extrêmement efficace.

### 2.2.3 - Les investissements préventifs en machines et équipements

Les investissements préventifs en machines et équipements effectués par le premier entrant peuvent contribuer à freiner les entrants potentiels. Il est vrai qu'une capacité de production élargie du premier entrant pourrait compromettre les profits des entrants potentiels dans la mesure où le premier entrant pourrait réduire les prix en réalisant des économies d'échelle.

## 2.3 – Coûts de changement de fournisseur et choix de l'acheteur en présence d'incertitude

### 2.3.1 - Coûts de changement de fournisseur

Les nouveaux entrants peuvent être amenés à investir des ressources supplémentaires afin d'adapter leur gamme de produits aux clients. Dans cette situation, les firmes pionnières bénéficient d'un avantage du fait qu'elles ont dû préalablement ajuster leurs produits à leurs clients.

### 2.3.2 - Choix de l'acheteur en présence d'incertitude

En présence d'information imparfaite concernant la qualité d'un produit accordée par un acheteur, ce dernier aura tendance à choisir le produit qui est rentré en premier sur le marché. En effet, les produits introduits en premier sur un marché jouissent généralement d'une attention disproportionnée dans l'esprit des consommateurs. Ainsi, Lieberman et Montgomery prennent l'exemple de Coca-Cola et de Kleenex qui ont été pionnières dans leur domaine respectif et qui ont pu bénéficier d'une position unique dans l'esprit des consommateurs puisque lorsque ces derniers ont une certaine perception d'un produit, il est souvent difficile de l'altérer.

## 2.4 - Effet réseau<sup>26</sup>

Selon (KATZ ET SHAPIRO, 1994), l'effet réseau est observé lorsque la valeur d'un produit ou d'un service, pour un utilisateur, augmente avec le nombre de ses utilisateurs. Ce type de configuration poussé à l'extrême peut permettre à une entreprise unique d'imposer son produit comme standard et de s'accaparer l'ensemble du marché. Cet effet réseau permet au premier entrant de rafler une partie substantielle du marché.

## 20:3 - SOURCES DE LA PRIME AU DEUXIÈME ENTRANT

Le fait d'être une firme pionnière sur un marché ne confère pas automatiquement une prime à la firme concernée. Il se peut qu'une firme réalise un gain supérieur lorsqu'elle agit en second plutôt qu'en premier. C'est ce que nous appelons la **prime au deuxième entrant**. Il existe plusieurs sources liées à la prime au deuxième entrant que nous allons définir dans les lignes suivantes.

- ▣ Passager clandestin
- ▣ Résolution d'incertitude technologique ou de marché
- ▣ Changements technologiques ou changement des besoins des clients

---

<sup>26</sup> (DAUTEL, 2006).

### ■ Inertie des entreprises en place

Ces phénomènes peuvent réduire voire annuler l'avantage du premier entrant issus des mécanismes que nous avons mentionnés plus haut.

### 3.1 - Passager clandestin

Les nouveaux entrants peuvent profiter des investissements réalisés par les firmes pionnières dans plusieurs domaines dont la R&D, l'éducation et le développement d'infrastructures sans avoir à en supporter l'entièreté des coûts. En effet, les coûts d'imitation sont moins onéreux que les coûts d'innovation dans la plupart des industries. Par conséquent, même si une firme pionnière bénéficie d'un monopole temporaire du fait que son invention ne soit pas immédiatement copiée, cette firme finit par perdre son avantage car le comportement des « passagers clandestins » réduit la durabilité et la magnitude de ses profits, ce qui incite la firme pionnière à faire des investissements préventifs.

### 3.2 - Résolution d'incertitude technologique ou de marché

Les nouveaux entrants peuvent bénéficier de la résolution d'incertitude technologique ou de marché, c'est à dire qu'ils peuvent éviter ou profiter des erreurs commises par les firmes pionnières.

### 3.3 - Changements technologiques ou changements des besoins des clients

Les changements technologiques ou les changements des besoins des clients peuvent conférer un avantage aux nouveaux entrants qui arriveraient à les exploiter. En effet, étant donné qu'il pourrait être coûteux pour les firmes pionnières de s'adapter à une nouvelle technologie ou à des besoins changeants des clients, les nouveaux entrants pourraient tirer avantage de cette faiblesse. Ces nouveaux entrants deviennent donc les pionniers dans la nouvelle phase technologique.

### 3.4 - Inertie des entreprises en place

Les nouveaux entrants peuvent bénéficier du fait que certaines entreprises pionnières connaissent une inertie qui se traduit de plusieurs manières.

- Tout d'abord, cette inertie peut découler d'une volonté de la firme pionnière de n'utiliser que les actifs immobilisés préalablement acquis.
- Cette inertie peut également être due au fait que l'entreprise pionnière renonce à introduire de nouveaux produits afin de ne pas cannibaliser sa ligne de produits existants.
- Enfin, l'inertie peut être due à une rigidité organisationnelle de l'entreprise. Rigidité qui freine la firme dans sa capacité de répondre aux menaces de la concurrence et aux changements dans son environnement.

# The Valuation of Public Projects: Risks, Cost of Financing and Cost of Capital

## CHAPTER 21

The original paper on which this chapter is based has been published by Marcel BOYER, Eric GRAVEL and Sandy MOKBEL (2013) under the title « The Valuation of Public Projects: Risks, Cost of Financing and Cost of Capital », CD Howe Commentary 388.

### 21:1 - FRAMING THE ISSUE

Four mistakes are commonly made when evaluating public and private investments. These mistakes are based on persistent analytical errors that are the cause of value destruction among public and private undertakings. They are:

- 1. Calculating the net present value (NPV) of a given project by using different discount rates, depending on whether the project is carried out by the public sector (lower rate) or by the private sector (higher rate).
- 2. Using a cost of capital for the business as a whole (e.g., the weighted average cost of capital or WACC corresponding to the cost of financing) in the assessment (NPV) of all its investments rather than using a specific cost of capital for each project, properly assessed against the risk of that particular project.
- 3. Using a single cost of capital or discount rate for a project that is dependent upon several factors or sources of risk.
- 4. Using a discounting method such as NPV that fails to quantify the value of managerial flexibility in the development, implementation and/or continuation of a project in a changing and volatile environment.

This *Commentary* deals mainly with the first mistake, which is particularly relevant to the public sector. Nevertheless, in Section 21:4 we briefly discuss the other three mistakes because of their sometimes pernicious presence in public and private organizations and their potential for value destruction.

With the management of some public services increasingly delegated to private sector organisations and the emergence of more complex risk-sharing arrangements with the private sector, among other developments, the determination of an appropriate public discount rate has taken on even greater importance, especially as it pertains to the risks involved in assessing public projects.<sup>27</sup>

---

<sup>27</sup> Recent books, articles and studies including, among many others, GOLLIER (2011), BURGESS AND JENKINS (2010), HARRISON (2010), SICK (2009), BOARDMAN, MOORE AND VINING (2010), LOPEZ (2008), AZAR (2007), Montmarquette and SCOTT (2007), YOUNG (2002), DASGUPTA, MÄLER AND BARRETT (2000) and PEARCE AND ULPH (1995) reflect this unabated and steadily renewed interest in the relations between risks and social discount rates for public project evaluation. In most if not all of the

We often hear that the private sector is in a good position to manage project costs and meet deadlines, but not, generally, to fund or finance projects. The underlying argument runs as follows: because the interest rate on government borrowings (the government's financing cost) is lower than what is available to the private sector, the cost of goods or services will necessarily be lower if it is *funded* by government. However, there is confusion between the cost of financing and the cost of capital (or discount rate) that stems from an analytical error in assessing the true cost of public funds. This is a subtle but important error that is widespread in both the public and private sectors as well as in academia.

It is important to mention that we are not dealing with all aspects of evaluating public investment projects.<sup>28</sup> This *Commentary* relates mainly to the distinction between the discount rate to be applied in the evaluation of public projects and the interest rate at which a government finances its activities.

## 21:2 - ORIGIN OF THE PUBLIC SECTOR'S LOWER FINANCING COSTS

It is undeniable that the public sector can generally borrow at lower interest rates than the private sector. But why is the cost of financing lower for a public sector enterprise if it is involved in the same activities and in the same way as a private sector company—same technology, same inputs, same markets, same price—and, therefore, faces the same risk factors?

The answer is that a government has the power to levy additional fees and taxes to compensate and repay lenders if its projects incur cost overruns and/or lower than expected benefits. The interest rate paid by the public sector reflects the fact that, through its taxing power, it implicitly subscribes loan insurance wherein all taxpayers act as the insurer. This means that lenders to the public sector require only a small risk premium regardless of the project.<sup>29</sup>

---

above sources, the analysis suffers from neglecting the above four “mistakes”, in particular the first one –HARRISON (2010) is a notable exception here– which is the specific subject of this *Commentary*. The worldwide significant and increasing indebtedness of the public sector may in part be due to faulty public investment analysis.

<sup>28</sup> For example, we do not deal directly with the specific role of discounting future cash flows to bring them to a common basis in today's dollars. Further, we are not dealing with the estimate per se of cash flow, cash benefits and costs, or the assessment of non-cash flow benefits or costs and their expression in monetary equivalents, risky or not. Neither do we refer to externalities, induced effects or eviction effects of public projects, although they may be relevant to their evaluation. We also do not deal with the role or the inclusion of taxes, as benefits of a project or as payments for goods and public services such as roads, business law and social security, used in a project. We do not deal with the inclusion of normative elements (equity, distribution of income or wealth) versus descriptive elements (efficiency and effectiveness, opportunity or alternative costs) in the value assessment of projects. Neither do we refer to various market imperfections that may be relevant such as distorting taxes, fixed prices and wages. Finally, it is important to note that we will not deal directly with the determination of the risk-free discount rate reflecting the time-preference rate; in this context, we do not address the problems of endogenous preferences and time consistency. On the other hand, our analysis does not exclude the possibility that the public sector considers the various effects of a project on public consumption and private investment, but in this case it is better to express the non-market benefits and costs (externalities, induced effects) in terms of their monetary equivalents that are clearly risky -see BRADFORD (1975), BOYER (1979), DASGUPTA, MÅLER AND BARRETT (2000), and the synthesis effort of GOLLIER (2011).

<sup>29</sup> The liquidity of securities is undoubtedly a factor in explaining the difference in rates, but this liquidity is directly related to the option or implicit insurance that the government enjoys. In addition, rates of various securities guaranteed by government may differ from the government rate because of the expected transaction costs to validate such guarantees. Regardless of those differences, probably transactional in nature, it remains essential to distinguish the evaluation issue from the financing issue. The risk of a project must be taken into account in the assessment, regardless of the identity of the promoter and the financing method.

As shown in Appendix, the risk premium required by the lender will depend on several factors: the probability of default, the estimated loss in case of default and an assessment of the systemic (non-diversifiable) risk associated with these two quantities. A lender is not directly interested in the borrower's identity (public versus private) when determining the risk premium, the only important factors being the probability of default and the loss in case of default. The lender will, however, show an indirect interest in the public sponsor if the latter provides a complete risk insurance borne by taxpayers, since this has the effect of reducing to zero the loss in case of default, thereby implying a zero risk premium. As such, if a project fails, the public sector can repay the loan by increasing taxes or by reducing the number and/or quality of public services – in effect requiring compensation from the insurer (i.e., the taxpayers).

For the tax-paying public, the right and power of the state to demand additional contributions as required comes with a cost. This cost is real, but generally not acknowledged. It corresponds to the value of the financial option (or insurance policy) granted by taxpayers to the government to obtain from them additional funds to cover a project's possible non-profitability. The lower cost of funding is mainly due to the unaccounted implicit cost of this option or insurance policy held by a government. If citizens gave a private company a similar option, i.e., the right to levy a tax if it was in financial distress, the private company could finance its activities at a rate similar to that of a governmental agency.

All lenders require a premium related to the risk of default and associated potential loss. If the risk is borne by an insurer, represented here by the taxpayers, then the taxpayers should demand an equivalent risk premium: for a public project proponent, the requirement of a risk premium by the lender or its insurer (the taxpayers) is equivalent and must be taken into account. The proponent must then evaluate the project, taking into account the risk premium in order to avoid unduly depriving taxpayers.

In the investment community, there is much confusion between the risk ultimately borne by taxpayers and the cost of government funding which, reflecting the lender's point of view, does not take into account the cost of the implicit insurance provided by taxpayers to their government. This translates into a subtle, but undeniable error.

In the analysis of PPP partnerships, for example, one must be careful in comparing the commitments of the different partners, namely the first partner – client or principal – and the second partner – supplier or contractor. The analysis of the commitments of the first partner should be based on the risks incurred by that partner whether public –in a public-private partnership- or private –in a private-private partnership. Similarly, the analysis of the commitments of the second partner should be based on the risks incurred by that partner. In a PPP, the risks incurred by the partners are very different and should be assessed accordingly. But the evaluation of the project by the first partner whether it is public or private should be the same. The value of a PPP formula actually lies in the sharing and more effective management of risk, along with the more rigorous management of costs and schedules made possible by a better alignment of incentives, but not because of the public or private nature of the partners.

To conclude, the argument that government funding is less expensive than private funding is not only wrong but also, unfortunately, ubiquitous in debates on public investment, especially for large infrastructure projects. This error is directly related to the determination of the appropriate discount rate for the evaluation of public investment, specifically how the risk of a public project is taken into account in cash flow stream discounting.

## 21:3 - THE PUBLIC SECTOR CANNOT AND SHOULD NOT IGNORE SYSTEMIC RISK

The confusion in assessing the public sector's cost of financing and cost of capital has led many economists to suggest using the cost of government financing, essentially a risk-free rate, to discount the cash flows of public projects. Two main reasons are provided to justify this practice.

For one, these economists say that the government is able to finance its projects by borrowing at a risk-free rate and that this justifies not incorporating a risk premium to the discount rate because the risk does not appear in the government's cost of financing. As discussed in the previous section, this view stems from the confusion between the cost of financing and the cost of capital. Since the risk in government-financed projects is borne by taxpayers rather than by lenders, such lenders will require no risk premium on their loans. On the other hand, taxpayers will or should require, implicitly if not explicitly, that the project compensates them for the risk incurred, and the government must take this into account when determining the project's cost of capital (for an example, see Box 3).

Secondly, it is argued that the government has a significant portfolio of projects and, therefore, the risk is completely discharged through the diversification effect. As shown in Appendix, if the systemic risk associated with a portfolio of projects is not nil, this statement is false.

These two "reasons" result from analytical errors in the evaluation of public investment projects and, as such, promote value destruction rather than value creation. For a given project, an investor must be compensated for non-diversifiable risk characterized by the correlation between the return on the project and the return on the overall market portfolio. Therefore, the discount rate for any particular project – public or private – should reflect the project's level of systemic risk.

Assuming that government has no interest at heart other than that of the citizens it represents, the allocation of public funds should follow the same principles used in the allocation of private funds since in both cases the funds come from the same source, the taxpaying citizens. Thus, a dollar to be received at moment  $t$  should have more value for typically risk-averse taxpayers if the correlation with general economic conditions is low. As a result, using the risk-free rate as the discount rate will lead to an error proportional to the project's non-diversifiable systemic risk as shown in Appendix.

Although the government does not usually relate its borrowing to the funding of specific projects, it remains true that regardless of the project, loan or subsidy, the implicit guarantee taxpayers grant the government allows it to offer the lender an essentially risk-free investment. Taxpayers do not get the same deal.

## 21:4 - THREE OTHER ANALYTICAL MISTAKES WHEN ASSESSING PROJECTS

In this section, we briefly discuss the three other important mistakes identified in the introduction. These three mistakes are just as damaging as the one above, but we provide only an overview here given the limited space available.

When using the company's cost of capital as a whole (WACC) in the assessment of its investments, one will undervalue the risk of some projects whose level of risk is higher than the average risk of the company's project portfolio, thus over-investing in those projects. Similarly, one will overestimate the risk of other projects whose risk level is lower

than the average risk of the company's project portfolio and, as a result, under-invest in such projects. Ultimately, this causes a potentially large destruction of value in the company. When assessing a particular project, we must use a discount rate or cost of capital specific to this project, pegging it to the project's specific systemic risk level.<sup>30</sup>

Concerning the mistake made by using a single cost of capital in assessing a project when it is dependent on several sources of risk, BOYER AND GRAVEL (2006) show that the NPV methodology is at variance with or violates the principles of additivity<sup>31</sup> and of no arbitrage opportunities.<sup>32</sup> The use of a single discount rate for a project's net cash flows is the main problem, even when the rate is risk-adjusted. We cannot avoid considering separately the cash-flow components that are dependent on different sources of risk and assigning them a risk premium of their own. The optimized net present value or O-NPV developed by BOYER AND GRAVEL (2006) overcomes the shortcomings of the standard NPV and, in the presence of multiple sources of risk, restores the correctness of investment choices with an objective of creating wealth.

Finally, when managers may intervene in the development, implementation, tracking and/or future of a project by reacting to a changing and volatile environment, the traditional NPV must be replaced with real option valuation (ROV) that integrates the value of managerial flexibility in the project's value. This is because traditional NPV implicitly assumes that a company investing in a project passively holds the underlying assets for the life of the project. NPV therefore neglects the value of active management.

In the presence of managerial flexibility, investments, in particular strategic investments, can be seen as portfolios of real options that managers exercise at the appropriate time. Managers are expected to respond to future events and market developments as well as to changes in the intensity of competitive forces. The NPV methodology does not have the flexibility to account for managers' expected flexibility options. These options are similar to financial options but are generally more complex. However, they can be evaluated using similar methodology. Neglecting them produces a bias, usually downwards, in project evaluation.<sup>33</sup>

## 21:5 - ECONOMIC POLICY IMPLICATIONS

Funding costs and discounted cash flows in the presence of risk must be considered separately when evaluating public projects. The public sector's advantage with respect to financing costs is primarily related to the implicit risk insurance provided and supported by taxpayers. Since the government has a responsibility to protect the collective, or taxpayers', wealth, these elements must not be ignored when doing a cost-benefit assessment.

---

<sup>30</sup> KRUGER, LANDIER AND THESMAR (2011) verify investment biases empirically and measure the value destruction caused by this mistake in businesses.

<sup>31</sup> The additivity principle states that the value of a portfolio of independent projects must be equal to the sum of its constituent projects. We must, therefore, be able to evaluate a sequence of cash flows broken into several components by the sum of the evaluations of these various components.

<sup>32</sup> An arbitrage opportunity can be defined as an investment strategy at no cost (no net-cash outflow) that promises a positive return in some states of nature while having a zero probability of loss. The principle of no arbitrage states that in developed markets populated by rational agents, arbitrage opportunities for all practical purposes should be rare and of short duration or non-existent. If an arbitrage opportunity arises, the agents would exploit it immediately, and it would quickly disappear. In other words, "there is no free lunch," especially in the world of public or private finance.

<sup>33</sup> DIXIT AND PINDYCK (1994) authored a classic reference book on real options, and CHEVALIER-ROIGNANT AND TRIGEORGIS (2011) is the source on strategic real option valuation; see also BOYER, CHRISTOFFERSEN, LASSERRE AND PAVLOV (2003), and BOYER AND GRAVEL (2012a, 2012b).

## BOX 1

### ASSESSING VALUE FOR MONEY (Infrastructure Ontario)

The approach used by Infrastructure Ontario (IO) to evaluate and compare the public sector delivery cost of a project with the private sector delivery cost of the same project is in part fundamentally and fatally incorrect. The IO approach is likely to generate important losses of potential value for the taxpayer.<sup>34</sup> We identify four problems in this IO approach.

According to the IO 2007 *Guide* (page 10): “Total financing costs under AFP [private sector Alternative Financing and Procurement] are typically higher than public sector financing costs because the private sector borrows at a higher rate than the Province. This is a common criticism of the AFP.” As we have demonstrated, the public sector observed cost of borrowing hides a significant cost of raising public funds, namely the cost of the implicit insurance policy or financial option granted to the government by taxpayers allowing the government to request additional money if necessary, through taxes and other fees, to compensate and repay lenders. Therefore, the evaluation methodology followed by IO will often lead to wrong decisions.

The *Guide* also states regarding risky costs: “[T]he discount rate chosen should match the uncertainty inherent in these cash flows. Since higher risks require higher returns, one could argue for a higher discount rate (i.e., risk-free rate plus risk premium) to capture the uncertainty in the project costs. However, this leads to the *counterintuitive result of future uncertain costs being heavily discounted* leading to a project appearing less costly in present-day dollars as a result of this increased risk. An appropriate method *to avoid this result* is to quantify the embedded uncertainty in costs through a comprehensive risk assessment” (italics added, page 15). This quote reflects a second shortcoming of the IO approach. It stems from the view that a lower discounted value of costs when costs are riskier is counterintuitive. It may be counterintuitive, but it is nevertheless correct! The reason why this so-called counterintuitive result is correct is that risky costs, assuming that the systemic riskiness of costs is properly measured, act as a form of insurance against the fluctuations of the market: if costs are systematically riskier, it means that they are high when market returns are high and low when such returns are low. This makes the project more valuable and should not lead to manipulations (or “comprehensive risk assessment” in IO’s vocabulary) to “avoid this result.”

Third, IO calls for applying the same discount rate to any publicly delivered project, namely the same risk-free rate for all projects. As we have shown above, using a unique discount rate would be value destroying insofar as some projects may be subject to multiple sources of risk: some valuable (positive NPV) project delivery will end up being rejected and some non-valuable (negative NPV) project delivery will end up being accepted.

Finally, the IO approach invokes (page 15) that “As the public sector financing rate reflects the virtually unlimited taxing power of the crown to repay its debt, crown borrowings are viewed as risk free” to justify a risk-free discount rate. Indeed, those Crown borrowings are seen as risk free by the lenders, but certainly not by taxpayers who will be called to foot the bill if the public projects turn out to be less profitable than expected, if not disastrously so.

In evaluating an investment project, risk assessment should not differ according to the entity (public versus private) undertaking the project.<sup>35</sup> Our analysis shows that there is essentially no significant difference in cost of capital (including all components) for a given project between the public and private sector.

<sup>34</sup> The procedure at Infrastructure Québec raises similar problems, but since the process is explicit and transparent in Ontario, while it is rather opaque in Quebec, we will stick to Infrastructure Ontario.

<sup>35</sup> KLEIN (1997) deals with the consideration of risk when assessing public projects from an approach similar to ours, at least in spirit. Klein considers a project with a single source of risk and concludes that the discount rate adjusted for the risk of a project

We may, therefore, wonder about the merits of subsidies and loan guarantees granted by a government to private companies based on the argument that the cost of government funding is lower than that of the private sector. Many public projects are routinely assessed on the basis of this faulty logic (see Box 1).<sup>36</sup>

We may also question whether it is appropriate for a government to hold a portfolio of risky investments rather than repay its debt, under the pretext that there may be a long-term capital gain or profit equal to the difference between the cost of government funding and the performance of said portfolio (see Box 2).

## BOX 2

### INVESTING v REPAYING THE DEBT (Québec *Fonds des générations*)

The Québec Government created the *Fonds des générations* in 2006. The Fonds is dedicated to the future repayment of public debt and to inter-generational equity, sustainable social programs and prosperity.

The Fonds reached \$4.4 billion by the end of March 2012 and is expected to more than double to \$10.1 billion by 2016. Since its inception, the Fonds has posted a relatively low 2.2% average annual return, in part due to the financial crisis, compared to the government's average annual cost of financing of 4.4% over the same period (Joanis 2012).

At the time of the inception of the Fonds, the Department of Finance calculated that the cost of debt financing was 6.9 percent over the 1995 to 2005 period, compared to a rate of return of 9.4 percent at the Caisse de dépôt et placement du Québec: hence the expected profitability of the Fonds.

As shown here, this comparison is flawed, since the first rate does not consider the cost of the implicit insurance policy or financial option granted to the government by taxpayers allowing the government to raise taxes and other fees if necessary to compensate and repay lenders, while the Caisse's rate of return includes a significant risk premium.

On the other hand, the existence of the Fonds may be seen as a constant reminder that the government must contribute each year to the Fonds and therefore implicitly repay the provincial debt, this being something it could otherwise easily neglect.<sup>37</sup> At the time of the September 2012 provincial election, the Parti Québécois platform called for the immediate use of the Fonds to repay the provincial debt, but this element of the party program was scrapped after the election of the PQ minority government.

These examples raise the critical question: what is the best way for a government to assess and make transparent the cost of subsidies and other forms of assistance to businesses? Those grants and subsidies may be unavoidable but they represent for the taxpayers' risky commitments, the cost of which must be determined.

A procedure applicable to the vast majority of government-supported initiatives would be to submit the project to an auction: the government would offer a number of local and international financial consortia to take responsibility

---

should be the same, regardless of the public or private nature of the entity undertaking the project. Klein concludes his analysis by stating that a given investment should be made by the public or private sectors depending on the effectiveness and efficiency provided by either sector in completing the investment. However, the discount rate should be the same for all practical purposes.

<sup>36</sup>Having said this, the justification for such subsidies and guarantees may refer to various market failures (including financial markets), so that these projects could not be completed without the government's financial involvement, regardless of their economic or social viability. In such cases, the social cost of public funds must still be properly determined so that the decision is actually wealth-generating.

<sup>37</sup> Initially, the Fund was to be provisioned mainly through hydro royalties to be paid by Hydro-Québec and private producers of hydroelectric power and, depending on the evolution of the situation, by other sources of income identified by the government. The 2013/14 provincial budget includes the following contributions to the Fonds des générations: revenues that result from the indexation of the price of the "heritage electricity pool" from 2014 (i.e., \$95 million in 2014/15; \$190 million in 2015/16; \$290 million in 2016/17 and \$395 million in 2017/18); all mining royalties from 2015/2016 (\$325 million yearly); future Hydro-Québec cost savings fixed at \$215 million per year as of 2017/18, in part resulting from the decision to abandon the Gentilly 2 nuclear plant; and \$100 million per year from 2014/15 from the increase in the alcohol tax.

for the project, bearing the costs and collecting repayments at levels and conditions determined by the government, in exchange for a premium paid by the government. Obviously, if a government sets up an aid and/or subsidy project for a company or companies, it means that the conditions attached to the project are more business-friendly than those available on the financial markets. This explains the premium that would be required by the consortia called upon to take charge of the project. For the government, the anticipated cost of the project is equal to this premium, the most favourable one generated by the auction. It could and should consider this premium as a budget expenditure (see Box 3 for a practical example of what would be entailed by this suggestion).

Various models for the contract with the selected consortium could be considered such as annual payments for a few years or variable payment options, as well as the possibility of the government taking over the project. Alternatively, the government could take out an insurance policy to ensure that the project will be carried out, with taxpayers fully compensated for the risks involved.

### BOX 3

#### DETERMINING THE COSTS OF SUBSIDIES AND GUARANTEES THROUGH AUCTIONS

The federal and provincial governments often grant loans, subsidies or other financial support to private firms as a contribution to the development of new products or to ensure the very survival of firms in difficult financial positions.

Consider the hypothetical case of different levels of government coming together to provide comprehensive financial assistance to a private firm for the development of a risky project or product tied to some repayment terms.

A proper assessment of such business support measures offered by governments not only requires disclosure of the characteristics of the measures including repayment terms but also that the benefits and costs can be quantified, especially in highly volatile markets involving significant risks. Various support measures are often justified and criticized with opportunistic political arguments, which is an obstacle to the pursuit of efficiency and transparency.

To make possible an explicit and objective assessment of the costs of these publicly financed support measures or contracts, they should be transferred to the competitive sector at market value. How could this market value be determined? Answer: By auctioning off such measures or contracts (both the commitments in terms of loans and investments and the repayment provisions). If the best bid requires the government to compensate the winning consortium for accepting the responsibility of the support measure or contract, this amount would be entered as an expense in the government budget. This amount is indeed for taxpayers the best estimate of the expected cost or net benefit of the measure or contract.

This sanction by the market would also allow citizens to verify that their government is defending and protecting their interests.

## 21:6 - CONCLUSION

In this *Commentary*, we have shown how and why the standard methodology used for the evaluation of public projects suffers from serious flaws, particularly with respect to the use of a discount rate corresponding to the government's cost of financing. Our analysis suggests that the underlying rationale for this approach stems from an analytical illusion that the cost of capital incurred by the private sector to undertake a project is higher than the cost of capital incurred by the public sector to undertake the same project.

This analytical illusion is due to the fact that a significant portion of the government's cost of capital is unaccounted for or not recognized; i.e., the implicit option granted by taxpayers to their government to require additional funds in order to meet the commitments made to the lenders when a project does not meet the expected level of profitability. Discounting at an essentially risk-free rate is often justified by "the virtually unlimited taxing power of the Crown" (Infrastructure Ontario)—the project appears risk-free to lenders, but is obviously not risk-free for taxpaying citizens.

We have identified the implications suggested by our analysis with respect to the evaluation of public investments and relevant public policies such as direct subsidies to businesses, government endorsements of corporate borrowings, the comparison of public sector versus private sector delivery of public projects and holding a portfolio of risky investments dedicated to the future repayment of the debt. It goes without saying that other evaluations of government policies and interventions could be similarly challenged.

Unlike the current methodology that evaluates public investment projects essentially by discounting flows at the rate at which the government can finance its debt, we must instead define and measure the systemic risk of each specific project and discount the cash flows or cash equivalents of the project in question at a cost of capital properly pegged to this systemic risk. The result: different discount rates for different projects with different levels of systemic risk. Generally, for a project characterized by a given level of systemic risk, the discount rate to be used should not depend on the public or private nature of the company or organization that undertakes it.<sup>38</sup>

Given the significant value destruction potential entailed by the standard approach to the evaluation of public policies and projects, a thorough and urgent examination of this approach and its components should be undertaken.

## 21:7 - REFERENCES

AZAR, SAMIH A. 2007, "Measuring the U.S. social discount rate," *Applied Financial Economics Letters* 3(1), 63-66.

BOARDMAN, ANTHONY E., MARK A. MOORE AND AIDAN R. VINING 2009, "The Social Discount Rate for Canada Based on Future Growth in Consumption," *Canadian Public Policy* 36(3), 325-343.

BOYER, MARCEL (1979), "Le rôle du gouvernement dans la formation du capital," in Claude Montmarquette (ed.), *Économie du Québec et choix politiques*, Presses de l'Université du Québec, 189-210.

BOYER, MARCEL, PETER CHRISTOFFERSEN, PIERRE LASSERRE AND ANDREY PAVLOV, 2003, "Value Creation, Risk Management and Real Options," CIRANO 2003RB-02, 27 pages, <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2003RB-02.pdf> (published also in *ICFAIAN Journal of Management Research* III (10), October 2004, 42-62).

BOYER, MARCEL AND ÉRIC GRAVEL 2006, « Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O) », *Assurances et Gestion des Risques* 74(2), 163-185.

BOYER, MARCEL AND ÉRIC GRAVEL 2012a, « Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas », CIRANO 2012s-26, 63 pages, <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2012s-26.pdf> . See also chapter 16.

---

<sup>38</sup> However, the flows to be discounted may differ to the extent that different companies or organizations responsible for the project have different reporting environments. For example, the presence of externalities and induced effects may be relevant to the public sector but not to the private sector. If this is the case, the discount rate to be used may differ to the extent that the project's level of systemic risk depends on the relevant reporting environment to be considered. Such differences in reporting environments require that they be clearly and properly identified, justified, and measured.

BOYER, MARCEL AND ÉRIC GRAVEL 2012b, "A Real Options Analysis of TransEuropean Telecommunications Wireline Video Deployment," CIRANO 2012s-25, 51 pages, <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2012s-25.pdf> . See also chapter 13.

BRADFORD, DAVID F. 1975, "Constraints on Government Investment Opportunities and the Choice of Discount Rate," *American Economic Review* 65(5), 887-899.

BURGESS, DAVID F. AND GLENN P. JENKINS (eds.) 2010, *Discount Rates for the Evaluation of Public Private Partnership*, McGill-Queen's University Press.

CHEVALIER-ROIGNANT, BENOIT AND LENOS TRIGEORGIS 2011, *Competitive Strategy: options and games*, MIT Press.

DASGUPTA, PARTHA, KARL-GÖRAN MÄLER AND SCOTT BARRETT 1999 (revised 2000), "Intergenerational Equity, Social Discount Rates and Global Warming," in Paul Portney and John Weyant (eds.), *Discounting and Intergenerational Equity*, Resources for the Future (Washington).

DIXIT, AVINASH K. AND ROBERT S. PINDYCK 1994, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.

GOLLIER, CHRISTIAN 2011, *Le Calcul du risque dans les investissements publics*. Centre d'analyse stratégique (#36), Bureau du Premier Ministre, La Documentation Française, 240 pages.

Gouvernement du Québec. 2006. *Le Fonds des générations*.

<http://www.budget.finances.gouv.qc.ca/fondsdesgenerations/LeFondsGen.pdf>

HARRISON, MARK 2010, *Valuing the Future: the social discount rate in cost-benefit analysis*, Australian Government Productivity Commission, 192 pages.

Infrastructure Ontario 2007, *Assessing Value for Money: A Guide to Infrastructure Ontario's Methodology*, Queen's Printer for Ontario.

JOANIS, MARCELIN 2012, "Dettes publiques, pourquoi insister sur l'urgence d'agir ?" ASDEQ, May.

KLEIN, MICHAEL 1997, "The Risk Premium for Evaluating Public Projects," *Oxford Review of Economic Policy* 13(4), 29-42.

KRUGER, PHILIPP, AUGUSTIN LANDIER AND DAVID THESMAR 2011, "The WACC Fallacy: The Real Effects of Using a Unique Discount Rate," TSE Working Papers Series #11-222, February.

LOPEZ, HUMBERTO 2008, "The Social Discount Rate: Estimates for Nine Latin American Countries," World Bank, Latin America and the Caribbean Region, Office of the Chief Economist, Policy Research Working Paper 4639, 19 pages,

<http://elibrary.worldbank.org/docserver/download/4639.pdf?expires=1377385280&id=id&accname=guest&checksum=CFEE64EA721930C54B5CB814B2E5F2A0>

MONTMARQUETTE, CLAUDE AND IAIN SCOTT 2007, "Taux d'actualisation pour l'évaluation d'investissements publics au Québec," CIRANO 2007RP-02, 35 pages, <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2007RP-02.pdf>

PEARCE, DAVID AND DAVID ULPH 1995, "A Social Discount Rate for the United Kingdom," Centre for Social and Economic Research on the Global Environment, Working Paper GEC 95-01, 25 pages,

<http://www.cserge.ac.uk/publications/cserge-working-paper/gec-1995-01-social-discount-rate-united-kingdom>

SICK, GORDON 2009, *Valuation and Capital Budgeting*, Haskayne School of Business, University of Calgary.

YOUNG, LOUISE 2002, "Determining the Discount Rate for Government Projects," New Zealand Treasury, Working Paper 02/21, 27 pages, <http://www.treasury.govt.nz/publications/research-policy/wp/2002/02-21/twp02-21.pdf>

## 21:8 - APPENDIX

### A.1 Determination of the risk premium for a borrowing

To illustrate our argument, consider the simple case of an organization that must borrow \$100 for one year to buy a quantity of natural gas valued at \$100 today that will be sold in a year at prevailing market prices. Let us assume that the probability of default  $P_D$  equals the probability that the project will not be able to repay the entire loan (\$100 plus interest at the end of a year), given the price of gas at  $t = 1$ .

To assess the value of the debt  $V_0$ , assuming that the lender bears the risk, we proceed as follows. Rather than weighing the various possible cash flows of a project or a loan by the probability  $(1 - P_D)$  of receiving such cash flows and discounting this expected cash flow at a risk-adjusted discount rate, we can, as is often done for the valuation of bond products, weigh the possible cash flow using the risk-neutral probability of default  $\tilde{P}_D$  which takes into account the risk premium in order to obtain the certainty equivalent cash flows and discount these back using the risk-free rate.

Assuming  $r_f$  is the risk-free rate,  $\tilde{r}$  is the rate required by the lender and  $L_D$  is the loss in case of default (expressed as a percentage of the amount owed),<sup>39</sup> we have today's value of the loan (asset) for the lender  $V_0$ :  $V_0 = e^{-r_f} [e^{\tilde{r}} (1 - \tilde{P}_D) 100 + e^{\tilde{r}} \tilde{P}_D (1 - L_D) 100]$ . At the time of the transaction, the rate  $\tilde{r}$  required by the lender will be determined by the condition  $V_0 = 100$ , which gives us the following expression for the risk premium:

$\tilde{r} - r_f = -\ln[(1 - \tilde{P}_D) + (1 - L_D)\tilde{P}_D]$ . In cases where government carries out the project, we assume a situation of full insurance for the lender  $L_D = 0$ , since the taxpayers and not the lender will absorb the losses, if any. In this situation, the risk premium associated with the loan is equal to zero:  $\tilde{r} = r_f$ .

### A.2 The consideration of risk in a portfolio of projects

The variance of returns associated with a portfolio of  $N$  projects can be expressed as

$$\sigma_{R_p}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

where  $w_i$  is the weight (value between 0 and 1, representing the relative importance of the project) of project  $i$  within the portfolio,  $\sigma_{ii}$  is the variance of project  $i$ 's returns, and  $\sigma_{ij}$  is the covariance between the returns of projects  $i$  and  $j$ , where  $i \neq j$ . Let us assume, without loss of generality, that each project has the same weight  $w_i = 1/N$  in the portfolio. In this case, the variance of portfolio returns becomes

$$\sigma_{R_p}^2 = (1/N^2) \sum_{i=1}^N \sigma_{ii} + (1/N^2) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \sigma_{ij}.$$

Let us assume  $L$  is the largest variance of project returns. The first term in the above expression is thus always smaller than or equal to  $(1/N^2)NL$ . In a portfolio with a large number of projects, this term tends to zero. Now suppose that

---

<sup>39</sup>For example, if at the time of default the loan balance (including accrued interest) is \$105 and the sale of the assets securing the loan generates \$80, the loss in case of default  $L_D$  expressed as a percentage of the loan will be equal to  $(\$105 - \$80)/\$100 = 25\%$ .

$\overline{\sigma_{ij}}$  is the average covariance of all pairs of projects. The second term of the above expression can then be written as

$$(1/N^2)N(N-1)\overline{\sigma_{ij}} = \overline{\sigma_{ij}}(1 - (1/N)).$$

With a very large number of projects, this term tends to  $\overline{\sigma_{ij}}$ .

For total elimination of risk through diversification, *all* projects in the portfolio must be independent (zero covariance). If the cash flows of a number of projects are correlated with general economic conditions, logically, these projects will be correlated, therefore, it will not be possible to reduce the variance of project-portfolio returns to zero. For all practical purposes, even with a very large number of "government projects," systemic risk persists.

### A.3 Evaluation error caused by the use of the risk-free rate

Using the risk-free rate for public sector project assessments leads to errors proportional to the level of the project's systematic (non-diversifiable) risk. For instance, the present value at the risk-free rate  $r_f$  of an uncertain amount  $V_t$  receivable at period  $t$  is equal to

$$V(r_f) = E[V_t]e^{-r_f t}.$$

Applying the capital asset pricing model with a single risk factor represented by the overall market portfolio, we get  $V(r_v) = E[V_t]e^{-r_v t}$  by discounting at the rate  $r_v = r_f + \beta_V(E[r_m] - r_f)$  with  $\beta_V = (\rho_{V_m}\sigma_V)/\sigma_m$ , where  $\rho_{V_m}$  the correlation between the cash flows of the project and the market portfolio, and  $\sigma_V$  and  $\sigma_m$  are respectively the volatility of project cash flows and of the market portfolio. If the particular project has no systemic risk, it is correct to use the risk-free rate, because  $\beta_i = 0$ .

Using the ratio of the two discounted values  $V(r_f)$  and  $V(r_v)$ , we have:

(A1)

$$\ln \left[ \frac{V(r_f)}{V(r_v)} \right] = \beta_V(E[r_m] - r_f)t$$

The mistake made in using  $V(r_f)$  instead of  $V(r_v)$  increases in significance with the level of the project's systematic risk ( $\beta_V$ ), the price of the risk ( $E[r_m] - r_f$ ) which is established on financial markets and the timing of the flow  $V_t$ . The situation is the same in the private sector. In expression (A.1), the level of risk  $\beta_V$  is calculated for the particular project.

# Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management

## CHAPTER 22

The original paper on which this chapter is based has been published by Marcel BOYER, Martin BOYER and René GARCIA (2013) under the title « Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management », *Quarterly Journal of Finance* 3(2), June 2013,

### 22:1 - INTRODUCTION

The most recent theories for explaining the corporate use of financial derivatives are decades old. The convexity of the tax schedule was introduced by MAIN (1983), the reduction of bankruptcy and financial distress costs were mentioned in BOOTH ET AL. (1984), the assessment of managerial quality was first proposed by DEMARZO AND DUFFIE (1995) and BREEDEN AND VISWANATHAN (1996), managerial risk aversion dates at least to STULZ (1984), and, finally, capital expenditure and investment planning was presented in MAYERS AND SMITH (1987)<sup>40</sup>.<sup>1</sup> Since then no new theory, that has survived empirical testing, has been developed to explain the need for financial risk management.

In this section we propose a characterization of the firm where variations in the market price of risk induce adjustments in the value-maximizing combination of projects undertaken by the firm. However, changing the portfolio of projects is costly since it means that the firm's specialists - that HART AND MOORE (2005) call plant or division managers - must agree and coordinate their efforts to alter the mix, thus creating conflicts if the specialists do not have the same information or objective<sup>41</sup>. We argue that financial derivative instruments help alleviate disagreements between the firm's specialists. Put differently, our contention is that financial risk management reduces coordination problems in complex modern firms.

We derive the prediction that the use of financial instruments will be more pronounced when the transformation possibility frontier (between the riskiness and expected value of project cash flows) is such that a small movement in

---

<sup>40</sup> STULZ (2004) provides a systematic review of the various theoretical justifications for risk management within a firm (SMITHSON AND SIMKINS, 2005). For the convexity of the tax schedule, see also SMITH AND STULZ (1985), GRAHAM AND SMITH (1999), GRAHAM AND ROGERS (2002), and GRAHAM (2003), as well as MACKAY AND MOELLER (2003) and ADAM ET AL. (2007) for the case of general cost convexity. For the lower expected cost of bankruptcy or financial distress, see also SMITH AND STULZ (1985), BLOCK AND GALLAGHER (1986), MAYERS AND SMITH (1990), NANCE ET AL. (1993), GECZY ET AL. (1997), and BODNAR ET AL. (1998). For managerial risk aversion, see also SMITH AND STULZ (1985) and TUFANO (1996). For improving the investment decisions and for better planning of a firm's capital needs, BESSEMBINDER (1991), LESSARD (1991), DOHERTY AND SMITH (1993), FROOT ET AL. (1993), and HOLMSTRÖM AND TIROLE (2000).

<sup>41</sup> Following discussions with senior corporate executives, we were comforted in the idea that coordination problems associated with major strategic activities, decisions, and investments were tackled by high-level committees involving senior executives from different business units, firm-wide management functions, and board representatives. A consensus must be reached before the reviewed investments, actions, and changes in activities can be pursued and implemented (ROBERTS, 2004). Similar issues are also highlighted in *The Renewed Finance Function - Extending Performance Management Beyond Finance*, CFO Research Services, CFO Publishing Corporation, November 2007.

the market price of risk will lead to important adjustments in the firm's portfolio of projects, a concept that we call reactivity. To test our model, we collected information for 269 large US firms for the years 1993 to 2004. We first show that there is a strong relationship at the industry level between the level of reactivity and the use of financial derivative instruments. We then show using firm level data that reactivity has a significant positive impact on the number of risks that a firm manages using financial derivatives, even after controlling for other variables traditionally expected to have a significant impact on the use of financial derivative instruments. Our results are indeed consistent with STULZ (1996) stating "*PERHAPS MORE PUZZLING, HOWEVER, IS THAT MANY COMPANIES APPEAR TO BE USING [FINANCIAL] RISK MANAGEMENT TO PURSUE GOALS OTHER THAN VARIANCE REDUCTION*" and GUAY AND KOTHARI (2003) suggesting that firms may be "*USING DERIVATIVES FOR PURPOSES OTHER THAN THOSE PREDICTED BY TRADITIONAL RISK-MANAGEMENT THEORY.*"

We consider the firm as a nexus of projects and activities that give rise to a distribution function of cash flows across states of nature and time. In the spirit of a mean-variance world we derive an efficient frontier representing the firm's set of feasible projects and activities in a space with the expected value and riskiness of cash flows as coordinates. In this context, we adopt the view that production and operations managers (POM hereinafter) aim mainly at raising the expected value of cash flows whereas real risk managers (RRM hereinafter) have as a main objective to reduce the riskiness of cash flows, thereby impacting the selection of projects and activities that give rise to the distribution of cash flows. This simplified structure captures, albeit in a much stylized way, characteristics of complex modern corporations: Problems in the distribution, communication, and processing of information as in BOLTON AND DEWATRIPONT (1984), the pervasive presence of specialists as in HART AND MOORE (2005), the limited control of business unit managers as in DESSEIN ET AL. (2006), and the decentralized functional authority framework as in ROBERTS (2004)<sup>42</sup>.

Given market conditions, all feasible combinations of projects and activities can be valued to identify the combination that maximizes firm value. As a result, firm value is determined by the portfolio of projects and activities and the market price of risk. As the market price of risk changes, a firm must adjust its portfolio of projects, thereby changing its aggregate distribution of cash flows, to achieve a new optimal position on its transformation possibility frontier. Depending on the shape of this frontier, the adjustments will be more or less pronounced. Movement towards the new optimal combination of projects may lead to disagreements between specialized functional managers or business units, given their respective specific objectives. We argue that the use of financial instruments act as a managerial-conflict resolution tool, thereby giving the financial risk manager a role as facilitator within the firm. As usual, we find in our context that, in the absence of such coordination frictions, there is no role for financial risk management since investors can undo any financial transaction by a firm (TITMAN, 2002)<sup>43</sup>.

The transformation possibility frontier includes implicitly both technological and strategic characteristics of a firm. Our representation therefore captures the ability of a firm to change its risk characteristics through changes in its portfolio of projects. These changes may increase the value of the firm by decreasing its cash-flow beta (STULZ, 2004) or by increasing it if doing so allows sufficiently higher expected cash flows. In the same spirit, we relate a firm's reactivity with respect to the market price of risk to its use of financial derivative products. Hence, in a world with no taxes, no bankruptcy, or financial distress costs, and no agency conflicts between the different classes of stakeholders, there still exists a value-adding role for financial risk management as a relatively inexpensive tool to facilitate coordination across managers.

We show that firms whose cash flows are more reactive to changes in the market price of risk will be those where managerial conflicts will be costlier, and thus should be in the direst need for conflict resolution. In that sense, the

---

<sup>42</sup> The trade-off between specialization benefits and coordination costs and the impact of such trade-off on organizational structure have been noted by many authors. See also BECKER AND MURPHY (1993) and BOYER AND ROBERT (2006).

<sup>43</sup> SMITH AND STULZ (1985) and JIN AND JORION (2006) discuss a hedging irrelevance proposition similar to the leverage irrelevance theorem of MODIGLIANI AND MILLER (1958): A firm cannot create value by hedging risks since investors bear the same cost of risk as the firm. This characteristic is present in our context as well.

simple theoretical and empirical findings we present support the idea that financial risk management alleviates coordination problems between different firm functions and divisions and reduces the cost of managerial conflicts. Our new rationale for corporate risk management theory, and the simple empirical test that we conduct, opens up a new area of research for further developing and testing the idea that the complexity of the modern firm may enhance the role of financial derivatives.

The remainder of the chapter is organized as follows. We present the model of the efficient frontier and the value of a firm in Section 22:2. Section 22:3 discusses the reactivity of firms to changes in the market price of risk and captures the coordination problems that may emerge between risk managers and operations managers. It stresses the important role that financial risk management can play in alleviating these coordination problems. In Section 22:4, we conduct an empirical study to investigate the link between the use of financial instruments and the concavity of the transformation possibility frontier. Section 22:5 extends the basic risk model and discusses several issues from an industrial organization and a regulatory perspective. We conclude in Section 22:6.

## 22:2 - THE FIRM AS A PORTFOLIO OF PROJECTS

### 2.1 - Preliminaries

A firm is defined as a nexus of projects representing all real activities, such as those related to investment and production, and giving rise to a transformation possibility frontier for cash flows. This frontier is the envelope of all feasible vectors of cash flows over states of nature and time periods obtainable from all projects characterizing and identifying the firm as an economic entity. Hence, it accounts for all human, technological, contractual, legal, and other constraints facing a firm. In the short term, a firm can modify its overall distribution of cash flows over states and time periods and switch from one distribution to another within its feasibility set by changing its portfolio of projects. In the long term, a firm can modify its feasibility frontier by changing constraints underlying the transformation possibility set, generally through technological and organizational innovations such as mergers, acquisitions and divestitures, or innovation and patent initiation.

If a firm can change its operations or increase its flexibility to significantly reduce its risk without changing expected cash flows, its market value will increase as the given expected cash flows will be discounted at a lower rate. Rather than characterizing a firm by its market beta, we see a firm as choosing, within its feasibility set, a portfolio of projects to obtain a distribution of cash flows that maximizes its value given the market price of risk. We therefore approach risk management from the general viewpoint of the economics of the firm rather than from the usual financial perspective, in the spirit of the early contributions of FAMA AND MILLER (1972) and CUMMINS (1976).

To set ideas, we characterize in Figure 1 a firm by two blocks, real asset management, and financial risk management. The first block is broken down into production and operations management (POM) on one hand, and real risk management (RRM) on the other. All activities within a firm, such as project selection, self-protection, and self-insurance activities, can be described along these two dimensions. Financial risk management is purposely set apart and involves all transactions carried out through the purchase or sale of financial instruments; we therefore separate real and operational activities from financial activities akin to the early contribution of MODIGLIANI AND MILLER (1958).

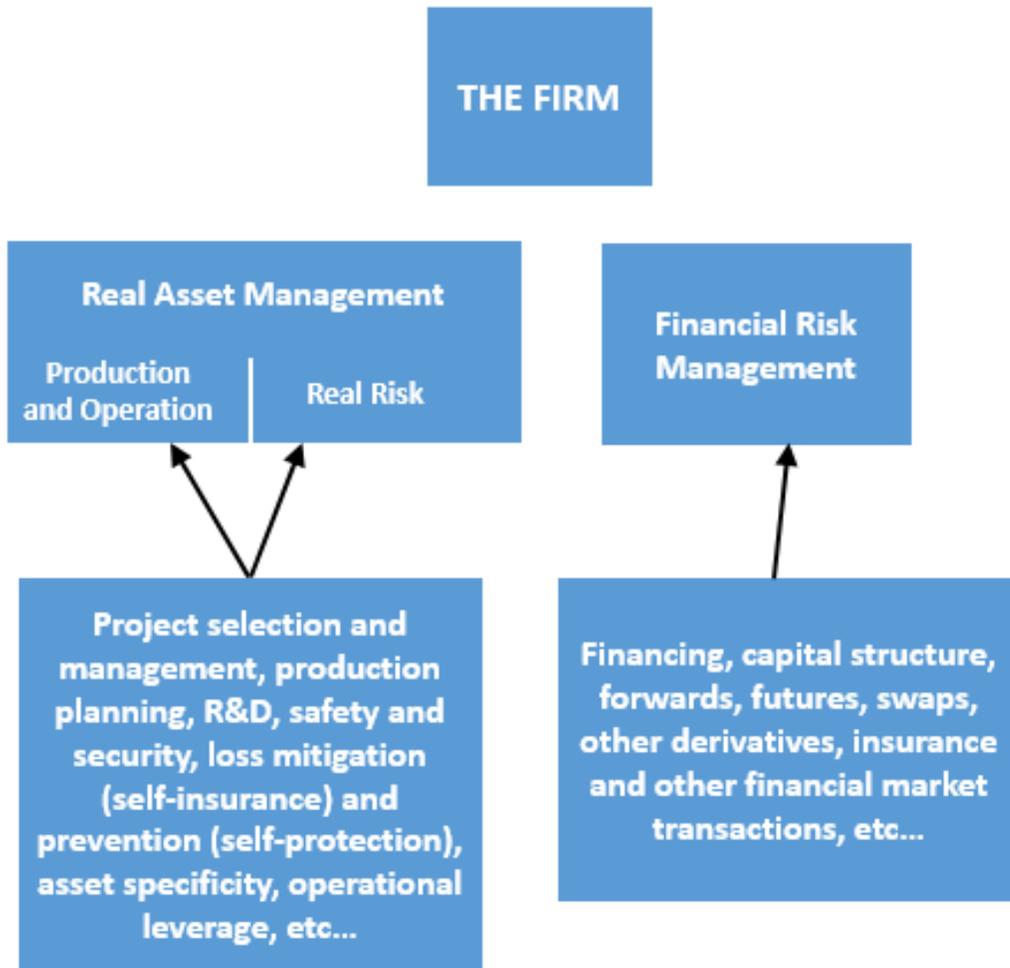


FIGURE 1. POM, RRM AND FINANCIAL RISK MANAGEMENT (FRM) IN THE FIRM

We first show how to construct the efficient frontier for a firm. This will involve the choice of a risk model to characterize the trade-offs between expected cash flows and risk. For simplicity, we start with a linear factor model, valid period by period, where all sources of risk are priced. We then establish how to calculate the value of a firm. It will involve deriving an optimal portfolio of projects given the market prices of risk factors.

## 2.2 - The possibility frontier and the market prices of risk factors

A firm is a technology by which cash flows  $cf_{st}^p$  related to various projects  $p \in \{1, 2, \dots, P\}$  defining a firm as an economic entity are distributed over or transformed between different states  $s$  and periods  $t$ , with  $s \in \{1, 2, \dots, S\}$ , and  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$  under technological, legal, or contractual constraints. The transformation possibility frontier of firm  $j$  (i.e., the envelope of all feasible cash-flow vectors) given its information set  $\Omega_0$  at time  $t = 0$  can be represented as

$$(22.1) \quad G_j(cf_{11}, \dots, cf_{st}, \dots, cf_{ST} | \Omega_0) = 0$$

where  $cf_{st}$  is the aggregate cash flow over all projects  $p$  in state  $s$  and period  $t$ . The envelope of all feasible cash-flow vectors is assumed to be concave.

A firm modifies cash flows through changes in its portfolio of projects. Characteristics of the vector of aggregate cash flows lead to the firm's evaluation by financial markets. Given its technological possibilities represented by (22.1), a firm chooses the mix of POM and RRM activities to reach the vector of aggregate cash flows that maximizes its value. Hence, the frontier  $G_j(\cdot) = 0$  must be understood as the frontier that emerges from the POM and RRM activities. We later discuss the representation of financial risk management activities in this framework.

For presentation clarity, we now describe a multifactor model with  $N$  orthogonal risk factors so that their mutual covariances are zero. We also assume, for simplicity, constant expected cash flows per period,  $E_s(cf_{st}) = E_j, \forall t$  and an infinite number of periods. The rate at which these constant expected cash flows should be discounted is given by:

$$(22.2) \quad ER_j = R_F + \sum_{i=1}^N \beta_{ji} (ER_i - R_F),$$

where  $ER_i$  is the expected return on risk factor  $i$ ,  $R_F$  is the risk-free rate, and  $\beta_{ji}$  is the measure of risk with respect to the  $i$ th factor. In such a setting, firm value is simply:

$$(22.3) \quad V_j = \frac{E_j}{ER_j}$$

Expressed in terms of cash flows, the security market hyperplane (22.2) takes the form:

$$(22.4) \quad E_j = V_j ER_j = V_j R_F + \sum_{i=1}^N V_j \beta_{ji} (ER_i - R_F),$$

Where  $V_j \beta_{ji}$  measures the risk of the firm's cash flows with respect to the  $i$ th factor:

$$(22.5) \quad V_j \beta_{ji} = V_j \frac{COV(R_j, R_i)}{Var(R_i)} = \frac{COV(V_j R_j, R_i)}{Var(R_i)} = \frac{COV(cf_j, R_i)}{Var(R_i)} = \frac{COV(cf_j, R_i)}{\sigma_i^2} = \rho_{ji} \frac{\sigma_{cf_j}}{\sigma_i}$$

where  $\rho_{ji}$  is the correlation between the firm  $j$  cash flows and the returns on the  $i$ th risk factor,  $\sigma_{cf_j}$  measures the volatility of the firm's cash flows and  $\sigma_i$  measures the volatility of the return on the  $i$ th risk factor. We can rewrite (22.4) as

$$(22.6) \quad E_j = V_j R_F + \sum_{i=1}^N \rho_{ji} \sigma_{cf_j} \left( \frac{R_i - R_F}{\sigma_i} \right)$$

or

(22.7)

$$V_j = \frac{1}{R_F} \left[ E_j - \sum_{i=1}^N \rho_{ji} \sigma_{cf_j} \left( \frac{ER_i - R_F}{\sigma_i} \right) \right]$$

Given market values of  $R_F$ ,  $E_{RI}$ , and  $\sigma_i$ , the value of a firm depends, in this context, only on  $E_j$  and the  $N$  scaled correlations  $SCOR_{ji} = \rho_{ji} \sigma_{cf_j}$  between a firm's cash flows and market returns on the different risk factors.

Relative to valuing a firm, the variables  $E_j$  and  $SCOR_{ji} \equiv \rho_{ji} \sigma_{cf_j}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  are  $N + 1$  sufficient statistics of all projects within a firm. The transformation possibility frontier (22.1) can therefore be rewritten in terms of  $E_j$  and  $SCOR_{ji}$  as the envelope of all feasible points:

$$(22.8) \quad H_j(E_j, SCOR_{j1}, \dots, SCOR_{jN}) = 0$$

We will work with this representation of a firm's technology<sup>44</sup>.

Defining a firm's feasibility set in terms of expected cash flows  $E_j$  and the  $N$  scaled correlation values  $SCOR_{ji}$  has several advantages. First, it allows the value of RRM and POM activities to be measured by their capacity to move a firm toward or along the frontier  $H_j(\cdot) = 0$  in the  $(E_j, SCOR_{j1}, \dots, SCOR_{jN})$ -space. A change in the mix of POM and RRM activities will usually generate a change of value. Second, it allows proper aggregation of risks at the firm level by establishing a functional relationship between risk factors and cash flows for the many projects or business units. Identifying risk factors that are common to the various projects and accounting for the dependencies between them is an important function, which can fall under the responsibility of a central unit or delegated to various units. The identification and measurement tasks are important functions of the chief operating officer, the chief risk officer, and the chief executive officer.

### 2.3 - The value of the firm

The value of a firm is generated by a mix of POM and RRM activities. For simplicity, one may represent POM (resp. RRM) as being intent on maximizing expected cash flows (resp. minimizing scaled correlations) for given scaled correlations of a firm's cash flows (resp. expected cash flows) with the  $N$  different risk factor returns. Both activities thus contribute to the overall objective of maximizing value. In reality, these functions are often diffuse in an organization and sometimes shared by the same division. In this context, the primary responsibility of higher level executives is to ensure that a firm's decision making process brings it on its frontier.

For further simplicity, let us assume that there is a single risk factor, namely the market portfolio risk. This will allow us to develop the main ideas in a simple graphical fashion. With  $SCOR_{jM} = \rho_{jM} \sigma_{cf_j}$ , we can write (22.6) and (22.7) as<sup>45</sup>

(22.9)

$$E = VR_F + V\beta(ER_M - R_F) = VR_F + SCOR_M \left( \frac{ER_M - R_F}{\sigma_M} \right)$$

<sup>44</sup> To draw the efficient frontier for a given firm, one needs the set of cash flows associated with the numerous projects defining the firm as a business entity along with the scaled correlations between the firm's cash flows and the returns on risk factors. Although the collection of such data is no small task, firms do undertake it, at least at some level of aggregation.

<sup>45</sup> We will drop the index of firm  $j$  when the context is clear and no confusion is possible.

(22.10)

$$V = \frac{1}{R_F} \left[ E - SCOR_M \left( \frac{ER_M - R_F}{\sigma_M} \right) \right]$$

From (22.9), we observe that  $\beta \leq [\geq] 1$  as  $SCOR_M \leq [\geq] V\sigma_M$ . We can illustrate the problem of a firm in the  $(E, SCOR_M)$ -space as in Fig. 2, where each dot represents a potential project or portfolio of projects with a  $(E, SCOR_M)$  pair of coordinates. All projects a firm can undertake are represented in that space where the frontier is constructed as the minimum level of risk obtainable for a given level of expected cash flows (MERTON, 1972).

We can represent iso-value lines as in Fig. 3. By definition, an iso-value line represents combinations of E and  $SCOR_M$  giving the same market value. From (22.10), iso-value lines are linear and parallel, with slope equal to the market price of risk

(22.11)

$$\theta_M = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}$$

The value V attached to a given iso-value line can be obtained by discounting the zero-SCOR expected cash-flow level ( $C_1$  and  $C_2$  in Fig. 3) at the risk-free rate  $R_F$ :  $V_1 = C_1/R_F$ ,  $V_2 = C_2/R_F$ . Firm value increases in the North-West direction.

The combination of expected cash flows (E) and scaled correlation between cash flows and market returns ( $SCOR_M$ ) that maximizes firm value is the combination at which the efficient frontier reaches the highest iso-value line. For that combination (point  $A_2$  on Fig. 3), the usual tangency condition holds:

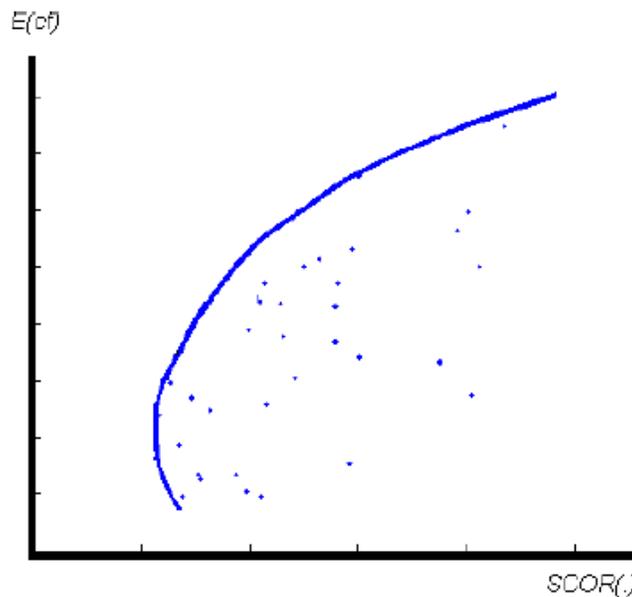


FIG.2. EFFICIENT FRONTIER GIVEN THE PORTFOLIO OF PROJECTS AVAILABLE TO THE FIRM.

**Proposition:** *To maximize its value, a firm must equate its marginal rate of substitution - the rate at which it can substitute POM and RRM activities while remaining on its efficient frontier - to the market price of risk:*

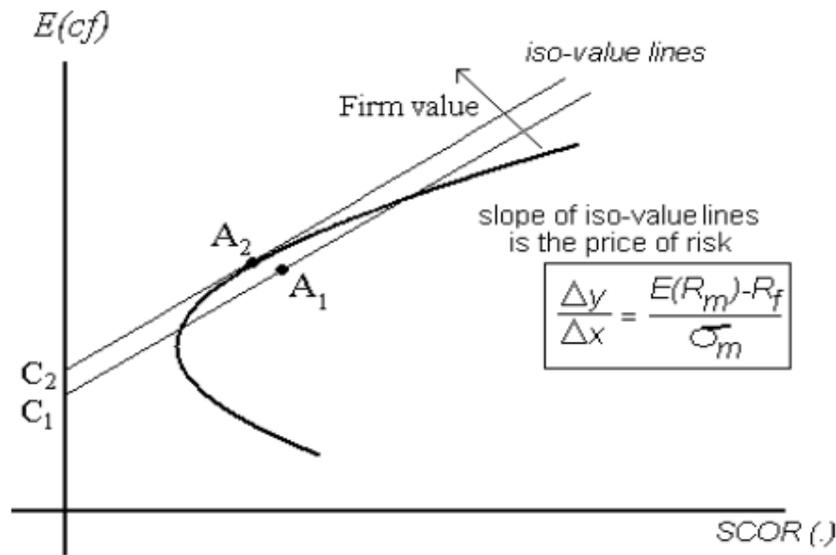


FIG. 3. EFFICIENT FRONTIER AND VALUE MAXIMIZATION OF THE FIRM GIVEN THE PRICE OF RISK

(22.12)

$$-\frac{\partial(POM)}{\partial(RRM)} = -\frac{\partial E}{\partial SCOR_M(cf_j, R_M)} \Big|_{H(E, SCOR_M)=0} = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}$$

At  $A_2$  on Fig. 3, a firm cannot reduce its scaled correlation without reducing expected cash flows. At point  $A_1$ , however, the scaled correlation can be reduced without affecting expected cash flows because point  $A_1$  is not located on the efficient frontier. A firm's POM and RRM strategies and policies are not efficient if they bring it to a situation such as point  $A_1$ . By better managing its real risk to reduce the scaled correlation of its cash flows, or by better managing operations to increase expected cash flows, a firm is able to increase its value. In this framework, the firm is assumed to maximize its value. Given that financial markets care about expected returns and risk, so does the firm. In so doing, the firm is not risk averse but rather sensitive to the way markets evaluate cash-flow distribution over states of nature and periods.

It is obvious that a N-factor linear model will be an immediate extension to the single risk factor model we just described. A firm will maximize its value at the point of tangency between an efficient hyper-frontier and the highest reachable iso-value hyperplane. For the purpose of illustrating the role of financial risk management and motivating our empirical application relating the efficient frontier to managerial conflicts and hedging activities, we will maintain a simple one-factor risk model.

## 22:3 - FIRM VALUE AND FINANCIAL INSTRUMENTS

Developments in the previous sections dealt mainly with real asset management. This section covers the role of financial risk management. Our main argument will be that financial risk management is a relatively inexpensive way to alleviate managerial conflicts that arise following changes in market conditions.

Clearly, changes in the price of risk alter the portfolio of projects and activities that maximizes firm value. Although the necessary changes in the portfolio of projects are the same with or without the presence of a financial risk

manager, his presence allows the firm to achieve these changes more efficiently. When the market price of risk changes, the extent by which a firm's portfolio of projects must change depends on the distance between the old and the new portfolio of projects. If the efficient frontier is relatively fat, the change in the optimal portfolio involves a rather important reshuffling of projects. On the opposite, a less important change is needed if the frontier is more concave. The precise measure of the reactivity of the firm to changes in the market price of risk will be discussed in the next section.

Whereas the transaction costs associated with financial instruments are low, coordinating changes in real operations through the implementation of new projects or the abandonment of existing ones typically generates conflicts across business units and managers. Moving from one optimal portfolio of projects to another involves a complex set of trade-offs in terms of increasing or reducing cash flows and increasing or reducing risk among the many organizational units of a firm, each mixing POM activities and RRM activities. We argue through a simple graphical illustration that financial risk management reduces the cost of implementing the desired changes in real operations. As a result, firms that are more reactive to changes in the price of risk (and thus more prone to be afflicted by managerial conflicts) are more likely to use financial derivatives to make real adjustments less costly.

To develop our argument while avoiding an unnecessarily complex modeling of the structural interactions in organizations<sup>46</sup>, we assume a separation of objectives between RRM, intent on reducing the SCOR value (that is, favoring projects that contribute to that goal), and POM, intent on increasing the E value. Conflicts therefore appear as the RRM will tend to oppose changes that increase the riskiness of cash flows (SCOR) whereas the POM will tend to oppose changes that reduce expected cash flows (E)<sup>47</sup>. Such a representation of the conflict between RRM and POM functions is admittedly extreme. It nevertheless characterizes in a simplified way the difficulties encountered when various managers need to coordinate their choices to maximize value. As mentioned above, major investments and policy or strategy decisions must typically gather a relatively large consensus among managers, executives, and board members before being undertaken.

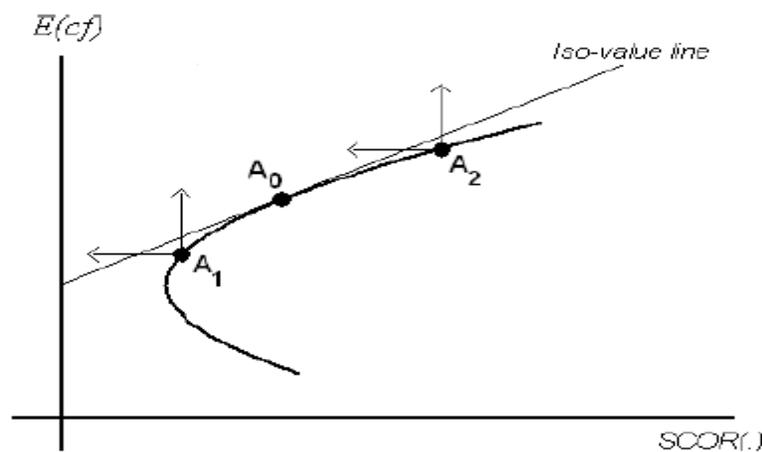


FIG. 4. COORDINATION PROBLEMS

<sup>46</sup> To understand and model these complex interrelationships, one needs to rely on the general theory of decentralization in hierarchies and on the theory of incentives under incomplete information. As evident in MOOKHERJEE (2006), the theory of incentives has ignored so far the decentralization of risk management objectives.

<sup>47</sup> In large corporations bonuses are usually linked to cash-flow performance targets and less so to risk measures. Even option-based compensation reward managers for cash-flow performance to the possible detriment of RRM activities. With respect to the compensation of RRM, GABLE AND SINCLAIR-DESGAGNÉ (1997) and SINCLAIR-DESGAGNÉ (1999) offer an audit-like procedure to assess managerial performance in the context of environmental (real) risk management and control. An excellent cash-flow performance of a manager may be penalized if the audit procedure reveals that it has been achieved to the detriment of proper risk management.

We sketch in Fig. 4 the coordination problems between RRM and POM in this simplified setting.

### 3.1 - Value creation coordination

Suppose, for some reason, that a firm finds itself at a point on its efficiency frontier to the left of the optimal mix of POM and RRM activities as represented by point  $A_1$  in Fig. 4. If the POM manager continues trying to increase  $E$  for a given  $SCOR$ , while the RRM manager keeps working to reduce  $SCOR$  for a given  $E$ , the firm as a whole finds itself trying to move in an infeasible North–West direction. The way out of this efficient but not value maximizing combination of POM and RRM activities is for the RRM manager to let the  $SCOR$  increase above its current level, providing the POM manager with some leeway to increase  $E$ . In so doing, the RRM manager must momentarily *destroy value*, by letting  $SCOR$  increase given  $E$ , giving the POM manager the flexibility to ultimately increase firm value. The same argument can be developed for point  $A_1$ . In this case the POM manager must let  $E$  decrease below its current level. In so doing, the POM manager must momentarily *destroy value* to give the RRM manager the possibility to reduce  $SCOR$ , thereby create value. In both instances, it is necessary for one manager to destroy firm value initially to allow the other manager to create value. This level of coordination is clearly difficult as the former manager must assume some career risk.

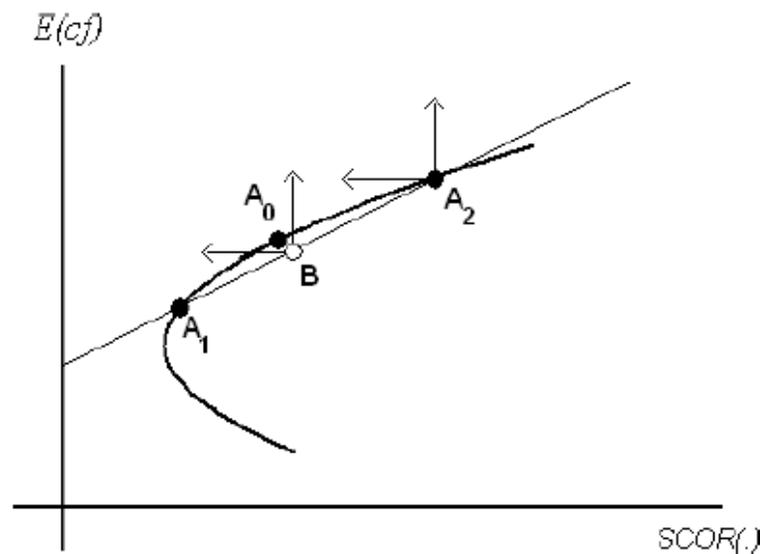


FIG. 5. VALUE OF FINANCIAL RISK MANAGEMENT

### 3.2 - Firm reactivity and value creation through financial risk management

We have thus far posited that in our framework with no taxes, no financial distress costs, no transaction costs of bankruptcy, and no agency problems, value is created within a firm only through its choice of real projects and activities<sup>48</sup>. This means that maximal value is created only through an optimal mix of real activities. As the market price of risk changes, the optimal  $E$ - $SCOR$  combination of projects also changes, thus potentially generating significant coordination problems. We will now show that financial risk management creates value by alleviating these coordination problems and reducing the cost of disagreement between managers.

<sup>48</sup> This statement is clearly reminiscent of Proposition III in MODIGLIANI AND MILLER (1958, p. 288): “. . . the cut-off point for investment in the firm . . . will be completely unaffected by the type of security used to finance the investment.”

Consider Fig. 5. Suppose a firm's optimal mix is initially at  $A_2$  but because of a change in the market price of risk, the new optimal mix is at  $A_0$ . Suppose, moreover, that the POM manager is unwilling to destroy positive net present value projects (moving down) to provide the RRM manager with enough flexibility to reach point  $A_0$ <sup>49</sup>. How can financial risk management help in this process?

Consider the iso-value line that goes through point  $A_2$ . This line is, by definition, lower than the iso-value line tangent to the possibility frontier at point  $A_0$ . The slope of iso-value lines is the price of risk, that is, the price at which one can exchange risk, SCOR, for expected cash flows E on financial markets. Therefore, under conditions of perfect financial markets and in a manner similar to an individual's portfolio choice under the two-fund separation approach, a firm can enter into financial transactions to move from  $A_2$  to any point on the same iso-value line. These movements, for example to point B, are done at no cost, by assumption, but do not affect firm value since financial transactions are not creating value *per se*.

The advantage of moving a firm's (E;SCOR) combination to point B is that the RRM and POM managers are then given the mandate to move the firm from B to  $A_0$ , a movement that both managers can agree upon.

What then is the value of financial risk management? In and of itself, the value is zero. Its value comes from the fact that it reduces managerial conflicts in attaining an optimal mix of risk and expected cash flows. Moving from  $A_2$  to  $A_0$  requires abandoning [accepting] some projects with positive [negative] net present value given the SCOR-coordinate at  $A_2$ , hence the normal opposition of the POM manager to those changes. Similarly, moving from  $A_1$  to  $A_0$  requires abandoning [accepting] some projects that are risk reducing [increasing] given the E-coordinate at  $A_1$ , hence the natural opposition of the RRM manager to those changes. But given the new E and SCOR coordinates at B, the real changes in the project mix to move the firm from B to  $A_0$  can now be agreed upon by both managers: the real changes are the same but they can be achieved at lower coordination costs.

## 22:4 - EMPIRICAL EVIDENCE ON THE LINK BETWEEN FIRM REACTIVITY AND HEDGING

Assuming that a firm can gather all the necessary information about future cash flows associated with its numerous projects, current, and future, and given a risk model, then the firm can construct an efficiency frontier of the type we have described in the previous sections. Obviously, this is not an easy and straightforward task. We analyze some of the difficulties in Sec. 5.2 below. It is much harder to gather a panel of such data sets for several firms. Therefore, to test some implications of our characterization of the firm, we will adopt an indirect approach.

---

<sup>49</sup> Similarly, if we start at point  $A_1$ , the RRM manager is unwilling to create risk and destroy value to give the POM manager enough flexibility to reach point  $A_0$ .

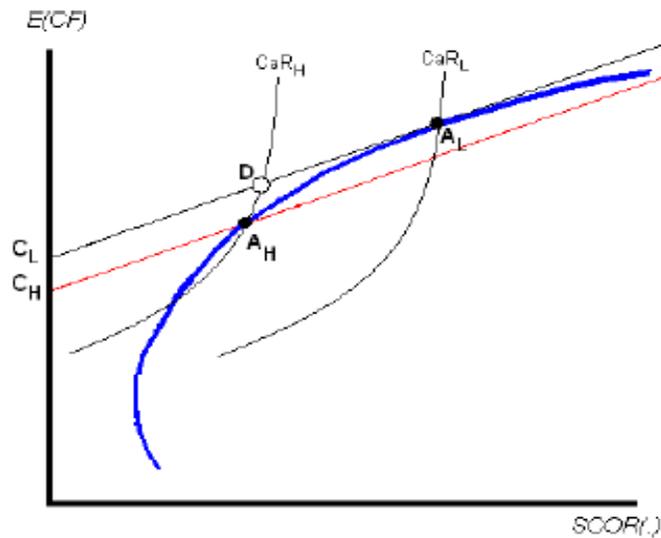


FIG. 6. THE VALUE OF USING FINANCIAL INSTRUMENTS FOR A FIRM CONSTRAINED BY CAR REQUIREMENTS

The important empirical implication of our firm characterization is that more reactive firms, having less concave possibility frontiers, will want to adjust their (SCORE,E) position by larger margins when the market price of risk changes. Figure 7 illustrates our point.

A firm whose possibility frontier is more concave will react less to changes in the market price of risk (moving typically from point A to point  $B_{low}$  in Fig. 7) and therefore will need little change in its portfolio of projects and activities. On the other hand, a firm whose possibility frontier is less concave will see its optimal project mix change more (typically from point A to point  $B_{high}$ ).

Our empirical analysis will proceed in two steps. First, we propose a measure of firm reactivity to changes in the market price of risk. We will then link this reactivity - a proxy for the potential existence of important conflicts between firm managers - to the use of financial derivatives since more reactive firms face higher coordination costs ceteris paribus and should therefore be heavier users of financial risk management tools.

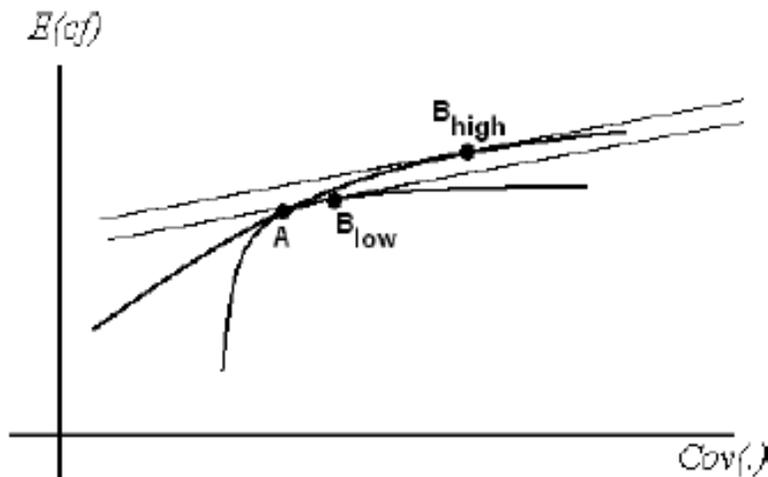


FIG. 7. IMPACT OF A CHANGE IN THE MARKET PRICE OF RISK ON LOW AND HIGH CONCAVITY FRONTIERS

## 4.1 - Data set construction

We build our data set starting from the 500 firms making up the Standard and Poor's 500 index. For all firms present in the index over the period 1993–2004, we gather annual accounting information and stock market information from annual Reports, Compustat, Bloomberg, and CRSP, as well as derivative usage and managerial shareholding and option ownership from the EDGAR US Database. We provide in an appendix a list of all data items required for our empirical analysis with their source<sup>50</sup>. Not all data items were available for all firms over the sample period. In the end, we were left with 269 companies.

The distribution of firms across industries is given in Table 1. The manufacturing sector represents a large proportion of the total but this will not bear a significant weight on the results of our main analysis based on individual firms as long as there is enough cross-sectional variation in the reactivity of manufacturing firms. We will see that it is indeed the case.

Industry	SIC	Code	Number of firms
Food	2000-2099	1	13
Mining	1000-1499	2	11
Construction	1500-1999	3	4
Manufacturing	2200-3999	4	136
Transportation	4000-4799	5	5
Communications	4800-4899	6	4
Utilities	4900-4999	7	12
Wholesale	5000-5199	8	4
Retail	5200-5999	9	25
Finance	6000-6599	10	31
Service	7000-9999	13	22
Non-classified		14	2

TABLE 1. DISTRIBUTION OF FIRMS ACROSS COUNTRIES

## 4.2 - Measuring reactivity and the use of financial derivatives

To compute the reactivity factor, we first measure the annual change  $\Delta P_j$  in a firm  $j$  position in the (SCOR; E)-space by the Euclidian distance between the firm positions in two adjacent years, scaled by the firm market value  $V_j$  to control for size, that is:

$$\Delta P_{jt} \equiv \sqrt{(SCOR_{jt} - SCOR_{j,t-1})^2 + (CF_{jt} - CF_{j,t-1})^2} / V_{jt}$$

where  $SCOR_{jt} = V_{jt} * \sigma_{Mt} * \beta_{jt}$ , with  $\sigma_{Mt}$  being the volatility of market returns at time  $t$ , computed historically over the last two hundred trading days, and  $\beta_{jt}$  being firm  $j$ 's market beta in period  $t$ .

We then run a linear regression of the change in a firm's position ( $\Delta P_{jt}$ ) on the annual change in the market price of risk ( $\Delta \theta_t$ ) over the period 1993–2004, that is:

$$(22.13) \quad \Delta P_t = \alpha_j + \gamma_j \Delta \theta_t + \varepsilon_{jt}$$

<sup>50</sup> A longer appendix providing more detail is available from the authors upon request.

where  $\Delta\theta_t = \theta_t - \theta_{t-1}$ , with  $\theta_t$  given by (22.11). The regression coefficient  $\gamma_j$  is our measure of reactivity for firm  $j$ . Notice that it is an average measure over the sampling period that defines the structural characteristic of a firm.

For the use of financial derivatives, researchers have most often used a dichotomous variable that takes the value 1 when the firm uses derivatives and 0 when it does not. This variable would leave us with two little cross-sectional variation between firms to identify the link between reactivity and use of derivatives. In our data set, we managed to collect use of derivatives for four types of risks for each firm. In the EDGAR database, as defined by US regulation, firms report hedging for equity risk, commodity risk, exchange rate risk, and interest rate risk. The first three are considered operational and the last one financial. Attributing a (0, 1) variable for each type of risk we can now count the number of risks a firm hedges. This is the variable we will use for our analysis.

To study the link between the reactivity measure we have constructed and this measure for the use of financial derivatives we will proceed first at an aggregate industry level. The idea will be to determine whether the more reactive industries hedge more risks. Then we will run a multivariate ordered probit with the number of risks as a dependent variable at the firm level to establish whether reactivity enters as a significant explanatory variable over and above the usual variables used to explain the hedging behavior of firms.

We will conduct our analysis for the cross-section of firms in 2004, the endpoint of our sample. This will prevent to some extent endogeneity issues since the  $\gamma_i$ , the reactivity measures, are computed over a ten-year period (1993–2004) and all the other variables will take the value in the cross-section of 2004.

### 4.3 - Estimation of the link between reactivity and hedging

Before assessing the link between reactivity and the use of financial derivatives at the firm level we want to see if our hypothesis gets some empirical support at the industry level. To perform the analysis, we use the industry categories of Table 1. The non-classified refers in fact to conglomerates, which are known to be heavy users of financial derivatives. We then add this reference category to see how it ranks in terms of reactivity.

#### 4.3.1 - Industry level analysis

We compute a given industry's reactivity by the  $V_i$ -weighted average of reactivity measures  $\gamma_j$  (from regressions (22.13) of the firms in that industry. To compute the aggregate use of derivatives by an industry, we use four 0-1 variables indicating whether in 2004 a firm hedges or not a given risk, whose sum gives the number of risks hedged by a given firm. We then take the weighted average of those numbers, where the weights are the ratios of the market values of the firms over the total market value of the industry.

Table 2 presents the ranking of the twelve industries in terms of their estimated reactivity level  $\gamma$ , from the most reactive (Utilities) to the least reactive (Construction). The other columns of the table show the market-value weighted average number of operational risks (equity, commodity, and foreign exchange) that firms in that industry manage through the use of derivative contracts as well as the average number of total risks (operational plus interest rate) managed. The six most reactive industries (Utilities to Service) are those that are the top users of financial derivative contracts to manage operational risks. Although the ranking differs slightly when we add the use of interest risk derivatives, the same six most reactive industries remain the top six users of derivative contracts.

Figure 8 illustrates graphically the link between average industry reactivity and the average number of operational risks managed (a similar picture is obtained when the total number of risks is used). The linear relationship is of positive slope, which is significant at the five-percent level, and no industry appears in the second and fourth quadrants.

### 4.3.2 - Firm level analysis

We now examine the relationship between the estimated reactivity level  $\gamma_j$  and the number of operational risks managed at the firm level in 2004. The number of firms in the sample is reduced to 238 as we dropped the 31 firms in the financial industry since some variables (quick ratio, foreign sales, and reserves) are not computed in the same way as in other industries. Moreover, financial firms are both users and providers of financial derivatives. Of the firms in the sample, 29.8% use no derivative instrument to manage operational risk, 50% manage only one risk through derivatives, 18.5% two risks, and 1.7% manage all three types of risks.

Industry	Estimated Reactivity Level	Weighted Number of Operational Risks Hedged	Rank	Weighted Number of Total Risks Hedged	Rank
Utilities	0.761	1.206	5	2.111	4
Food	0.679	1.758	2	2.622	2
Conglomerates	0.646	2.000	1	3.000	1
Mining	0.603	1.208	4	2.043	6
Financial	0.574	1.130	6	2.068	5
Service	0.551	1.673	3	2.462	3
Retail	0.508	0.619	9	1.293	10
Wholesale	0.470	0.163	12	1.030	11
Manufacturing	0.451	1.028	7	1.609	8
Communications	0.328	0.521	10	1.521	9
Transportation	0.075	0.824	8	1.824	7
Construction	-0.017	0.401	11	1.000	12

Note: This table reports the weighted average number of risks a firm hedges through the use of financial derivatives by industry as reported in the firms' 10-K forms. Operational risks include commodity, equity and foreign exchange risks. Interest rate risk is the fourth possible risk that a firm can report being hedged. Industries are classified in decreasing order of their average estimated reactivity level. Reactivity is calculated as the  $\gamma_i$  coefficient in the regression  $\Delta P_{it} = \alpha_i + \gamma_i \Delta \theta_t + \varepsilon_{it}$ , where  $\Delta \theta_t$  is the annual variation in the market price of risk and  $\Delta P_{it}$  is calculated as  $\sqrt{(SCOR_{it} - SCOR_{i,t-1})^2 + (CF_{it} - CF_{i,t-1})^2} / V_{it}$ . The rank reports the industry's decreasing relative position in terms of the number of risks hedged (1 is the greatest user of hedging instruments).

TABLE 2. ESTIMATED REACTIVITY AND USE OF FINANCIAL DERIVATIVE INSTRUMENTS BY INDUSTRY

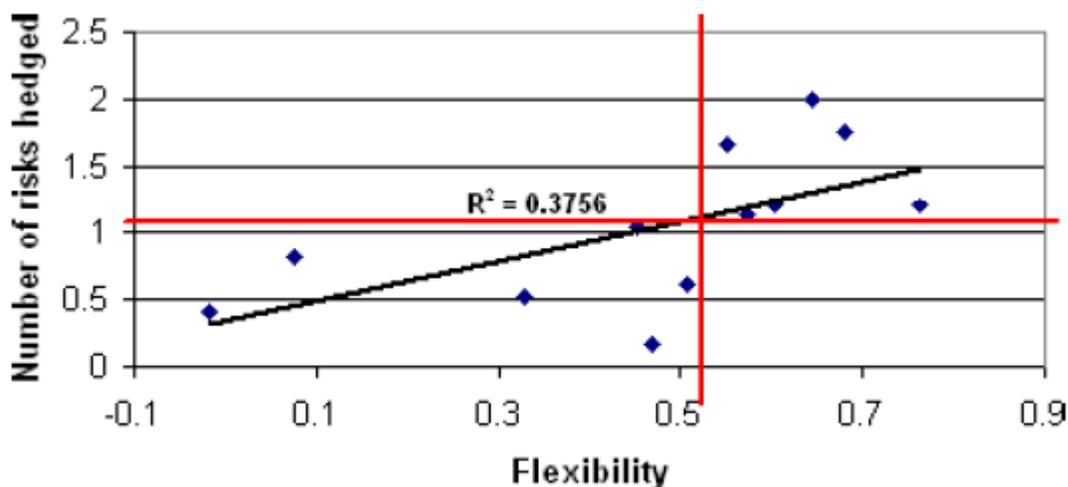


FIGURE 8. NUMBER OF OPERATIONAL RISKS HEDGED AS A FUNCTION OF REACTIVITY BY INDUSTRY

We use a ranked probit approach<sup>51</sup>. The dependent variable is the number of operational risks that a firm manages using derivatives. Therefore, this variable takes the value 0, 1, 2, or 3. We use the following explanatory variables. First and foremost we want to include the variables that previous studies have chosen to explain the use of financial derivatives by firms to hedge risk. These include the quick ratio (current assets minus inventories divided by current liabilities), the ratio of foreign sales to total sales, and the carry-forward of net operating losses over the total assets: the higher the first ratio is, the less need there is for a firm to hedge; a firm with significant foreign operations will be subject to currency risk and will therefore be more likely to use foreign exchange derivatives; finally, the last variable measures the tax benefit that can be obtained by carrying forward losses. These three variables are the traditional measures included in hedging studies for leverage, foreign exposure, and convexity of the tax schedule<sup>52</sup>. The fourth traditional variable related to the use of financial derivatives is the size of the firm<sup>53</sup> and we measure it by the logarithm of the firm assets.

A potential problem with using S&P500 firms is to overrepresent large firms in the sample. Since large firms tend to use more financial derivatives because of the large fixed cost of using derivatives, one may argue that we lack cross-sectional variation to support reactivity as a reason for hedging due to implicit coordination costs. To address this issue, we control for size in our ordered probit analysis.

GRAHAM AND ROGERS (2002) argue against the net operating losses as a proxy for measuring the tax benefit and propose a refined measure using the GRAHAM AND SMITH (1999) approach to explicitly measure tax function convexity. This technique quantifies the convexity-based benefits of hedging by determining the tax savings that result from reducing volatility. Another explanatory variable often used to explain the hedging decision is a ratio of long-term debt to the assets of a firm. However, it is usually the interest rate risk that is considered when accounting for the tax incentive to hedge by increasing debt capacity<sup>54</sup>.<sup>15</sup> We include this variable but considering that we do not include the use of interest rate derivatives we do not expect this variable to be significant.

Our purpose is to verify that our reactivity variable still plays a significant role after controlling for the tax benefit effect and that we find a significant effect for net operating losses as in the previous studies using this proxy. This is indeed the case.

	Predicted Sign	Without Industry Controls		With Industry Controls	
		Coefficient	p-Value	Coefficient	p-Value
Reactivity	+	25.1009	0.005	18.6416	0.025
Business Segments	+	0.0890	0.040	--	--
Log (Assets)	+	0.2986	0.002	0.3345	0.001
Dividend Yield	+	-0.0033	0.168	-0.0054	0.021
Market Value / Book Value	+	-0.0007	0.591	-0.0017	0.150
LT Debt / Market Value	+	-0.0084	0.412	-0.0045	0.625
R&D / Assets	+	0.0464	0.983	-0.6505	0.781
Quick Ratio	-	-0.0902	0.203	-0.1297	0.076
Foreign Sales Share	+	1.3793	0.000	1.2390	0.000
NOL carryforward / Assets	+	2.0544	0.043	2.0320	0.048
Log (Managerial Share)	+	-0.0527	0.319	-0.0161	0.787
Log (Managerial Option)	-	-0.0447	0.464	-0.0211	0.743
Pseudo R-Square			0.1225		0.1638

Note: This table presents the multivariate ordered probit regressions that explain the number of operational risk a firm hedges. Reactivity is calculated as the  $\gamma_i$  coefficient in the regression  $\Delta P_{it} = \alpha_i + \gamma_i \Delta \theta_t + \varepsilon_{it}$ , where  $\Delta \theta_t$  is the annual variation in the

<sup>51</sup> DE ANGELIS AND GARCIA (2008) show the advantage of such a ranked approach over a simple logit for the use of derivatives or a Heckman-type two-step approach.

<sup>52</sup> See GRAHAM AND ROGERS (2002), ALLAYANNIS AND WESTON (2001), ALLAYANNIS AND OFEK (2001), GRAHAM AND SMITH (1999).

<sup>53</sup> See among others NANCE ET AL. (1993).

<sup>54</sup> GRAHAM AND ROGERS (2002) also find that hedging leads to greater debt capacity.

market price of risk and  $\Delta P_{it}$  is calculated as  $\sqrt{(SCOR_{it} - SCOR_{i,t-1})^2 + (CF_{it} - CF_{i,t-1})^2} / V_{it}$ . Business segments is the number of segments a firm operates in as reported in Compustat. Log (Assets) is the natural logarithm of total assets of the firm. Dividend Yield is the dividend paid for the year by the firm divided by its stock price. Market Value / Book Value is calculated as the market value of the firm's equity (stock price times the number of issued shares) divided by its book value. Long-term Debt / Market Value is calculated as the value of the long-term debt divided by the market value of the firm (market value of equity plus book value of debt). R&D / Assets is calculated as research and development expenses divided by the total assets of the firm. Quick Ratio is the value of the current assets minus the inventories divided by current liabilities. Foreign Sales Share is the percentage of the foreign sales over the total sales of the firm. NOL carryforward / Assets is calculated as the net operating losses carryforward divided by the firm's total assets. Log (Managerial Stock) is the natural logarithm of the stocks market value holdings of the top five managers. Log (Managerial Option) is the natural logarithm of the options market value holdings of the top five managers.

**TABLE 3. FIRM REACTIVITY AND NUMBER OF OPERATIONAL RISKS HEDGED**

We estimate the probit model by maximum likelihood<sup>55</sup>. The results are reported in Table 3, where a coefficient (together with a p-value) refers to the impact of that variable on the probability that the firm hedges a greater number of operational risks. All four traditional variables above come out with the expected sign and are significant at close to the 5% level, especially after controlling for the industry effect. Therefore, our analysis confirms the findings of previous studies. More importantly for the purpose of this paper, however, the results in Table 3 show quite clearly that reactivity has a statistically significant positive impact on the number of operational risks managed with financial derivatives. This result, together with the previous ranking of industry reactivity and use of derivatives, supports our hypothesis that a firm's sensitivity to the market price of risk is a strong determinant of the use of financial derivatives, in addition to the traditional reasons for hedging such as leverage, foreign exposure, convexity of the tax schedule, and size.

To capture the role of financial risk management in alleviating managerial conflicts and reducing coordination problems we also introduce the number of business segments in a firm<sup>56</sup>. This is certainly an imperfect measure of the potential for managerial conflicts but it indicates that the hierarchical structure is important over and above the mere size of the firm. Its clear significance reinforces the link between hedging and the complexity of the firm's activities. We present also results with a control for the industry to which a firm belongs. In this case we prefer not to include business segments<sup>57</sup>. The results remain robust and are practically the same as without the control for industry.

We also included in the probit model other variables that some previous studies have used to explain hedging such as dividend policy, the book-to market ratio, and the security holdings of the managers in the firm to account for risk aversion in agency frameworks<sup>58</sup>. None of those is significant at reasonable levels of confidence.

For robustness purposes, we ran a series of other regressions that for space considerations we do not report<sup>59</sup>. We started our investigation by running a simple logit, where we considered only the use or no-use of derivatives as the

<sup>55</sup> A full description of the variables included in the probit is given in the appendix.

<sup>56</sup> See the appendix for a description of how this variable was constructed.

<sup>57</sup> The number of segments was collected in the annual reports of the firms. Given how Compustat classifies a company's industry it would be econometrically unsound to include both the number of business segments and industry control dummies in the same regression. For instance Compustat has one industry category called "non-classified" that clearly includes the large conglomerates purely on the basis of the number of business segments. Also there are industries where the choice of business segments is more refined than in other industries and the number of business segments to report is determined by the firm (HARRIS, 1998), which induces a systemic bias in the number of business segments across industries.

<sup>58</sup> For the determination of managerial shareholding and option ownership, we analyzed the portfolio of the top five executives of the firm as in OFEK AND YERMACK (2000).

<sup>59</sup> 20We have also tried other measures of reactivity based on the curvature of the frontier instead of the distance between the expected cash flow – risk positions. The results were similar but less significant. We also included the beta of the firms to control for the level of risk but it did not come out significant. The cross-sectional correlation between the  $\gamma_j$  of the firms and

dependent variable. The usual hedging variables came out with the right sign and were significant except for the net operating losses, while the reactivity variable had the right sign but with a coefficient twice as small and a p-value of 0.35. Obviously accounting for the number of risks adds useful information to the regression to identify the propensity of a firm to use derivatives with more or less intensity.

## 22:5 - DISCUSSION

In this section we extend the analysis in different directions. We first discuss extensions of the basic risk model, then we point to the problems of acquiring the proper information to draw the efficient frontier, and finally we mention some implications of our analysis from an industrial organization perspective.

### 5.1 - Extensions of the basic risk model

To show that the approach is not limited to the simple risk model analyzed above, we briefly discuss two important extensions. First, we account for the fact that not all risks are priced by the market. This will not prevent the firm from optimizing, as we will explain. Second, and more importantly, we set the trade-offs between expected cash flows and risk in a dynamic framework through a general stochastic discount factor. This formulation will be compatible with many risk model specifications and encompass the linear multifactor model specified in the previous section.

#### 5.1.1 - The case of non-valued risks

We have assumed until now that all the risk factors have a market price, so that firm value maximization is achieved at the optimal tangency point between the iso-value hyperplane and the possibility frontier. When the market does not value some risks that are nevertheless taken into consideration by a firm, the valuation problem is different.

We can illustrate this situation with two risk factors: the first is valued by the market and is represented by the market portfolio while the second is managed by the firm at some cost but is diversifiable for an outside investor so that its market value is zero. At what optimal level should a firm manage this non-valued risk? Each level of non-valued risk corresponds to a projected transformation possibility frontier in the space, expected value – market-valued risk, namely  $H(E, SCOR_M | SCOR_{NV}) = 0$ , where  $SCOR_{NV}$  is the level of non-valued risk taken or assumed by a firm. Under some reasonable assumptions about the non-valued risk (including the existence of a unique global maximum), there is one best or maximal transformation possibility frontier in the space, expected value – market-valued risk, namely  $H(E, SCOR_M | SCOR_{NV}^*) = 0$ . The tangency point between the highest iso-value line and this maximal frontier gives the maximal market value of a firm<sup>60</sup>.

---

the betas in 2004 was -0.25. We computed this correlation with the betas for other years and always found a negative number of a similar magnitude. One can argue that there should be a negative relation between the beta of a firm and its reactivity factor. A firm that can change its activities easily after a variation in the price of market risk should be less risky.

<sup>60</sup> A parallel can be drawn with the production function using a non-valued or zero-cost input, such as water or air. If production affects the quality of this input, there will be an optimal amount of activity, say in terms of quantity of pollutants rejected, that will be compatible with maximizing profit. Similarly, there will be an optimal amount of non-valued risk that a firm should take or assume in order to maximize its market value in the (expected value, market-valued risk)-space. In so doing, a firm optimally manages this non-valued risk.

### 5.1.2 - An intertemporal framework

In the simple risk model we specified earlier, we have sidestepped the problem of computing the present value of intertemporal cash flows by assuming a flat term structure and a constant risk measure over time. Therefore, the transformation possibility frontier did not change over time. In a more realistic setting where risk and return change over time, we need to compute at each point in time, say  $t$ , an efficient frontier  $H_t(E_t, SCOR_t) = 0$ , where  $E_t$  and  $SCOR_t$  group all the conditional expected values and scaled correlations. The extension to an intertemporal framework can be set in an Arrow–Debreu type economy or in a world with a general stochastic discount factor. In such intertemporal extensions, the price of risk and the price of time will play a role in the marginal trade-offs the firm will engage in, both across states of nature and periods.

To be as general as possible, we need not specify a linear risk model. We can rely on the existence of a stochastic discount factor, say  $m_{t,T}$ , which gives the value in  $t$  of a cash flow in  $T$ , in the absence of arbitrage opportunities.

The value in  $t$  of any project within a firm with associated cash flows  $C_{t+1}, \dots, C_T$  from  $t + 1$  to  $T$  is then given by:

$$(22.14) \quad P_t = E_t[m_{t,t+1}C_{t+1} + \dots + m_{t,T}C_T].$$

By the covariance formula, we can rewrite this expression as the sum of two distinct blocks, one for products of expectations, the other for covariances:

$$(22.15) \quad P_t = EV_t + COV_t$$

with:

$$(22.16) \quad \begin{aligned} EV_t &= E_t[m_{t,t+1}]E_t[C_{t+1}] + \dots + E_t[m_{t,T}]E_t[C_T] \\ COV_t &= Cov_t(m_{t,t+1}C_{t+1}) + \dots + Cov_t(m_{t,T}C_T). \end{aligned}$$

The expectation terms  $E_t[m_{t,\tau}]_{\tau=t+1}^T$  provide the prices of zero-coupon bonds for corresponding horizons  $\tau = t + 1, \dots, T$ . An efficiency frontier can then be defined in terms of  $(E_t, COV_t)$  as before, but now the frontier will change at each period depending on the evolution of the term structure of interest rates and of the risk measures embedded in the stochastic discount factors. Since all quantities have been discounted at time  $t$  accounting for both the values of time and risk in cash flows over time and states of nature the iso-value lines will have a slope of one. Of course, the analysis of the trade-offs between expected cash flows and risk or between different risks becomes more involved but remains possible once a specific content is given to the stochastic discount factor through a model<sup>61</sup>.

## 5.2 - Caveats on information acquisition

In deriving the transformation possibility frontier between the expected value of projects and their risk, we have assumed away technical or informational issues. Such issues could prevent a chief executive officer from implementing the necessary trade-offs. We will sketch below the main obstacles such as incomplete and asymmetric information, indivisibility and transaction costs.

A first obvious problem is the significant data collection implied by the dimension of the problem. Projects, active and inactive, are numerous in a firm and obtaining the corresponding cash flows over time is no small task. The

---

<sup>61</sup> When the stochastic discount factor corresponds to the CAPM or the linear multifactor model described in section 2.2, the trade-offs can be expressed between expected cash flows and scaled correlations. To obtain a similar separation of parameters leading to the use of scaled correlations with the general specification in (22.14), more structure is needed in the stochastic discount factor. For example, one can extend the factor model described earlier to a dynamic factor model where the scaled correlations will change over time, assuming, for simplicity, that the term structure of interest rates is flat.

information collected is also likely to lack precision. Therefore, the frontier may be derived under imprecise and potentially incomplete information, and uncertainty will prevail as to its exact position. This uncertainty will directly affect determination of the optimal mix of production and risk management activities.

A parallel with mean-variance optimization in asset allocation will help us gauge the extent of the problem. It is well known in this literature that small changes in the assumed distribution of asset returns often imply large changes in the optimized portfolio. Many portfolios may be statistically as efficient as the ones on the efficient frontier. Several statistical solutions have been proposed to account for the variability of the efficient frontier (MICHAUD, 1998) and to increase the stability of the optimal portfolio (JAGANNATHAN AND MA, 2003). Beyond these statistical solutions, one can mitigate the uncertainty associated with a detailed computation of intertemporal cash flows by aggregating projects among various organizational units. This will make the problem of gathering data generally easier given the accounting system already in place and facilitate the optimization process.

Asymmetric information could also prevent a firm from attaining the project mix that maximizes its value. Adverse selection and moral hazard problems can impede the process of gathering information at every level of a firm's hierarchy (WILLIAMSON, 1967). Managers may propose projects that have been selected on criteria other than maximizing firm value. The collection of projects from which the frontier is drawn may not, therefore, be the right one and the final mix of projects will be suboptimal. Solutions for these problems are the usual incentive schemes that will help elicit the right information.

Another important difficulty in drawing up a possibility frontier for a firm lies in the indivisibility of real assets. In portfolio theory with infinitely divisible financial assets, it is always possible to be arbitrarily close to the efficient point on the frontier. With real activities, some projects must be undertaken completely or not at all. A numerical search for the optimal mix of activities has to proceed differently, but it is still possible to arrive at a frontier. It will not have the smooth appearance that we drew in our graphs but it will keep its optimality property. Similarly, some constraints may be imposed on the minimal size of projects in deriving the optimal frontier.

Transaction costs may explain why a firm does not want to continuously change the optimal mix of projects. For example, premature termination of a project may involve penalties in terms of labor compensation or legal fees. A change in the optimal mix may also be postponed because of fixed costs associated with the disposal of fixed assets. Incorporating these transaction costs in portfolio choice is an extremely difficult theoretical and computational issue. Only partial solutions with specific cost structures, often unrealistic, are available. Transaction costs associated with a change of policy are just one example of sunk or irreversible costs. When a project is under way, managers may induce some changes that will affect its future cash flows; this is another potentially important source of costs.

### 5.3 - An application to VaR and CaR constraints

Another implication of our framework concerns regulatory or self-imposed cash flows-at-risk (*CaR*) or value-at-risk (*CaR*) constraints. We show in this section that a firm can, through appropriate financial risk management operations, meet these financial constraints without changing its value maximizing activities and therefore without any impact on its market value. This suggests that, because of the *VaR* and *CaR* constraints they face, firms in regulated industries such as financial services and public utilities will be heavier users of derivatives and other financial risk management instruments.

A cash flow-at-risk constraint imposes the requirement that the cash-flow shortfall  $E(cf) - cf$  will surpass a desired level (*CaR*) with a given probability  $\alpha$ :  $Pr[E(cf) - cf > CaR] = \alpha$ . These constraints, when binding, are usually perceived as preventing the maximization of firm value. Every ( $E, SCOR$ ) combination can be associated with a *CaR* value. Iso-*CaR* curves, that is curves on which all points have the same *CaR* value, can be drawn. On Fig. 6, the *CaR*

value at point  $A_H$  is the same as at point D. Let us identify this curve as  $CaR_H$  and suppose that a firm is required to satisfy that  $CaR_H$  level.

A firm's value is not maximized at point  $A_H$  since the iso-value line through  $A_H$  lies below the iso-value line through  $A_L$ , the value maximizing point. The project mix in  $A_L$  is certainly attainable given the possibility set of the firm, but  $CaR_L$ , the iso- $CaR$  curve through point  $A_L$ , does not satisfy the constraint. As a result, the difference in firm value between  $C_L/R_F$  and  $C_H/R_F$  represents the cost of the  $CaR$  constraint.

With perfect capital markets, a firm is always able to trade zero-value financial contracts at no cost to move along the iso-value line whose slope is the market price of risk. Then, such a movement with financial instruments along the iso-value line going through  $A_L$  can bring the firm to point D, which satisfies the  $CaR$  requirement. At point D, firm value is equal to  $C_L/R_F > C_H/R_F$  since point D lies on the same iso-value line as  $A_L$ . Again, value is not created by financial risk management per se. It simply makes a firm obey a  $CaR$  constraint while keeping its optimal mix of real activities. This would have been infeasible without the use of financial instruments.

Therefore,  $CaR$  constraints should have no impact on the market value of firms under perfect capital markets. Hence, a firm should instruct its real asset managers (POM and RRM) to maximize its value and then ask the financial risk manager to use financial transactions to satisfy the  $CaR$  requirement. Consequently, financial risk managers in industries with binding  $CaR$  regulation, such as the financial services industry, will use more zero net present value financial contracts that reduce a firm's risk and expected cash flows (typically from  $A_L$  to D in Fig. 6) in order to attain the risk-return constraint set by the regulatory body, at no cost in terms of firm value.

## 5.4 - Implications for industrial organization analysis

Despite its arguably abstract nature, our financial and RRM model leads to several empirical implications for industrial organization analysis. We discuss below some of our results in the context of this literature.

Our empirical analysis shows that firms whose cash flows are more reactive to changes in the market price of risk are more likely to use financial risk management instruments. An interpretation of this result is that the use of financial derivatives facilitates the resolution of coordination problems between line managers, a problem that is more likely to occur when changes in the project mix are important. Our argument thus suggests that multi-industrial and multinational firms, that have a more diverse project mix than single-industry single-country firms, as well as firms with significant growth options, will be heavier users of derivatives<sup>62</sup>.

Larger corporations are more likely faced with more challenging coordination problems simply because of their wider dispersion of real assets and extensive distribution of responsibilities<sup>63</sup>. Indeed, NANCE ET AL. (1993), MIAN (1996) and GRAHAM AND ROGERS (2002) have shown that financial risk management procedures and products, such

---

<sup>62</sup> Indeed, GECZY ET AL. (1997) find that firms with extensive foreign exchange-rate exposure (like multinational firms) are more important users of derivatives; HE AND NG (1998) maintain the same in the case of conglomerates; and NANCE ET AL. (1993) find that firms with significant growth options use more derivatives.

<sup>63</sup> With respect to size, for instance, BODNAR ET AL. (1998), NANCE ET AL. (1993), and GECZY ET AL. (1997) show that larger firms hedge more through the use of derivatives than smaller firms, even though their expected bankruptcy costs are relatively lower. Whereas BLOCK AND GALLAGHER (1986) and BOOTH ET AL. (1984) argue that larger firms engage in more financial risk management because of the large fixed costs involved to hedge financial risks, we argue instead that they do so because, relative to smaller firms, they experience more difficult coordination problems. Firms present in more business segments, such as multinational firms and conglomerates that have a more diverse project mix than single-industry single-country firms, will likely experience more important coordination problems, hence should be greater users of derivatives.

as forwards, futures, swaps, and options, are more common in larger firms<sup>64</sup>. These empirical regularities contradict theories in which the value of financial risk management is based upon the reduction of the cost of financial distress. STULZ (1996) writes

*"THE PRIMARY EMPHASIS OF THE [CORPORATE RISK MANAGEMENT] THEORY IS ON THE ROLE OF DERIVATIVES IN REDUCING THE VARIABILITY OF CORPORATE CASH FLOWS AND, IN SO DOING, REDUCING VARIOUS COSTS ASSOCIATED WITH FINANCIAL DISTRESS. THE ACTUAL CORPORATE USE OF DERIVATIVES, HOWEVER, DOES NOT SEEM TO CORRESPOND CLOSELY TO THE THEORY. FOR ONE THING, LARGE COMPANIES MAKE FAR GREATER USE OF DERIVATIVES THAN SMALL FIRMS, EVEN THOUGH SMALL FIRMS HAVE MORE VOLATILE CASH FLOWS, MORE RESTRICTED ACCESS TO CAPITAL, AND THUS PRESUMABLY MORE REASON TO BUY PROTECTION AGAINST FINANCIAL TROUBLE. PERHAPS MORE PUZZLING, HOWEVER, IS THAT MANY COMPANIES APPEAR TO BE USING [FINANCIAL] RISK MANAGEMENT TO PURSUE GOALS OTHER THAN VARIANCE REDUCTION."*

GUAY AND KOTHARI (2003) considered the magnitude of risk exposure hedged by financial derivatives in 234 large non-financial corporations using derivatives. Their results show that the amounts involved are relatively modest relative to firm size and operating and investment cash flows. The authors state that *"ALTHOUGH OUR RESULTS SUGGEST MOST FIRMS HOLD DERIVATIVE POSITIONS THAT ARE SMALL IN MAGNITUDE RELATIVE TO ENTITY-LEVEL RISKS,"* their results are potentially consistent with, among other factors, *"FIRMS USING DERIVATIVES FOR PURPOSES OTHER THAN THOSE PREDICTED BY TRADITIONAL RISK-MANAGEMENT THEORY."* (p. 426)

These empirical regularities are compatible with the predictions of our model. To justify the greater use of financial derivatives by large firms, previous studies have invoked the large costs of setting up a risk management function. Besides this cost argument, we propose that financial risk management alleviates reorganization and coordination costs, which is a different objective from a variance reduction one. Another test would be to compare corporations where the number of executives who have a say in project approval is large with corporations where that number is small. Because financial risk management is more valuable for corporations that have major coordination problems, our model predicts that firms with a larger number of executives involved in project selection will use more financial risk management techniques. We are not aware of any study on that topic.

Finally, our model leads to a renewed consideration of the use of financial hedging instruments by firms subject to regulated or self-imposed financial constraints, such as value-at-risk or cash flow-at-risk constraints. We showed (Fig. 4) that financial risk management could, through the use of zero-value contracts, allow firms to meet those constraints without sacrificing firm value. Our model suggests therefore that, because they are typically subject to stringent financial constraints of the *VaR* and *CaR* types, firms in sectors such as financial services and utilities will be among the heavier users of derivatives and other financial risk management instruments. The reason we elicit here for this significant use of financial risk management procedures and products is clearly different from the standard argument, namely the reduction of financial distress cost.

## 22:6 - CONCLUSION

The goal of this study was to offer a new theory to explain the use of financial risk management tools such as derivatives in non-financial firms. Modern financial economic theories on the topic are decades old so that no new theory has been empirically validated since the mid-eighties. The new theory we develop is based on the principle that managerial conflicts and coordination problems between different firm functions (real operations) are alleviated through financial operations. Empirically, our theory implies that the more reactive firms are to changes in the market

---

<sup>64</sup> See also the results from the Wharton–Chase survey (1995) and the Wharton–CIBC Wood Gundy survey (1996) as mentioned in STULZ (1996, p. 9): \Whereas 65% of companies with a market value greater than \$250 million reported using derivatives, only 13% of the firms with market values of \$50 million or less claimed to use them." See also BOYER AND MCCORMACK (2009) for more recent evidence in the manufacturing sector.

price of risk, the higher the potential for conflicts between line and plant managers and the more prevalent will be the use of financial derivatives.

Using time series from 1993 to 2004, we measured this reactivity factor for 269 large US firms. We then related reactivity to the use of financial derivative instruments. First, we found that there is a strong relationship at the industry level between the aggregate measure of reactivity and the use of derivatives. Second, we constructed a probability model at the firm level to explain the number of operational risks managed through financial derivatives. We found a strong and significant role for the reactivity factor in this relation, even after controlling for firm size, leverage, foreign exposure, and the convexity of the tax schedule. We then concluded that the reactivity factor, a measure of the potential existence of managerial conflicts, is an important determinant of a firm's use of financial risk management instruments.

The framework we present shows that both real and financial risk management can add value to a firm. We were able to define a transformation possibility set for a firm. In this context, the object of POM is to raise expected cash flows while RRM aims to lower risk. By choosing the projects to invest in, managers search for efficiency (i.e., attaining the frontier of possibilities) as well as for optimality (i.e., reaching the point on that frontier that maximizes firm value given the market prices of risk factors). Conflicts arise when managers, obeying or reacting to different incentive contracts or objectives, do not view the projects as having the same potential contribution to firm value. This is where financial risk management can help a firm in maximizing value by alleviating these managerial conflicts. By no means do we believe that our two-dimensional approach to managerial objective represents the real world. It is quite possible, however, that different managers have access to a different information set (the set of expected cash flows and the set of risk in our representation) such that even though all managers do their best in increasing firm value, each does so according to his own understanding of the world without seeing the entire picture. Asking one manager to destroy what he perceives as an (local) optimum positioning in the market does not come easy. The use of financial derivatives allows the firm to reach more efficiently a global optimum.

The facilitating role of financial risk management is crucial whenever changes in the market price of risk induces important changes in the optimal set of projects and activities. Our empirical strategy rests precisely on identifying how much a firm reacts to changes in the market price of risk: a firm's reactivity depends on the relative concavity of its possibility frontier. Our interpretation of this relationship is that more reactive firms are likely to face important coordination problems in maximizing their value and that financial risk management facilitates coordination. It is through such facilitation that financial risk management indirectly contributes to firm value, especially in a context where real asset management activities are decentralized.

Access to micro data sets on firms could lead to the estimation of risk-reward frontiers, that is, frontiers expressed in terms of risk and expected cash flows. This could lead to a refined analysis of the links between characteristics of the efficient frontier, market parameters, and organizational characteristics of the firm. This opens a fascinating new avenue to study the relationship between firm value and risk management.

## 22:7 - ACKNOWLEDGMENT

We thank Jean Tirole, Thomas Mariotti, Michel Poitevin, Richard Phillips, Gordon Sick, Sanjay Srivastava and Simon Van Norden for helpful comments on earlier versions of this paper, as well as seminar participants at Collège de France, Georgia State University, University of Toulouse, University Nova de Lisboa, European University of St. Petersburg, New Economic School in Moscow, University of Alberta, the European Group on Risk and Insurance Economics, Société canadienne de science économique, World Risk and Insurance Economics Congress, Northern Finance Association, Financial Management Association, and Risk Theory Society. We also thank SSHRC, FQRSC, CIRANO, Bell Canada, Hydro-Québec, the Bank of Canada, and MITACS for financial support.

## 22:8 - APPENDIX A. DATA SET DESCRIPTION

### A.1 - Accounting and market data

Accounting data included in the database have been extracted from Compustat. Information about betas, risk premium, and risk free rate have been extracted from CRSP. Below we describe how each variable was computed from the original items available in Compustat. The numbers refer to the item number in Compustat. A full list of the available items in Compustat is contained in a more complete Appendix available upon request from the authors.

- MV Value: Firm's market value calculated as the number of shares outstanding times the stock price at fiscal year-end:  $\text{Data 25} \times \text{Data 199}$
- Book Value: Firm's book value calculated as total assets minus intangibles and total liabilities, ( $\text{Data 6} - \text{Data 33} - \text{Data 181}$ )
- Div Yield: Dividend paid by share by the stock's price:  $\text{Data 26} / \text{Data 199}$
- BV/MV:  $\frac{\text{Firm Market Value}}{\text{Firm Book Value}}$  calculated as  $\frac{\text{Data 25} * \text{Data 199}}{(\text{Data 6} - \text{Data 33} - \text{Data 181})}$
- LT Debt/MV: Firm's long term debt by its market value,  $\frac{\text{Data 9}}{\text{Data 25} - \text{Data 199}}$
- R&D Expenses: Data 46
- Assets: Total assets, Data 6
- Liabilities: Total liabilities, Data 181
- R&D/Assets: R&D expenses by total assets,  $\frac{\text{Data 46}}{\text{Data 6}}$
- Employees: Data 29
- Foreign currency Adj: Foreign currency adjustment, Data 150
- Cash: Cash and short-term investment, Data 1
- Inventories: Data 3
- Current Assets: Data 4
- Current Liabilities: Data 5
- Quick Ratio:  $\frac{\text{Current assets} - \text{Inventories}}{\text{Current Liabilities}} = \frac{\text{Data 4} - \text{Data 3}}{\text{Data 5}}$
- Deferred taxes:  $\text{Data 269} + \text{Data 270} + \text{Data 271}$
- Investment tax credit: Data 208
- NOL carryforward: Net Operating Losses Carryforward, Data 52
- RP: Risk Premium variation calculated as  $X_t - X_{t-1}$
- SCOR: Calculated as  $\text{Firm Market Value} * \beta * \sigma_m$
- E(CF): Firm Cash Flows or Operating earnings before depreciation, Data 13

- Shares Outstanding: Number of common shares outstanding at fiscal year-end, Data 25
- Stock Price: Price of the common stock at fiscal year-end, Data 199
- Capital Ex.: Capital expenditures, Data 145

## A.2 - Hedges and derivative instruments

Disclosures about hedges and derivative instruments are included in Item 7a - *Quantitative and Qualitative Disclosure about Market Risk* and in different notes from *Notes to Consolidated Financial Statements* included in Item 8 Financial Statements and Supplementary Data from the annual report on Form 10-K.

Under Item 7a we found information related to the type of particular market risk and exposures faced by the firm. In addition, we may have found some information about instruments used for hedging. However, fair market value and notional amounts of contracts entered into are usually not disclosed in that section. Still we have looked to this section in order to have a general idea about the hedging policy of the company and the type of risk hedged. If no derivative instruments were contracted during the period covered by the study, it is in this section that we have collected the information.

The greatest part of the data on hedging was collected from the *Notes to Consolidated Financial Statements*. Firms reported their derivative activities for hedging purposes on their annual report through a note on financial instruments or either on a separate note dedicate specifically to hedging instruments and policies. In this type of note on financial instruments we found a description of the type of instrument used and for what purpose (hedging or trading) it was entered into. Subsequently, firms report the carrying value, the fair value and sometimes the notional value of their instruments in accordance with the FASB's disclosure requirements.

We have looked at derivative instruments used for four different types of risks:

- Foreign exposure
- Debt and interest rate related
- Commodities
- Equity

We reported the management of such risk with derivatives by a binary variable (1 if the exposure is hedged with derivatives). We also report in the database the aggregate notional (when disclosed), the total fair value of derivatives and finally the fair value of instruments grouped by the type of risk hedged.

While regulation by the FASB about derivatives requires that companies disclosed the type of instruments they use and the fair value of those same instruments, it appears that companies report such use of derivatives in ways that are quite unequal and different. When we could not gather the data at the level of detail we required we did not include the firm in our sample. More details on the method of data collection can be found in examples in a supplementary appendix available upon request from the authors.

## A.3 - Managerial ownership

For managerial ownership we collected both stock ownership and options ownership. In order to have information on a comparable basis between firms, we reported the ownership of the top five named executive officers of each firm. Data on beneficial ownership of managers were usually found in the *Notice of Annual Meeting of Stockholders* (the

proxy statement) on form DEF 14A. In this proxy statement, under the section *Executive Compensation*, companies disclosed the value of unexercised (vested and unvested) options at fiscal year-end for the CEO and for their five most compensated executive officers. We used this information to calculate the managerial options ownership data. Information regarding stock ownership of management was obtained through the section *Information about Beneficial Ownership of Principal Stockholders and Management* which is also found on the proxy statement. In this section, firms report the amount and the type of ownership of multiple stockholders. We added the number of stocks that the top five named executive managers hold and multiplied it by the price of the stock at fiscal year-end, which was found either under data item 199 from Compustat or in the proxy statement.

#### A.4 - Business segments

Data about business segments were collected on the basis of the reportable segments of firms which are subject to regulation from the FASB. SFAS No. 131 *Disclosures about Segments of an Enterprise and Related Information* requires that a company with publicly traded debt or equity securities report annual and interim financial and descriptive information about its reportable operating segments. Operating segments are components of an enterprise for which separate financial information is available and such information is evaluated regularly by the chief operating decision maker when deciding how to allocate resources and assess performance.

Segments are generally organized either on the basis of business lines and type of products sold or on a geographic basis in function of the customer's country or region. Although most firms reported the same number of business segments through the years covered, it is possible that some firms had proceeded to a revision of their reporting segments due for example to acquisitions or discontinuances of operations. Data concerning reportable segments are disclosed in Item 1 of the annual report or in a note on business segments from the *Notes to Consolidated Financial Statements* under Item 8 of annual report on form 10-K.

## 22:9 - REFERENCES

ADAM, T., S. DASGUPTA, AND S. TITMAN, 2007, Financial Constraints, Competition and Hedging in Industry Equilibrium, *Journal of Finance* 62, 2445–2473.

ALLAYANNIS, G., AND J. WESTON, 2001, The Use of Foreign Currency Derivatives and Firm Value, *Review of Financial Studies* 14, 243–276.

ALLAYANNIS, G., AND E. OFEK, 2001, Exchange Rate Exposure, Hedging, and the Use of Foreign Currency Derivatives, *Journal of International Money and Finance* 20, 273–296.

BECKER, G. S., AND K. M. MURPHY, 1993, The Division of Labor, Coordination Costs, and Knowledge, in *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education*, 3rd Edition, Univ. of Chicago Press, Chicago.

BESSEMBINDER, H., 1991, Forward Contracts and Firm Value: Investment Incentive and Contracting Effects, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 26, 519–532.

BLOCK, S. B., AND T. J. GALLAGHER, 1986, The Use of Interest rate Futures and Options by Corporate Financial Managers, *Financial Management* 15, 73–78.

BODNAR, G. M., G. S. HAYT, AND R. C. MARSTON, 1998, WHARTON 1998 Survey of Risk Management by US Non-Financial Firms, *Financial Management* 27, 70–91.

BOLTON, P., AND M. DEWATRIPONT, 1994, The Firm as a Communication Network, *Quarterly Journal of Economics* 109, 809–839.

- BOOTH, J. R., R. L. SMITH, AND R. W. STOLZ, 1984, The Use of Interest Futures by Financial Institutions, *Journal of Financial Economics* 8, 3–29.
- BOYER, M., AND J. ROBERT, 2006, Organizational Inertia and Dynamic Incentives, *Journal of Economic Behavior and Organization* 59(3), 324–348.
- BOYER, M. M., AND S. MCCORMACK, 2009, The Use and Determinants of Derivatives Usage Amongst U.S. Manufacturing Firms, Mimeo, HEC Montreal.
- BREEDEN, D., AND S. VISWANATHAN, 1996, Why Do Firms Hedge? An Asymmetric Information Model, Duke University Working paper.
- CUMMINS, J. D., 1976, Risk Management and the Theory of the Firm, *Journal of Risk and Insurance* 43, 587–609.
- DE ANGELIS, D., AND R. GARCIA, 2008, A Multirisk Approach to Measuring Corporate Hedging and its Determinants, Cornell University, Mimeo.
- DEMARZO, P., AND D. DUFFIE, 1995, Corporate Incentives for Hedging and Hedge Accounting, *Review of Financial Studies* 8, 743–771.
- DESSEIN, W., L. GARICANO, AND R. GERTNER, 2006, Organizing for Synergies, CEPR Discussion Paper No. 6019, Graduate School of Business, University of Chicago.
- DOHERTY, N. A., AND J. R. GARVEN, 2006, Noise Hedging and Executive Compensation, Mimeo, Wharton School of the University of Pennsylvania.
- DOHERTY, N. A., AND C. W. SMITH, 1993, Corporate Insurance Policy: The Case of British Petroleum, *Journal of Applied Corporate Finance* 6, 4–15.
- FAMA, E. F., AND M. H. MILLER, 1972, *The Theory of Finance*, Dryden Press, Hinsdale.
- FROOT, K., D. SCHARFSTEIN, AND J. STEIN, 1993, Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financing Policies, *Journal of Finance* 48, 1629–1658.
- GABLE, L., AND B. SINCLAIR-DESGAGNÉ, 1997, Environmental Auditing in Management Systems and Public Policy, *Journal of Environmental Economics and Management* 33, 331–346.
- GARICANO, L., 2000, Hierarchies and the Organization of Knowledge in Production, *Journal of Political Economy* 108, 874–904.
- GECZY, C., B. MINTON, AND C. SCHRAND, 1997, Why Firms Use Currency Derivatives, *Journal of Finance* 52, 1323–1354.
- GRAHAM, J. R., 2003, Taxes and Corporate Finance: A Review, *Review of Financial Studies* 16, 1075–1129.
- GRAHAM, J. R., AND D. A. ROGERS, 2002, Do Firms Hedge in Response to Tax Incentives? *Journal of Finance* 57, 815–839.
- GRAHAM, J. R., AND C. W. SMITH, 1999, Tax Incentives to Hedge, *Journal of Finance* 54, 2241–2262.
- GUAY, W., AND S. P. KOTHARI, 2003, How Much do Firms Hedge with Derivatives?, *Journal of Financial Economics* 70, 423–461.
- HART, O., AND J. MOORE, 2005, On the Design of Hierarchies: Coordination versus Specialisation, *Journal of Political Economy* 113, 675–702.

- HARRIS, M. S., 1998, The Association between Competition and Managers' Business Segment Reporting Decisions, *Journal of Accounting Research* 36, 111–128.
- HE, J., AND L. NG, 1998, The Foreign Exchange Exposure of Japanese Multinational Corporations, *Journal of Finance* 53, 733–753.
- HOLMSTRÖM, B., 1984, On the Theory of Delegation, in M. Boyer, and R. E. Kihlstrom (editors), *Bayesian Models in Economic Theory*, North-Holland.
- HOLMSTRÖM, B., 1999, The Firm as a Subeconomy, *Journal of Law, Economics and Organizations* 15, 74–102.
- HOLMSTRÖM, B., AND P. MILGROM, 1991, Multitask Principal Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership and Job Design, *Journal of Law, Economics and Organization* 7, 24–52.
- HOLMSTRÖM, B., AND J. TIROLE, 2000, Liquidity and Risk Management, *Journal of Money, Credit and Banking* 32, 295–319.
- JAGANNATHAN, R., AND T. MA, 2003, Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps, *Journal of Finance* 58(4), 1651–1685.
- JIN, Y., AND P. JORION, 2006, Firm Value and Hedging: Evidence from U.S. Oil and Gas Producers, *Journal of Finance* 61, 893–919.
- LESSARD, D., 1991, Global Competition and Corporate Finance in the late 1990's, *Journal of Applied Corporate Finance* 3, 59–72.
- MACKAY, P., AND S. B. MOELLER, 2007, The Value of Corporate Risk Management, *Journal of Finance* 52, 1379–1419.
- MAIN, B., 1983, Corporate Insurance Purchases and Taxes, *Journal of Risk and Insurance* 50, 197–223.
- MAYERS, D., AND C. W. SMITH, 1987, Corporate Insurance and the Under Investment Problem, *Journal of Risk and Insurance* 54, 45–54.
- MAYERS, D., AND C. W. SMITH, 1990, On the Corporate Demand for Insurance: Evidence from the Reinsurance Market, *Journal of Business* 63, 19–40.
- MERTON, R. C., 1972, An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 7, 1851–1872.
- MIAN, S. L., 1996, Evidence on Corporate Hedging Policy, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 31, 419–439.
- MICHAUD, R., 1998, *Efficient Asset Management, A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation*, HBS Press.
- MODIGLIANI, F., AND M. H. MILLER, 1958, The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investments, *American Economic Review* 48, 261–297.
- MOOKHERJEE, D., 2006, Decentralization, Hierarchies, and Incentives: A Mechanism Design Perspective, *Journal of Economic Literature* 64, 367–390.
- NANCE, D. R., C. W. SMITH, AND C. W. SMITHSON, 1993, On the Determinants of Corporate Hedging, *Journal of Finance* 48, 267–284.
- OFEK, E., AND D. YERMACK, 2000, Taking Stock: Equity-Based Compensation and the Evolution of Managerial Ownership, *Journal of Finance* 55, 1367–1384.

- ROBERTS, D. J., 2004, *The Modern Firm*, Oxford University Press, New York (NY).
- SINCLAIR-DESGAGNÉ, B., 1999, How to Restore Higher-Powered Incentives in Multitask Agencies, *Journal of Law, Economics and Organizations* 15, 418–433.
- SMITH, C. W., AND R. STULZ, 1985, The Determinants of Firms' Hedging Policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 20, 391–405.
- SMITHSON, C., AND B. J. SIMKINS, 2005, Does Risk Management Add Value? A Survey of the Evidence, *Journal of Applied Corporate Finance* 17, 8–17.
- STULZ, R. M., 1984, Optimal Hedging Policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, 127–140.
- STULZ, R. M., 1996, Rethinking Risk Management, *Journal of Applied Corporate Finance* 9, 8–24.
- STULZ, R. M., 2004, *Risk Management and Derivatives*, Cincinnati, OH: Thomson South-Western Publishers.
- TITMAN, S., 2002, The Modigliani and Miller Theorem and Integration of Financial Markets, *Financial Management* 31, 1–21.
- TUFANO, P., 1996, Who Manages Risk? An Empirical Examination of Risk Management Practices in the Gold Mining Industry, *Journal of Finance* 51, 1097–1137.

# Cinq méprises omniprésentes en évaluation d'investissements publics et privés

## CHAPITRE 23

Ce chapitre est basé sur Marcel Boyer, « Cinq méprises omniprésentes en évaluation des investissements publics et privés », CIRANO 2017s-02, écrit avec la précieuse collaboration de Molivann Panot.

Malgré les développements et enseignements récents et actuels, des erreurs analytiques perdurent en évaluation de projets. Cinq méprises (ou absences de meilleures pratiques) omniprésentes résultent de ces erreurs :

1. L'utilisation du coût moyen pondéré du capital CMPC de l'entreprise pour évaluer ses investissements indépendamment des profils de risque des différents investissements;
2. L'utilisation d'un seul taux d'actualisation arrimée au risque systématique d'un projet lorsque ce projet est tributaire de sources de risques multiples;
3. L'utilisation de la VAN lorsque le gestionnaire a une certaine flexibilité dans la réalisation du projet, y compris la possibilité de modifier ou d'abandonner le projet en cours de réalisation;
4. L'utilisation du coût de financement du gouvernement pour évaluer les investissements publics indépendamment des profils de risque des différents investissements;
5. La prise en compte inadéquate du partage de risques dans les projets de partenariat public-privé.

Les trois premières méprises peuvent concerner aussi bien le secteur privé que le secteur public, alors que les deux dernières sont présentes principalement dans le secteur public bien que souvent relayées par des gestionnaires/*managers* du secteur privé. Ces méprises engendrent des pertes et destructions importantes de valeur pour les entreprises et organisations privées et publiques.

Bien que le présent document traite d'un contexte d'investissement, ces cinq méprises sont également présentes à divers niveaux dans l'évaluation de plusieurs politiques gouvernementales, telles (i) la comparaison des modes PPP et conventionnel pour la réalisation de projets publics d'infrastructure, (ii) la détention d'un portefeuille de placements risqués dédié au remboursement futur de la dette publique comme alternative au remboursement immédiat de cette dette, (iii) les subventions gouvernementales directes et indirectes<sup>65</sup> aux entreprises ainsi que (iv) les prêts, les garanties d'emprunts ou les crédits d'impôts que les gouvernements sont appelés à offrir aux entreprises.

---

<sup>65</sup> Sous forme de restrictions imposées aux mécanismes de concurrence tels les appels d'offre préférentiels et les différentes formes de gestion de l'offre, par exemple.

## 23:1 - PREMIÈRE MÉPRISE

La première méprise est bien connue mais encore bien répandue : les entreprises qui évaluent leurs investissements en utilisant un seul facteur d'actualisation basé sur le Coût Moyen Pondéré du Capital (CMPC)<sup>66</sup> ou toute autre mesure correspondant au coût global de financement de l'entreprise, font une erreur grave. Pour calculer correctement la Valeur Actuelle Nette (VAN) d'un projet, il faut utiliser un taux d'actualisation propre au risque systématique que représente ce projet.

Cette méprise conduit à une prise en compte biaisée du risque propre à chaque projet : les projets dont le niveau de risque est supérieur au risque moyen du portefeuille de projets de l'entreprise, ce portefeuille définissant la nature même de l'entreprise,<sup>67</sup> se voient attribuer une valeur surestimée, et ceux dont le risque systématique est inférieur au risque moyen du portefeuille se voient attribuer une valeur sous-estimée. Cette méprise se traduit par un surinvestissement dans les premiers et un sous-investissement dans les seconds, entraînant ainsi une perte de valeur potentiellement importante pour l'entreprise.

KRÜGER, LANDIER ET THESMAR (2015) - ou KLT - ont réalisé une analyse empirique des biais d'investissement et de la destruction de valeur créés par cette méprise. L'objectif de KLT est de montrer que cette méprise est encore omniprésente : les grandes entreprises utilisent une mesure du risque inadéquate dans l'évaluation de leurs projets d'investissements, ce qui les amène à des décisions d'investissement sous-optimales et destructrices de valeur.

Le CMPC est obtenu comme suit :

$$CMPC = \frac{D}{D + E} \times r_D + \frac{E}{D + E} \times \hat{r}_E$$

avec E et D correspondant respectivement aux valeurs des capitaux propres et de la dette,  $r_D$  au rendement de la dette après impôts pour les créanciers,  $\hat{r}_E$  au rendement espéré ou exigé des fonds propres. Selon le CAPM,  $\hat{r}_E = r_f + \beta_E(\hat{r}_M - r_f)$  où  $r_f$  est le rendement sans risque,  $\hat{r}_M$  est le rendement espéré du marché,  $(\hat{r}_M - r_f)$  est la prime de risque et  $\beta_E$  est la mesure de risque systématique des fonds propres ( $\beta_E = \frac{Cov(r_E, r_M)}{Var(r_M)}$ )

La méprise du CMPC (*the WACC fallacy*) vient au fait que ce taux ne mesure généralement pas correctement le risque systématique d'un projet d'investissement. Ainsi, elle mène à une répartition non optimale du capital au sein de l'entreprise. La valeur des projets relativement plus risqués aura tendance à être surestimée, tandis que les projets relativement moins à risques seront sous-estimés.

<sup>66</sup> Connu aussi sous son acronyme anglais WACC pour *weighted average cost of capital*.

<sup>67</sup> General Motors n'est pas Costco et cette dernière n'est pas Bombardier. BOYER, BOYER AND GARCIA, "Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management", *Quarterly Journal of Finance* 3(2), (2013) écrivent: "A firm is defined as a nexus of projects representing all real activities, such as those related to investment and production, and giving rise to a transformation possibility frontier for cash flows. This frontier is the envelope of all feasible vectors of cash flows over states of nature and time periods obtainable from all projects characterizing and identifying the firm as an economic entity. Hence, it accounts for all human, technological, contractual, legal, and other constraints facing a firm. In the short term, a firm can modify its overall distribution of cash flows over states and time periods and switch from one distribution to another within its feasibility set by changing its portfolio of projects. In the long term, a firm can modify its feasibility frontier by changing constraints underlying the transformation possibility set, generally through technological and organizational innovations such as mergers, acquisitions and divestitures, or innovation and patent initiation."

KLT montre empiriquement que les distorsions prédites, sous l'hypothèse que cette méprise est omniprésente dans les entreprises, sont effectivement observées.<sup>68</sup> Les auteurs considèrent deux types d'investissements, à savoir les investissements au sein des conglomérats et les investissements en fusions et acquisitions.

Dans le cas des conglomérats diversifiés, définis comme les entreprises opérant dans plus d'une industrie selon la classification FF48 de FAMA ET FRENCH (1997), l'échantillon analysé provient de la base de données Compustat Segment Files pour la période 1987-2007. De ces fichiers sont extraites les informations sur les dépenses d'investissement, les ventes et le montant des actifs totaux au niveau des segments d'affaires. Au sein de chaque conglomérat, les segments d'affaires sont classés par industrie. Chaque division est ainsi associée à une industrie. La division principale est définie comme celle dont le chiffre d'affaires est le plus élevé, les autres sont définies comme divisions secondaires.

Pour les investissements en fusions et acquisitions, les auteurs considèrent deux échantillons. Ceux-ci sont construits à partir de la base de données SDC Platinum Mergers and Acquisitions sur des transactions réalisées entre 1988 et 2007 pour lesquelles l'acquéreur et la cible sont des entreprises exclusivement américaines. Une transaction est considérée comme complète lorsqu'il y a prise de contrôle d'au moins 50% des actions ordinaires de la cible.

Le premier échantillon (échantillon A) comporte 6,366 acquisitions dites de diversification, c'est-à-dire que les activités principales de l'acquéreur et de la cible ne font pas partie de la même industrie FF48. Les entreprises cibles peuvent être cotées ou non en bourse. Dans l'échantillon A, les transactions portent sur des cibles dont la valeur moyenne est de 189,3M\$ ; seulement 12% de ces cibles sont cotées ; et seulement 3% des transactions ont été réalisées par appel d'offre public. La capitalisation moyenne de l'acquéreur est de 2 010,1M\$.

Le deuxième échantillon (échantillon B) contient 627 transactions de fusion et acquisition où l'acquéreur et la cible sont cotés et peuvent faire partie de la même industrie. Dans cet échantillon, l'acquéreur type et la cible type ont des capitalisations respectives de 11 356,2M\$ et de 1 881,5M\$.

## Investissements dans les divisions secondaires

La méprise du CMPC consiste à utiliser pour les investissements dans une division secondaire le bêta de la division principale en lieu et place de son bêta, plus précisément le bêta associé à l'industrie de la division principale en lieu et place du bêta associé à l'industrie de la division.

Le coût du capital corrigé de l'effet de levier applicable à une industrie FF48 est calculé à partir des rendements mensuels des entreprises qui font partie de cette industrie. Le calcul du bêta alternatif des actifs investis dans l'industrie  $j$  (classification FF48) sans effet de levier est obtenue comme suit :

$$\beta_{j,t}^A = \frac{E_{j,t-1}}{E_{j,t-1} + D_{j,t-1}} \times \beta_{j,t}^E$$

où  $E_{j,t-1}$  et  $D_{j,t-1}$  correspondent respectivement à la capitalisation boursière totale et à la valeur comptable totale de l'endettement de l'industrie  $j$  au début de l'année  $t$ . Le facteur  $\beta_{j,t}^E$  pour les actions de l'industrie  $j$  dans l'année  $t$  est estimé à partir des rendements sur une période mobile de 60 mois qui se termine le dernier mois de l'année  $t-1$ . Le portefeuille d'entreprises, pondéré selon la valeur de marché, provient de l'indice CRSP pondéré par la valeur pour des fenêtres mobiles de 60 mois.

---

<sup>68</sup> BIERMAN (1993) et GRAHAM ET HARVEY (2001) avaient montré qu'en pratique la plupart des entreprises employaient un taux d'actualisation unique dans l'évaluation de leurs projets, à savoir le CMPC.

Une mesure alternative pour le coût du capital de l'industrie  $j$  est également considérée. Le facteur  $\beta_{i,t}^E$  appliqué aux fonds propres de la firme  $i$  est d'abord estimé sur une fenêtre mobile de 60 mois. Comme précédemment, cette période d'observation se termine le dernier mois de l'année  $t-1$ .  $\beta_{i,t}^E$  est ensuite corrigé de l'effet de levier en utilisant la structure du capital de la firme  $i$ . Enfin, le bêta alternatif pour l'industrie  $j$  est calculé comme la moyenne à pondération égale  $\beta_{EW,j,t}^A$  des bêtas des firmes comprises dans cette l'industrie :

$$\beta_{EW,j,t}^A = \frac{1}{N_{j,t}} \sum_{i=1}^{N_{j,t}} \frac{E_{i,t-1}}{E_{i,t-1} + D_{i,t-1}} \times \beta_{i,t}^E$$

avec  $N_{j,t}$  le nombre d'entreprises dans l'industrie  $j$ . Les bêtas obtenus pour chaque industrie sont appliqués aux divisions correspondantes des firmes.

Enfin, KLT examinent le niveau d'intégration verticale entre la division secondaire et la division principale pour tenir compte du fait que l'industrie de la division secondaire pourrait être un fournisseur ou un client important de l'industrie de la division principale. La base de données des tableaux Input-Output du Bureau of Economic Analysis (BEA) fournit les informations quant à la valeur des flux échangés pour 500 paires d'industries différentes pour les années 1987, 1992, 1997 et 2002. Ces données sont ensuite adaptées à la classification FF48 et permettent de mesurer la dépendance  $v_{i,j}$  de l'industrie  $i$  (qui reçoit de  $j$ ) par rapport à l'industrie  $j$  (qui approvisionne  $i$ ).

$$v_{i,j} = \frac{\text{Valeur des intrants provenant de l'industrie } j}{\text{Valeur totale des intrants dans l'industrie } i}$$

L'intégration verticale  $V_{ij}$  est simplement la moyenne

$$V_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}).$$

Il ressort des observations un degré d'intégration moyen entre une division secondaire et sa division principale de 4.2% pour l'échantillon.

L'analyse des distorsions d'investissements passe sur une régression multivariée qui a pour objectif de tester l'hypothèse selon laquelle le niveau des investissements dans une division secondaire serait une fonction croissante de l'écart entre le coût du capital « adéquat » (celui de l'industrie associée à la division secondaire) et le coût du capital « inadéquat » (celui de l'industrie associée à la division principale). La méprise du CMPC survient lorsque le bêta de la firme  $\beta^{ref}$  est utilisé à la place du bêta propre à la division  $\beta^{div}$  dans le calcul du coût du capital pour la division.

Ainsi, si  $\beta^{ref} > \beta^{div}$ , alors le taux d'actualisation des flux espérés des projets de la division sera supérieur à ce qu'il devrait être, ce qui conduira à un sous-investissement dans les projets de la division. Si  $\beta^{ref} < \beta^{div}$ , la VAN des projets de la division sera supérieure à ce qu'elle devrait être, ce qui se traduira par un surinvestissement dans ses projets. Par conséquent, le niveau des investissements sera croissant avec l'écart des bêtas  $\beta^{div} - \beta^{ref}$ . L'écart des bêtas n'aurait pas ailleurs aucun impact sur les investissements dans la division si le coût du capital adéquat était pris en compte.

KLT ont testé l'hypothèse de la méprise du CMPC en réalisant une première régression univariée, qui a montré que la variable dépendante (investissements bruts dans les divisions secondaires) est une fonction croissante significative de l'écart des bêtas ( $\beta_{DIV,t-1}^A - \beta_{CORE,t-1}^A$ ). KLT ont ensuite ajouté comme variables explicatives des variables représentant les principaux déterminants des investissements dans les entreprises – opportunités d'investissement

capturées par le ratio Q de Tobin<sup>69</sup> au niveau des divisions principales et secondaires, la taille de la division et de la firme etc. Ces variables n'ont pratiquement aucune incidence sur le coefficient de l'écart des bêtas. KLT ont ensuite ajouté des variables relatives au financement externe de la firme afin de tester si la méprise du CMPC serait due à la disponibilité de capitaux internes à l'entreprise imputable aux décisions des gestionnaires. Les résultats indiquent que ce n'est pas le cas. Enfin, KLT ont voulu vérifier l'effet du degré d'intégration verticale entre la division principale et les divisions secondaires sur les résultats précédents. Ils ont montré que cette intégration n'a pas d'impact sur le lien entre les investissements et l'écart des bêtas.

Les distorsions dans l'allocation du capital entre les divisions viennent de l'utilisation d'un taux d'actualisation erroné. On peut penser que cet effet est dû à une forme de rationalité limitée de la part des gestionnaires qui d'une certaine manière se satisferaient d'une allocation des investissements inefficace certes mais nettement plus simple. KLT montrent qu'effectivement la méprise du CMPC devient moins importante et donc que la qualité de la gestion des investissements s'améliore avec le passage du temps (effet d'apprentissage), avec l'importance relative de la division secondaire, avec les écarts de coûts du capital entre les divisions secondaires d'une entreprise, ainsi qu'avec l'importance de la participation du PDG dans l'actionariat de l'entreprise.

## Fusions et acquisitions

KLT dérivent un autre ensemble de résultats relatifs à la méprise du CMPC à partir de données sur les opérations de fusion et acquisition. La méprise du CMPC prend dans ce contexte la forme suivante : l'acquéreur valorise la transaction en se servant de son propre bêta au lieu de celui de la cible. Ainsi, si le coût du capital de l'acquéreur est plus faible que celui de la cible, alors l'acquisition sera surévaluée et se fera possiblement à un prix trop élevé. Dans le cas contraire, l'acquisition sera sous-évaluée et se fera possiblement à un prix plus favorable à l'acquéreur.

L'hypothèse de la présence de la méprise du CMPC est testée comme suit. A partir de données extraites de la base de données CRSP, KLT calculent le cumul moyen des rendements anormaux consécutifs à l'annonce d'une opération de fusion et acquisition pour les titres de l'acquéreur. Pour l'échantillon A (transactions de diversification), KLT observent que le marché accueille favorablement les annonces d'acquisition en général, mais que les rendements sont moins élevés lorsque le bêta de l'industrie associé à l'acquéreur est inférieur au bêta associé à l'industrie de la cible, ce que prédit la méprise du CMPC. Pour l'échantillon B (transactions entre entreprises cotées), KLT observent que la transaction se traduit par une perte de valeur plus importante pour l'acquéreur si son bêta est plus faible que celui de la cible et moins importante si son bêta est supérieur à celui de la cible, ce que prédit la méprise du CMPC.

Les auteurs réalisent une série de régressions à partir des échantillons A et B pour tester plus rigoureusement l'effet des écarts de bêtas sur les rendements anormaux pour l'acquéreur. Le principal résultat qui ressort des tests conduits à partir de l'échantillon A est à l'effet que si le bêta de l'industrie associée à l'acquéreur est inférieur à celui de l'industrie associée à la cible, l'acquéreur a tendance à surévaluer la valeur de l'investissement. Les auteurs estiment cette surévaluation à 8,9% de la valeur moyenne des entreprises cibles pour cet échantillon. Les régressions réalisées avec l'échantillon B portent sur des bêtas calculés à l'échelle de la firme plutôt que l'industrie. Ici aussi, les résultats suggèrent que les transactions pour lesquelles le bêta de l'acquéreur est inférieur à celui de la cible sont significativement destructrices de valeur pour les actionnaires ; par rapport aux transactions de diversification, il ressort que l'amplitude (coefficient) de la perte de valeur due à l'utilisation du mauvais taux augmente lorsque les transactions concernent des entreprises cotées. L'utilisation d'un taux d'actualisation erroné conduit à une surévaluation typique d'environ 9% de la valeur moyenne des entreprises cibles, un niveau similaire à celui observé pour l'échantillon A.

---

<sup>69</sup>  $Ratio\ Q\ ou\ Tobin's\ Q = \frac{Capitalisation\ Boursière}{Capitaux\ Propres}$  ou  $\frac{Market\ Value}{Book\ Value}$

## Conclusion

L'étude de KLT apporte un complément important aux travaux de Graham et Harvey (2001), qui avaient montré que les entreprises ont tendance à utiliser pour l'évaluation de leurs projets une prime de risque à l'échelle de la firme au lieu d'une prime de risque spécifique à un projet.

La méprise du CMPC (*WACC fallacy*) conduit dans les conglomérats à un surinvestissement dans les divisions qui présentent un bêta et donc un coût du capital supérieur à celui de la division principale de l'entreprise, plus précisément à une relation positive entre les investissements dans les divisions secondaires et la différence entre le coût du capital de la division et celui de la division principale. Ce résultat suggère qu'un nombre non négligeable d'entreprises valorisent leurs projets d'investissement avec un taux d'actualisation propre à l'entreprise dans son ensemble. Les résultats pour les fusions et acquisitions suggèrent que l'utilisation d'un coût du capital incorrect est davantage destructrice de valeur pour l'acquéreur si la cible possède un bêta supérieur au sien.

L'étude contribue à la littérature sur la finance comportementale. Les résultats de KLT suggèrent que la méprise du CMPC est fonction d'un biais dû à la rationalité limitée des gestionnaires car (i) elle a eu tendance à s'amenuiser au fil des années, une observation cohérente avec l'idée selon laquelle les gestionnaires intègrent davantage les enseignements moderne en budgétisation du capital, (ii) elle est également moins prononcée dans le cas de divisions secondaires relativement importantes au sein des conglomérats, et (iii) elle est également moins présente lorsque le PDG a une participation financière plus importante dans l'entreprise.

## 23:2 - DEUXIÈME MÉPRISE

La deuxième méprise est moins bien connue mais davantage présente au sein des entreprises : les entreprises qui évaluent la VAN d'un projet d'investissement à l'aide d'un taux d'actualisation unique propre à ce projet, évitant donc la première méprise, font une erreur grave lorsque le projet est en réalité tributaire de plusieurs sources de risque. BOYER ET GRAVEL (2006) montrent que la méthode de la VAN telle qu'utilisée et appliquée dans la plupart des entreprises et organisations pour un projet à sources de risque multiples viole deux principes fondamentaux de la création de valeur, à savoir le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage.

Le principe d'additivité affirme que la valeur d'un portefeuille de projets indépendants est égale à la somme des valeurs des projets qui le constituent. Si une séquence de flux monétaires est décomposable en plusieurs séquences composantes indépendantes, il est donc possible d'en faire l'évaluation en faisant la somme des évaluations obtenues pour ces différentes composantes.

Le principe d'absence d'arbitrage affirme que sur des marchés financiers bien développés, peuplés d'agents rationnels, les opportunités d'arbitrage, définies comme des stratégies qui sans mise de fonds initiale offrent une promesse de gain avec une probabilité nulle de perte, devraient être rares et ne pas pouvoir perdurer longtemps. Les arbitragistes, à l'affût de ces opportunités, auront tôt fait de les exploiter et les faire disparaître sitôt apparues.

Le non-respect des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage par la VAN telle qu'usuellement appliquée est imputable principalement à l'utilisation d'un taux unique pour l'actualisation des flux financiers d'un projet à sources de risque multiples, et ce même si ce taux est corrigé pour le risque systématique propre au projet en question.

L'approche VAN-O (valeur actualisée nette optimisée), proposée et développée par BOYER ET GRAVEL (2006), apporte une réponse aux lacunes de la VAN usuelle et permet, en présence de sources de risques multiples, de rendre le processus de choix des investissements plus efficient et bien arrimé à une véritable création de richesse.

L'étude de BOYER ET GRAVEL (2006) montre que la prise en compte du risque systématique et donc non-diversifiable d'un projet d'investissement doit se faire par (i) la décomposition des flux monétaires en un nombre variable de composantes correspondant aux diverses sources ou types de risque présents dans le projet considéré, (ii) le calcul de la valeur actualisée de chacune des composantes ainsi obtenues à l'aide d'un taux d'actualisation approprié incluant une prime de risque spécifique à la composante considérée et (iii) la somme des valeurs présentes des diverses composantes, cette somme correspondant à la valeur du projet. Alternativement, les différentes composantes de flux monétaires peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir l'équivalent certain de chacune des composantes. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au taux sans risque, identique, unique et observable.

Cette approche de la VAN-O à l'évaluation d'un projet mènera à une valeur différente de la valeur obtenue par l'approche usuelle de la VAN qui actualise à un taux unique l'espérance des flux financiers associés au projet. L'approche VAN-O, qui s'appuie sur des fondements analytiques plus rigoureux, pourra dans certains cas entraîner des changements importants dans le choix des investissements.

Les trois exemples donnés ci-dessous, tirés de BOYER ET GRAVEL (2006), montrent que la méthode usuelle de la VAN comporte des lacunes pouvant mener à des décisions d'investissement erronées et que la méthode VAN-O basée sur les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage est plus adéquate pour des projets à sources de risque multiples, comme le sont typiquement tous les projets réels.

## Exemple 1

Soit une firme qui a en  $t = 0$  l'opportunité de développer un réservoir de gaz naturel. Supposons qu'à la prochaine période ( $t = 1$ ), le réservoir considéré permettra d'extraire et de vendre  $x$  unités de gaz à un coût total égal à  $C$ . Par hypothèse, l'unique source d'incertitude est le prix du gaz de la prochaine période ( $P_1$ ); si la firme décide de développer le réservoir, elle doit en extraire le gaz en  $t = 1$  (aucune flexibilité opérationnelle).

Le calcul de la valeur actualisée des flux monétaires (*VAFM*) de ce projet suivant la méthode de la VAN appelle les étapes suivantes :

- Estimation de la valeur anticipée des flux monétaires nets  $V_1$  en  $t = 1$ ; puisque  $P_1$  est la seule source d'incertitude, on a :

$$(23.1) \quad V_1 = x \cdot E_0[P_1] - C$$

- Détermination d'un taux d'actualisation  $r_p$  « approprié » pour le projet ; par exemple, en utilisant un modèle tel le modèle d'équilibre des actifs financiers à un seul facteur de risque représenté par le portefeuille de marché (MEDAF ou CAPM), on a :

$$(23.2) \quad r_p = r_f + \beta_p(E[r_m] - r_f)$$

où  $r_f$ ,  $E[r_M]$  et  $\beta_p$  sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement anticipé du portefeuille de marché et le bêta du projet (ou d'un projet semblable) mesurant le niveau de risque systématique du projet.

- Actualisation de la valeur anticipée des flux monétaires au taux  $r_p$  pour obtenir la valeur actualisée des flux monétaires, i.e. :

$$(23.3) \quad VAFM = V_1 \cdot (1 + r_p)^{-1} = (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + r_p)^{-1}.$$

Avec la VAN, le décideur actualise la valeur anticipée des flux monétaires nets du projet à un taux d'actualisation qui reflète à la fois le « risque » des flux monétaires et le taux de préférence temporelle.

La firme doit choisir entre le projet 1, dit à coût faible, qui permet de produire<sup>70</sup>  $x = 250 \text{ mmcf}$  de gaz à un coût total de  $C = 150 \text{ K\$}$  et le projet 2, dit à coût élevé, qui permet de produire  $x = 500 \text{ mmcf}$  de gaz à un coût de  $C = 400 \text{ K\$}$ . De plus, nous supposons que :

- ▣ Le prix anticipé du gaz est de  $E_0[P_1] = \$1,00/\text{mcf}$ ;
- ▣ Il existe un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre en  $t = 1$  une unité (mcf) de gaz à un prix de  $\$0,90 / \text{mcf}$ ;
- ▣ Le prix observé d'un bon du trésor permettant de recevoir  $\$1,00$  en  $t = 1$  est égal à  $\$0,95$  impliquant un taux sans risque de  $5,26 \%$ ,
- ▣ La prime de risque sur le marché est égale à  $(E[r_m] - r_f) = 10,67 \% - 5,26 \% = 5,41 \%$
- ▣ Le bêta de la firme (projet) est égal à  $1,8$ .

Ainsi, le taux d'actualisation donné par le MEDAF (équation (23.2)) est de  $15\%$ . Si la firme utilise la VAN avec un taux d'actualisation de  $15\%$  pour évaluer ses projets gaziers, elle trouvera les valeurs suivantes, égales par construction :

$$(23.4) \quad \begin{aligned} \text{Projet 1: } VAFM &= (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ &= [(250 \text{ mmcf} \cdot \$1.00 / \text{mcf}) - \$150K] \cdot (1.15)^{-1} = \$86.96K \end{aligned}$$

$$(23.5) \quad \begin{aligned} \text{Projet 2: } VAFM &= (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ &= [(500 \text{ mmcf} \cdot \$1.00 / \text{mcf}) - \$400K] \cdot (1.15)^{-1} = \$86.96K \end{aligned}$$

Le facteur d'actualisation est défini comme suit :

(23.6)

$$FA = \frac{VAFM}{V_1}$$

Puisque les valeurs actualisées des flux monétaires ( $86,96\text{\$}$ ) et les valeurs anticipées des flux monétaires ( $100\text{K\$}$ ) des deux projets sont égales, on obtient un même facteur d'actualisation égal à  $0,87$  pour les deux projets.

En examinant (23.1), on constate que la valeur espérée des flux monétaires du projet peut se décomposer en deux parties soit la partie « revenus » qui est égale à  $x \cdot E_0[P_1]$ , et la partie « coûts » qui est égale à  $C$ .

Tel que mentionné ci haut, le principe d'additivité des valeurs veut (exige) qu'on puisse évaluer séparément chaque composante et additionner les valeurs obtenues pour déterminer la valeur globale du projet. Comparons la valeur actualisée des flux monétaires des projets 1 et 2, telles qu'obtenues ci-dessus, à leurs valeurs calculées à partir du principe d'additivité des valeurs en décomposant les flux monétaires en une composante « revenus » et une composante « coûts ».

<sup>70</sup> Les quantités de gaz naturel se mesurent en milliers de pieds cubes (mcf) ou en millions de pieds cubes (mmcf).

Pour trouver la valeur de la composante « revenus », il faut déterminer la valeur d'une unité de gaz en  $t = 1$ . Nous savons par hypothèse qu'il existe présentement un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre à la prochaine période 1 *mcf* de gaz à un prix de \$0,90 / *mcf*. L'hypothèse d'absence de possibilités d'arbitrage implique qu'à la période actuelle,  $t = 0$ , la valeur ( $VG$ ) de recevoir 1 *mcf* de gaz à la période prochaine,  $t = 1$ , devrait être égale au coût en  $t = 0$  de la transaction suivante :

- Acheter un contrat à terme (position longue) pour 1 *mcf* de gaz;
- Acheter un (ou une fraction) bon du trésor qui garantira en  $t = 1$  les fonds nécessaires à l'achat du *mcf* de gaz au prix spécifié par le contrat à terme.

Puisque la transaction ci-dessus nous permet de recevoir avec certitude 1 *mcf* de gaz en  $t = 1$ , la valeur  $VG$  de recevoir 1 unité de gaz en  $t = 1$  devrait être égale au coût de la transaction ci-dessus qui en  $t = 0$  est égale au prix de 0,90 bons du trésor:

$$VG = 0.90 \times \$0.95 = \$0.855/mcf$$

Pour sa part, en raison du fait que le coût  $C$  sera encouru avec certitude, la valeur  $VC$  de chaque unité (en \$) de la composante « coût » est égale à la valeur en  $t = 0$  du déboursé en  $t = 1$  de \$1 sans risque, i.e.  $VC = \$0,95$ . Pour les deux projets nous avons donc les valeurs  $V$  suivantes :

$$(23.7) \quad \text{Projet 1: } V = x.VG - C.VC \\ = (250 \text{ mmcf} \cdot \$0.855/mcf) - (150K \cdot \$0.95) = \$71.25K$$

$$(23.8) \quad \text{Projet 2: } V = x.VG - C.VC \\ = (500 \text{ mmcf} \cdot \$0.855/mcf) - (400K \cdot \$0.95) = \$47.5K$$

Rappelons qu'avec la VAN, le facteur d'actualisation défini par (23.6) était égal pour les deux projets. Cela signifie que chaque dollar de revenus nets était actualisé au même taux  $r = 15\%$ , soit  $(1 + r)^{-1} = 0,87$ . Pour ce qui est de la deuxième méthode d'évaluation, basée sur les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, nous pouvons définir le facteur d'actualisation comme suit :

$$(23.9) \quad FA = \frac{V}{V_1}$$

ce qui donne un facteur de  $(1 + r)^{-1} = 0,713$  ou  $r = 40,35\%$  pour le projet à coûts faibles et de  $(1 + r)^{-1} = 0,475$  ou  $r = 110,53\%$  pour le projet à coûts élevés. Par conséquent, pour que l'évaluation des projets 1 et 2 respecte les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, il faut que les revenus nets du projet 1 soient actualisés à un taux plus faible (40,35%) que celui des revenus nets du projet 2 (110,53%). Voyons pourquoi.

Pour les projets considérés, la seule source d'incertitude est le prix du gaz naturel qui a une valeur espérée de \$1,00 / *mcf*. Supposons qu'à  $t = 1$ , le prix du gaz peut prendre avec probabilité 0,5 chacune des valeurs suivantes:  $P_1 = \$1,25/mcf$  ou  $P_1 = \$0,75/mcf$  d'où  $E_0[P_1] = \$1,00/mcf$ . Voyons comment un niveau d'incertitude absolue de  $\pm \$0,25$  pour le prix du gaz affecte les flux monétaires nets de chaque projet:

Projet 1:

$$(250 \text{ mmcf} * \$1.25/mcf) - \$150K = \$162.5K$$

$$(250 \text{ mmcf} * \$0.75/mcf) - \$150K = \$37.5K$$

Projet 2:

$$(500 \text{ mmcf} * \$1.25/\text{mcf}) - \$400K = \$225K$$

$$(500 \text{ mmcf} * \$0.75/\text{mcf}) - \$400K = -\$25K$$

Si nous calculons pour chaque projet le niveau d'incertitude absolue des flux monétaires nets, nous obtenons  $\pm \$62,5K$  pour le projet 1 à coût faible et  $\pm \$125K$  pour le projet 2 à coût élevé. Ainsi, pour une même valeur anticipée des flux monétaires nets (\$100K), la volatilité des flux monétaires nets du projet 2 est beaucoup plus grande que celle du projet 1, ce qui justifie d'utiliser un facteur d'actualisation plus faible (taux d'actualisation plus élevé) pour les flux monétaires nets du projet 2.

En effet, en supposant que l'investisseur a de l'aversion pour le risque et qu'il choisira l'alternative qui lui donne l'utilité espérée la plus grande, il préférera réaliser le projet 1. Voici pourquoi. Si  $u(x)$  représente le niveau d'utilité de  $x$  dollars, l'utilité espérée des deux projets s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} u(\text{projet 1}) &= 0.5 * u(37.5) + 0.5 * u(162.5) \\ u(\text{projet 2}) &= 0.5 * u(-25.0) + 0.5 * u(225.0) \end{aligned}$$

et la différence de l'utilité espérée des deux projets se dénote :

$$u(\text{projet 1}) - u(\text{projet 2}) = 0.5 [(u(37.5) - u(-25.0)) + (u(162.5) - u(225.0))]$$

Puisque l'utilité de l'investisseur augmente avec le niveau de richesse, le terme 1 de l'expression ci-dessus est plus grand que zéro et le terme 2 est plus petit que zéro. Cependant, puisque l'investisseur a de l'aversion pour le risque, sa fonction d'utilité est strictement concave (utilité marginale décroissante), le terme 1 sera en valeur absolue plus grand que le terme 2. Par conséquent l'investisseur qui a de l'aversion pour le risque préférera le projet 1, ce qui invalide la conclusion de la VAN qui attribue la même valeur aux deux projets.

Cet exemple permet de constater que la VAN telle qu'appliquée dans beaucoup d'entreprises n'est pas en mesure de capter les différences qui existent entre deux projets ayant la même valeur espérée des flux monétaires nets mais avec des volatilités différentes. L'utilisation d'un taux d'actualisation unique pour certaines classes de projets (projets gaziers par exemple) peut conduire à des prises de décisions qui sont en définitive destructrices de valeur pour l'entreprise. Dans cet exemple, la méthode usuelle de la VAN surestime la valeur des deux projets en actualisant les coûts (extraction ou production) comme si ces coûts étaient incertains plutôt que certains.

Il est très difficile voire impossible de trouver un taux d'actualisation approprié pour chaque profil de projet permettant d'appliquer de manière cohérente la méthode usuelle de la VAN. Une méthodologie d'actualisation des flux monétaires en incertitude inspirée des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, la méthode VAN-O, permet de contourner ce problème en décomposant les flux monétaires des divers projets en composantes correspondant aux différentes sources de risque et en déterminant une prime de risque appropriée pour chaque composante ou source de risque. Ainsi, tous les projets sont évalués de manière cohérente à partir des mêmes primes de risque appliquées à leurs différentes composantes.

## Exemple 2

L'exemple suivant inspiré de SICK (2009) permet de montrer qu'en situation d'incertitude, il est impossible de trouver, pour des flux monétaires nets à composantes de risque différentes, un taux d'actualisation approprié, unique et indépendant des différents états de la nature.

Soit une firme pouvant investir  $K = \$190$  millions de dollars pour développer une mine d'or, qui lui permettrait d'extraire  $Q = 1$  million d'onces d'or à un coût d'extraction de  $E = \$100$  l'once. De plus, supposons que le prix de l'or est présentement égal à  $S = \$300$  l'once. Pour évaluer ce projet, nous pouvons utiliser le principe d'évaluation qui veut que si nous devons entreprendre ce projet maintenant et si la mine était par la suite gérée de façon optimale, c'est-à-dire en appliquant le principe d'Hotelling pour déterminer le rythme d'extraction, alors la VAN du projet serait<sup>71</sup> :

$$(23.10) \quad VPN = (S - E).Q - K$$

Ainsi, si la décision de développer la mine devait être prise aujourd'hui, la VAN serait égale à :

$$VPN = (300 - 100).1\ 000\ 000 - 190\ 000\ 000 = \$10\ 000\ 000$$

Supposons que d'une période à l'autre, le prix de l'once d'or peut augmenter de  $u = 20\%$  avec une probabilité de  $\pi = 75\%$  ou diminuer de  $d = 20\%$  avec une probabilité de  $1 - \pi$ . L'évolution du prix peut être représentée de la façon suivante (tableau 1) :

0	1	2
		\$432
\$300	\$360	\$288
	\$240	\$192

TABLEAU 1. ÉVOLUTION DU PRIX DE L'OR

Notons qu'à chaque  $t$ , le prix de l'or doit être égal à la valeur espérée du prix de la période suivante actualisé au taux d'actualisation ajusté pour le risque. Ainsi, le taux d'actualisation ajusté pour le risque sous-jacent au tableau 1 doit être  $r_{or} = 10\%$ , comme le veut la condition de cohérence suivante :

$$(23.11)$$

$$S = \frac{\pi(1 + u)S + (1 - \pi)(1 - d)S}{1 + r} \Rightarrow r = \pi(u + d) - d = 0.75(0.4) - 0.2 = 0.1$$

En utilisant (23.10) pour déterminer la VAN de la mine, nous avons les trois possibilités suivantes pour la VAN d'un projet d'investissement à réaliser en  $t = 2$ : \$142M, \$-2M, \$-98M. Si nous raisonnons en termes de VAN conventionnelle, nous actualisons la valeur espérée de la mine à un taux de 10% (taux d'actualisation ajusté pour le risque de l'or puisque la seule source de risque est le prix de l'or) pour déterminer la valeur du projet en  $t = 0$ . Cela nous donnerait (tableau 2):

<sup>71</sup> Le principe d'Hotelling affirme que la valeur actualisée de la mine est donnée par (23.10) sous l'hypothèse d'une opération et une gestion optimales : la valeur actualisée d'une once d'or extraite en  $t = t_1$  doit, par le principe d'arbitrage, être la même que celle d'une once d'or extraite en toute autre période  $t$ . Ainsi, toute once d'or extraite dans le plan optimal d'extraction doit avoir la même valeur actualisée que la valeur  $(S - E)$  de l'once d'or extraite en période présente, d'où l'expression (23.10).

0	1	2
		\$142 000 000
\$60 330 579	\$96 363 636	\$-2 000 000
	\$-23 636 364	\$-98 000 000

TABLEAU 2. VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE EN  $t = 0$  SELON LA VAN EN UTILISANT UN TAUX D'ACTUALISATION DE 10%

Ce qui est équivalent à

$$VPN = \frac{\pi^2 * 142\,000\,000 - 2\pi(1 - \pi) * 2\,000\,000 - (1 - \pi)^2 * 98\,000\,000}{(1 + r)^2} = \$60\,330\,579$$

Si nous procédons comme dans l'exemple 1 en évaluant séparément les composantes « revenus » et « coûts » de la formule d'Hotelling, nous obtenons pour la valeur des revenus  $V_T$  donnés par le produit de la vente de 1 million d'onces d'or au prix observé en  $t = 2$  (tableau 3):

0	1	2
		\$432 000 000
\$300 000 000	\$360 000 000	\$288 000 000
	\$240 000 000	\$192 000 000

TABLEAU 3. VALEUR ACTUALISÉE DE 1 MILLION D'ONCES D'OR EN  $t = 2$

Par ailleurs, puisque les valeurs de l'investissement  $K$  et du coût d'extraction  $E$  sont par hypothèse connues avec certitude, nous pouvons en déterminer les valeurs actualisées en utilisant le taux sans risque que nous supposons égal à  $r_f = 6\%$ . Ainsi, la valeur actualisée des coûts  $V_c$  est égale à :

(23.12)

$$V_c = \frac{290\,000\,000}{(1.06)^2} = \$258\,098\,968$$

Selon le principe d'additivité des valeurs, la valeur  $V_{mine}$  en  $t = 0$  de la mine d'or est égale à :

(23.13) 
$$V_{mine} = V_r - V_c = \$300\,000\,000 - \$258\,098\,968 = \$41\,901\,032$$

Avec la méthode VAN, nous avons appliqué un même taux d'actualisation aux revenus et aux coûts même si les deux composantes ne représentent pas le même niveau de risque et cette procédure nous a donné une VAN de \$60 330 579. Avec la VAN-O, nous utilisons un taux d'actualisation différent pour chaque source de risque selon la nature et le niveau (quantité) de risque encouru, déterminé en utilisant le modèle MÉDAF si ce modèle est pertinent dans le cas du problème considéré. Une fois encore, la VAN surestime la valeur du projet en actualisant les coûts (investissement et extraction) comme incertains plutôt que comme certains.

Voyons maintenant s'il est possible de trouver un taux d'actualisation unique permettant de réconcilier la VAN et la méthode VAN-O basée sur le principe d'additivité. Pour ce faire, considérons le tableau 4 où chaque entrée est égale à  $V_{mine}$  à chaque période  $t$  pour tous les états de la nature possibles (niveau du prix de l'or):

Calculons en  $t = 1$  pour un prix de l'or de \$360, le taux d'actualisation nous permettant de réconcilier la VAN et le tableau 4. Nous avons :

$$\$86\,415\,094 = \frac{0.75 * \$142\,000\,000 - 0.25 * 2\,000\,000}{1 + R}$$

(23.14)

$$\Rightarrow R = \frac{0.75 * \$142\,000\,000 - 0.25 * 2\,000\,000}{\$86\,415\,094} - 1 = 22.66\%$$

En  $t = 0$ , on trouve :

$$\$41\,901\,032 = \frac{0.75 * \$86\,415\,094 - 0.25 * 33\,584\,906}{1 + R}$$

(23.15)

$$\Rightarrow R = \frac{0.75 * \$86\,415\,094 - 0.25 * 33\,584\,906}{\$41\,901\,032} - 1 = 34.64\%$$

0	1	2
		\$142 000 000
\$41 901 032	\$86 415 094	\$-2 000 000
	\$-33 584 906	\$-98 000 000

TABLEAU 4. VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE À CHAQUE PÉRIODE, CALCULÉE SELON LA VAN-O

Par conséquent, il n'existe pas de taux d'actualisation unique permettant de concilier les deux méthodes, ce qui rend difficile voire impossible l'application cohérente de la VAN pour maximiser la valeur de l'organisation.

### Exemple 3

Une firme souhaite évaluer le projet suivant : investir  $K$  millions de dollars pour acquérir un actif lui permettant de produire annuellement pendant  $T$  années une quantité  $Q$  (par exemple : kWh d'électricité) à un coût unitaire constant de  $c$ . On suppose qu'une proportion  $w$  de la production est destinée à un marché où le prix est fixe (électricité patrimoniale) et égal à  $P^f$ , tandis que le surplus est écoulé sur un marché où le prix  $P_T$  est volatil. Par conséquent, à chaque  $t$ , le profit (flux monétaires nets) généré par l'actif s'écrit comme suit :

$$(23.16) \quad \pi_t = (w * P^f + (1 - w) * P_t - c) Q$$

L'hypothèse implicite derrière la formulation ci-dessus est qu'il est impossible d'interrompre la production même si (23.16) devient négatif; par ailleurs il est supposé que la firme n'a pas l'option de reporter l'investissement.

Supposons que le prix sur le marché volatil suit un mouvement Brownien géométrique (MBG) et qu'il est présentement égal à  $P_0$ . Ainsi, le prix suit la dynamique suivante (analyse en temps continu) :

$$(23.17) \quad dP_t = \alpha P_t dt + \sigma P_t dz$$

où  $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ , avec  $\varepsilon_t$  distribué selon  $N(0,1)$ .  $\alpha$  caractérise l'évolution anticipée (moyenne) du prix et  $\sigma$  caractérise sa variabilité ou volatilité. L'équation (23.17) peut être réécrite sous une forme en temps discret :

$$(23.18) \quad P_{t+\Delta t} - P_t = \alpha P_t \Delta t + \sigma P_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

où  $\Delta$  représente un intervalle de temps (par exemple :  $\Delta t = 1/12$  si l'intervalle est de 1 mois). (23.18) peut être réécrite comme suit <sup>72</sup>

$$(23.19) \quad P_{t+\Delta t} = P_t(1 + \alpha \Delta t) + P_t(\sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$$

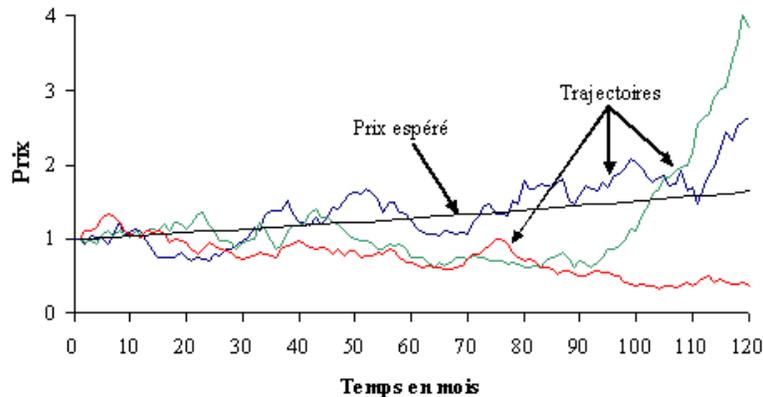
Puisque  $\varepsilon_t$  est distribué selon  $N(0,1)$ , l'espérance mathématique au temps  $t$  du prix au temps  $t + \Delta t$  est égale à :

$$(23.20) \quad E_t[P_{t+\Delta t}] = P_t(1 + \alpha \Delta t)$$

On a donc :

$$(23.21) \quad P_{t+\Delta t} = E_t[P_{t+\Delta t}] + P_t(\sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$$

Le graphique 1 illustre trois exemples de trajectoires générées par l'équation (23.21) avec un paramètre de tendance  $\alpha = 0.05$  (on anticipe que le prix augmentera en moyenne de 5% par année) et un paramètre de volatilité  $\sigma = 0.25$  (c'est-à-dire une volatilité de 25% par année) avec  $P_0 = \$1$  et  $\Delta t = 1/12$ .



GRAPHIQUE 1. TRAJECTOIRES GÉNÉRÉES PAR UN MOUVEMENT BROWNIEN GÉOMÉTRIQUE

Pour ce qui suit, le MÉDAF est utilisé comme modèle d'équilibre pour le taux de rendement espéré  $r_i$  d'un actif (ou variable d'état) quelconque. Le MÉDAF (équation (23.2)) peut s'exprimer comme suit :

<sup>72</sup> Notons :  $dt$  est équivalent à dire que  $\Delta t$  tend vers 0

(23.22)

$$r_i = r_f + \frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

où  $r_f$ ,  $E[r_m]$ ,  $\rho_{im}$ ,  $\sigma_i$  et  $\sigma_m$  sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement espéré du portefeuille de marché, le coefficient de corrélation entre le rendement de l'actif (ou de la variable d'état) et le rendement du marché, l'écart type du rendement de l'actif et l'écart type du rendement du portefeuille de marché. Notons que  $\frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m}$  est le  $\beta_i$  de l'actif.<sup>73</sup>

Si le prix de marché volatil est présentement égal à  $P_0$  et si ce prix évolue selon le processus décrit en (23.17), on peut démontrer qu'à la période 0, le prix anticipé de la période  $t$  est égal à :

(23.23) 
$$E_0[P_t] = P_0 e^{\alpha t}$$

Dans ce cas, si la firme utilise la VAN, elle calculera la VAFM en sommant la séquence des flux monétaires nets anticipés et actualisés. Puisque le prix sur le marché volatil est la seule source d'incertitude et que son bêta est égal à  $\beta_P$ , elle utilisera  $r_P$  (déterminé par (23.22)) comme taux d'actualisation, ce qui donne :

(23.24)

$$\begin{aligned} VAFM &= Q \int_0^T wP^f + (1-w)E_0[P_t] - c) e^{-r_P t} dt \\ &= Q \int_0^T (wP^f + (1-w)P_0 e^{\alpha t} - c) e^{-r_P t} dt \\ &= \frac{QwP^f(1 - e^{-r_P T})}{r_P} + \frac{Q(1-w)P_0(1 - e^{-(r_P - \alpha)T})}{r_P - \alpha} - \frac{Qc(1 - e^{-r_P T})}{r_P} \end{aligned}$$

Valeur actualisée des revenus du marché à prix fixe	Valeur actualisée des revenus du marché à prix volatil	Valeur actualisée des coûts de production
---	--	---

Si la firme utilise plutôt la VAN-O, elle procédera comme suit :

- Désagréger la séquence des flux monétaires (23.16) en ses différentes composantes; dans le cas considéré, (23.16) se décompose en trois composantes de flux monétaires qui sont la séquence des coûts de production; la séquence des revenus sur le marché à prix fixe; et la séquence des revenus sur le marché à prix volatil.

<sup>73</sup> Alternativement on peut écrire le MÉDAF (23.22) à  $N$  facteurs comme suit, où  $ER_t = r_i$  et  $V_i$  est la valeur de la firme :

$$V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{j=1}^N V_i \beta_{ij} (ER_j - r_f) = V_i r_f + \sum_{j=1}^N \frac{Cov(cf_i, R_j)}{\sigma_j^2} (ER_j - r_f)$$

Cette expression peut également s'écrire comme suit :  $V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{i=1}^N \rho_{ij} \sigma_i \frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$  où  $\sigma_i$  mesure la volatilité des flux financiers de la firme,  $\sigma_j$  mesure la volatilité du rendement du  $j$ -ième facteur de risque,  $\rho_{ij} \sigma_i$  est une mesure du risque du projet  $i$  associé au facteur  $j$  et  $\frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$  est le prix du risque  $y$  correspondant. Voir Boyer, Boyer et Garcia (2013) pour une analyse de la valeur de la gestion des risques basée sur une telle approche.

- Corriger pour le risque chacune des séquences composantes en déterminant les équivalents certains respectifs à chaque période de chacune des séquences;
- Additionner à chaque période les équivalents certains des trois séquences pour obtenir l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période  $t$ ;
- Actualiser l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période  $t$  au taux sans risque et faire la somme ou l'intégrale sur l'ensemble des moments ou périodes pour déterminer la valeur actualisée du projet.

Puisque les coûts seront déboursés avec certitude (par hypothèse) et que les revenus sur le marché à prix fixe seront aussi réalisés avec certitude (par hypothèse), les équivalents certains pour ces deux séquences sont respectivement,  $Q_C$  et  $Q_W P^f$ . Pour la séquence des revenus sur le marché à prix volatil, nous pouvons démontrer à l'aide du principe d'absence d'arbitrage (voir HULL 2003) que l'équivalent risco-neutre du processus de prix  $P_T$  a la forme suivante :

$$(23.25) \quad dP_t = (\alpha - \lambda_P \sigma) P_t dt + \sigma P_t dz$$

où  $\sigma$  et  $\lambda_P$  sont respectivement la volatilité et le « market price of risk » du processus de prix  $P_T$ , qui s'exprime comme suit :

$$(23.26)$$

$$\lambda_P = \frac{r_P - r_f}{\sigma}$$

Si nous supposons que le MÉDAF est le modèle d'équilibre pertinent pour le taux de rendement espéré, nous avons :

$$(23.27)$$

$$r_P - r_f = \frac{\rho_{P_m} \sigma}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

En combinant (23.26) et (23.27), on obtient :

$$(23.28)$$

$$\lambda_P = \frac{\rho_{P_m}}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

Ainsi, à chaque période  $t > 0$ , l'équivalent certain  $EC_0[P_T]$  du prix  $P_T$  est donné par :

$$(23.29)$$

$$EC_0[P_T] = P_0 e^{(\alpha - \lambda_P \sigma)t} = P_0 e^{(r_f - (r_P - \alpha))t}$$

$$(23.30)$$

$$\begin{aligned}
 VAFM &= \int_0^T \overbrace{\left( wQP^f + (1-w)QP_0 e^{(r_f - (r_P - \alpha))t} - Q_C \right)}^{\text{équivalent certain des flux monétaires nets}} e^{-r_f t} dt \\
 &= \underbrace{\frac{wQP^f(1 - e^{-r_f T})}{r_f}}_{\text{composante revenus marché à prix fixe}} + \underbrace{\frac{(1-w)QP_0(1 - e^{-(r_P - \alpha)T})}{r_P - \alpha}}_{\text{composante revenus marché à prix volatil}} - \underbrace{\frac{Q_C(1 - e^{-r_f T})}{r_f}}_{\text{composante coûts de production}}
 \end{aligned}$$

En comparant les expressions (23.24) et (23.30), on note qu'elles se différencient par le fait qu'une prime de risque est appliquée par la méthode usuelle de la VAN aux coûts de production et aux revenus du marché à prix fixe même si ces derniers sont tous les deux certains.

## Application aux investissements publics

Les leçons dérivées des exemples précédents peuvent également s'appliquer aux analyses coûts-bénéfices du secteur public. En effet, dans une étude préparée pour le Commissariat Général du Plan (CGP), GOLLIER (2007) démontre à l'aide d'un modèle d'optimisation inter-temporel en incertitude, le bien-fondé de la méthodologie dans un contexte de maximisation de la richesse collective.

Le texte de Gollier s'inscrit dans le processus de révision par le CGP du taux d'actualisation utilisé pour l'évaluation de projets publics en France. Le document fournit une réponse au débat entourant la détermination d'un taux unique d'actualisation applicable à un éventail de projets de niveaux de risques différents. L'auteur propose un taux d'actualisation unique (taux reflétant la préférence temporelle) mais appliqué à des flux monétaires préalablement ajustés pour le risque (équivalents certains).

L'objectif de Gollier est aussi de proposer une méthodologie d'évaluation de projets à des décideurs du secteur public qui doivent souvent concilier des intérêts conflictuels. L'emphase est mise sur le développement d'une méthodologie rigoureuse et cohérente avec la maximisation du bien-être collectif et qui évite la tentation des ajustements ad-hoc.

En prenant l'exemple du développement durable, on démontre qu'il est possible avec ce modèle de fournir une réponse aux inquiétudes que suscite le calcul économique chez les défenseurs de projets à bénéfices éloignés dans le temps, notamment les projets de développement durable et les projets liés aux changements climatiques. Selon l'auteur, la réponse se trouve dans la détermination du taux de préférence temporelle qui « ...reflète l'effort que la société est prête à fournir afin d'améliorer le bien-être futur... ». Gollier montre que le taux d'actualisation socialement efficace se décompose en trois composantes:

- Le taux de préférence pur pour le présent, qui a un rôle analogue au taux sans risque constant utilisé dans nos exemples;
- L'effet richesse qui augmente la valeur d'un dollar aujourd'hui si les agents anticipent une hausse future de la richesse; il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus élevé pour les périodes éloignées;
- L'effet incertitude ou l'effet précaution qui augmente la valeur d'un dollar demain d'autant plus que l'incertitude macroéconomique sur l'avenir est grande (équivalent certain de la richesse future plus faible); il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus faible pour les périodes éloignées.

Tel que mentionné, le taux de préférence temporelle reflète l'effort que nous sommes prêts à fournir aujourd'hui pour le bien-être des générations futures et rien ne contraint ce taux à être constant. Le niveau du taux de préférence temporelle dépendra de la richesse anticipée des générations futures et du niveau d'incertitude entourant cette richesse. Par conséquent, la structure à terme de ce taux n'est pas nécessairement plate. En effet, si on anticipe que la croissance de la richesse diminuera dans le temps ou que l'incertitude entourant cette croissance augmentera, le taux de préférence temporelle sera une fonction décroissante du temps.

## L'erreur d'Infrastructure Ontario

L'utilisation optimale des ressources est l'approche utilisée par Infrastructure Ontario (IO) pour évaluer et comparer le coût d'un projet réalisé par le secteur public et le coût du même projet réalisé par le secteur privé. Cette approche

est en partie fondamentalement erronée. Elle est susceptible d'entraîner d'importantes pertes de valeur pour les contribuables. Considérons 4 problèmes majeurs dans cette approche.

Selon le Guide « *Assessing Value for Money* » (2007) d'IO, les coûts de financement totaux du secteur privé – au titre du modèle de diversification des modes de financement et d'approvisionnement (DMFA) ou « *Alternative Financing and Procurement* » – sont généralement plus élevés que les coûts de financement du secteur public, puisque le secteur privé emprunte à un taux supérieur à celui de la province. Selon IO, il s'agit là d'une critique importante de la DMFA. Comme nous le montrons ci-dessous (quatrième méprise), le coût d'emprunt du secteur public cache un autre coût, à savoir le coût de la police d'assurance ou de l'option financière implicitement octroyée ou consentie par les contribuables à leur gouvernement lui permettant d'exiger des fonds additionnels (taxes et impôts) de leur part le cas échéant pour compenser et rembourser les prêteurs. Par conséquent, la méthode d'évaluation suivie par IO conduira généralement à des décisions erronées et potentiellement destructrices de valeur. Nous y reviendrons.

Le Guide affirme également que le taux d'actualisation retenu devrait correspondre à l'incertitude inhérente aux flux financiers et qu'on pourrait plaider sur cette base en faveur d'un taux d'actualisation des coûts plus élevé (taux sans risque majoré d'une prime de risque) si les coûts étaient plus risqués. Cependant, toujours selon IO, cela conduirait à un résultat paradoxal ou contre-intuitif, à savoir qu'un projet serait d'autant moins coûteux en dollars actualisés que ses coûts futurs sont plus risqués et donc plus fortement escomptés. Une méthode appropriée selon IO pour éviter ce résultat est de quantifier les risques grâce à une évaluation globale des risques et d'augmenter les coûts estimés du projet du montant des risques ainsi quantifiés.

Cette façon de procéder est incorrecte et conduira généralement à des décisions erronées. Il est peut-être paradoxal et contre-intuitif qu'un projet dont les coûts futurs sont plus risqués – et donc plus faibles en valeur actualisée – ait une valeur plus élevée, mais ce résultat est néanmoins correct, pour autant que le niveau de risque systémique des coûts soit correctement mesuré. En effet, si les coûts sont systématiquement plus risqués, cela signifie qu'ils seront plus élevés lorsque les rendements du marché sont élevés et plus faibles lorsque ces rendements sont faibles. Cela augmente la valeur du projet et ne doit pas conduire à des manipulations (« évaluation globale des risques » dans le jargon d'IO) afin « d'éviter ce résultat » considéré paradoxal.

Une troisième lacune méthodologique dans l'approche d'IO est d'appliquer le même taux d'actualisation (taux sans risque) à tous les projets réalisés par le secteur public. Comme nous l'avons montré, l'utilisation d'un taux d'actualisation unique pourrait s'avérer une source de destruction de valeur dans la mesure où certains projets sont tributaires de plusieurs sources de risques. Ainsi, certains projets rentables (VAN positive) seront rejetés et certains projets non-rentables (VAN négative) seront acceptés.

Enfin, l'approche d'IO invoque le pouvoir pratiquement illimité de taxation de la Couronne pour justifier un taux d'actualisation sans risque puisque les emprunts de l'État sont considérés comme sans risque. Ces emprunts sont peut-être considérés sans risque par les prêteurs, mais certainement pas par les contribuables qui seront appelés à payer la facture si les projets publics s'avèrent être moins rentables que prévus. Nous montrerons ci-dessous (quatrième méprise) que l'utilisation du taux sans risque comme taux d'actualisation pour les projets publics est aussi erronée.

## Conclusion

La méthode de la valeur actualisée nette VAN telle qu'utilisée couramment dans les entreprises privées et publiques viole plusieurs principes de la création de valeur. Ainsi, une application systématique de cette méthode dans l'évaluation et le choix de projets amènera les gestionnaires d'entreprise à commettre deux types d'erreur : d'abord, à accepter des projets qui réduiront la valeur de l'entreprise et à l'inverse à rejeter des projets qui augmenteraient cette valeur; ensuite, à faire le mauvais choix de projet en présence de projets mutuellement exclusifs.

En présence de multiples sources de risque différentes les unes des autres, la méthode usuelle de la VAN ne respecte ni le principe d'additivité ni le principe d'absence d'arbitrage, qui sont pourtant les fondements mêmes de la finance moderne. Il faut alors utiliser la VAN-O.

## 23:3 - TROISIÈME MÉPRISE

Lorsque les gestionnaires responsables de la réalisation d'un projet disposent d'une certaine flexibilité de décisions quant au développement, à la réalisation, à la poursuite et/ou l'avenir d'un projet dans un contexte variable et volatil, la méthodologie de la VAN traditionnelle doit être remplacée par celle de la valeur options réelles (VOR), qui tient compte de cette flexibilité de gestion.

Dans la VAN traditionnelle, il est implicitement supposé que les projets seront menés à terme et que les actifs créés pour la durée de vie du projet seront détenus de manière passive par l'entreprise ou l'organisation qui investit dans ce projet. Cela revient à dire que la valeur de la gestion active est négligée par la VAN.

Or les gestionnaires doivent naturellement se montrer réactifs et opérer les ajustements nécessaires par rapport aux événements, développements futurs des marchés et changements dans l'intensité de la concurrence. La méthodologie de la VAN entre alors en contradiction avec les attentes quant aux comportements des gestionnaires.

Pour un investissement stratégique, la présence d'un certain niveau de flexibilité managériale confère à cet investissement les caractéristiques d'un portefeuille d'options réelles exerçables par les gestionnaires responsables au moment opportun. Bien que de nature plus complexe que les options financières, l'évaluation de ces options peut se faire selon une méthodologie similaire. Ne pas tenir compte de ces options a pour conséquence de biaiser, généralement à la baisse, la valeur des projets.

Les options réelles sont notamment développées dans l'ouvrage de DIXIT ET PYNDICK (1994) et la valeur option réelle (VOR) par CHEVALIER-ROIGNANT ET TRIGEORGIS (2011). Les travaux de BOYER, CHRISTOFFERSEN, LASSERRE ET PAVLOV (2003), BOYER ET GRAVEL (2012a, 2012b), BOYER, GRAVEL ET LASSERRE (2013) apportent des développements complémentaires au sujet.

Le cas fictif ORBECAN présenté ci-dessous permet d'illustrer le fait qu'à défaut de prendre en compte les options réelles typiquement présentes dans un projet, sa valorisation est parsemée d'erreurs. Dans le cas d'investissements mutuellement exclusifs, le projet moins rentable pourrait être choisi si la flexibilité relative des deux projets n'est pas adéquatement prise en compte.

### Le cas ORBECAN

ORBECAN est une entreprise en démarrage dans l'industrie du logiciel. Pour lancer son nouveau produit, l'entreprise doit investir 4M\$ maintenant pour le développer (coût de développement), et 14M\$ supplémentaires dans 2 ans pour le lancer (coût de lancement). La valeur de l'entreprise dans 2 ans est estimée à 18M\$ par les dirigeants de l'entreprise. Le taux d'actualisation retenu est de 21% (coût du capital ajusté pour le risque systématique du projet).

Considérant ces paramètres, l'application usuelle de la méthode de la Valeur Actualisée Nette (VAN ou VPN) comme critère de décision donne une valeur pour l'entreprise au temps 0 de

$$VPN = -4 - 14e^{-0.21 \times 2} + 18e^{-0.21 \times 2} = -1.37 \text{ M\$} \text{ soit une valeur négative.}$$

En procédant ainsi, le projet est évalué en bloc comme si un contrat avait été signé entre ORBECAN et une tierce partie pour la réalisation complète du projet.

Par contre, si après deux ans, la valeur de la compagnie est inférieure à 14M\$ (coût de lancement), ORBECAN pourrait ne pas réaliser le lancement (flexibilité). Dans ce cas, en investissant 4M\$ (coût de développement) aujourd'hui, ORBECAN acquiert le droit, mais non l'obligation de lancer le produit dans 2 ans pour 14M\$ supplémentaires. Si  $V_2$  (valeur marchande) représente la valeur de la firme dans deux ans, le «payoff» de l'option d'investir est égal à

$$\max\{V_2 - CL, 0\} \text{ avec } E_0[V_2] = V_0 e^{\mu \times T} = V_0 e^{0.21 \times 2} = 18M\$$$

$V_2$  dépend par hypothèse de ce que sera la taille du marché à l'instant  $t=2$  et la part de ce marché que la firme peut acquérir avec son produit, deux variables fort incertaines. Cette situation s'apparente à un problème d'évaluation d'une option européenne.

Le coût de l'option est de 4M\$, son prix d'exercice est de 14M\$ et l'actif sous-jacent est la valeur de la firme dont l'espérance est de 18M\$, la valeur en  $t=0$  est donc  $V_0 = E_0[V_2] e^{-0.21 \times 2} = 11.82M\$$ . En supposant le taux de croissance ( $\mu$ ) et la volatilité du sous-jacent ( $\sigma$ ) respectivement de 21% et 50%, suivant la méthode de BLACK ET SCHOLES (1973), l'évaluation de l'option d'investir dans deux ans est :

$$V_0 N(d_1) - CL e^{-\mu \times T} N(d_2)$$

avec

$N(x)$  la fonction de densité cumulative normale pour une variable qui suit une distribution normale avec une moyenne de zéro et un écart-type de 1 (probabilité qu'une variable Normale (0,1) soit inférieure à  $x$ ),

$$d_1 = \frac{\log(V_0/CL) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}} = \frac{\log(11.82/14) + \left(0.21 + \frac{0.5^2}{2}\right) 2}{0.5 \sqrt{2}},$$

$$d_2 = \frac{\log(V_0/CL) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}} = \frac{\log(11.82/14) + \left(0.21 - \frac{0.5^2}{2}\right) 2}{0.5 \sqrt{2}}$$

La valeur de l'option de lancer le produit est donc égale à

$$V_0 N(d_1) - CL e^{-\mu \times T} N(d_2) = 11.82 N(d_1) - 14 e^{-0.21 \times 2} N(d_2) = 4.39M\$$$

Avec un coût pour l'option de 4M\$, la valeur du projet est donc positive et égale à 0.39M\$.

Si le critère de la VAN avait été utilisé pour prendre la décision d'investir ou non, ORBECAN n'aurait pas investi et aurait renoncé à une opportunité de valeur positive. L'approche des options réelles tient compte de la flexibilité qui permet à un gestionnaire d'éviter de dépenser des sommes irrécupérables dans un contexte défavorable. Dans le cas présent, la valeur de cette flexibilité managériale est la différence entre la valeur du projet incluant la flexibilité managériale et la valeur calculée en bloc par la VAN :

$$(0.39M\$ - (-1.37M\$)) = 1.76M\$.$$

Pour le cas étudié ci-haut, on obtient une solution sous une forme analytique. Par contre, dans certains cas, la simulation Monte-Carlo devient la seule méthode de solution. Si  $i$  représente le  $i^{\text{ième}}$  tirage, on a, avec OS la valeur calculée par simulation et N le nombre de tirages :

$$OS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Max}\{V_2 - CL, 0\} e^{-\mu \times T}$$

## La flexibilité de choisir la date de lancement

Jusqu'ici, nous avons supposé qu'ORBECAN devait prendre la décision de lancer ou non le produit dès que le développement est terminé. Il est néanmoins aussi possible que la firme puisse repousser le lancement et choisir une date ultérieure, ce qui donnerait une valeur présente plus élevée. Dans cette situation, en dépensant le 4M\$, ORBECAN achète l'option de lancer le produit à une date choisie après la période de développement. La nouvelle règle de décision est de lancer le produit lorsque la valeur  $V_t$  aura atteint un seuil critique de  $V^*$  déterminé par l'approche des options réelles pour maximiser la valeur présente de l'entreprise. Avant que cette valeur soit atteinte, ORBECAN doit attendre patiemment.

Quel est l'effet de cette flexibilité sur la valeur du projet. Faisons l'hypothèse que la firme verse un dividende  $\delta$  égal à 10% de sa valeur. En supposant que le taux de rendement exigé reste constant à 21%, à l'équilibre, le taux de croissance anticipé  $\mu_1 - \delta$  de la valeur de la firme est donc de 11%. Les autres paramètres du cas de base restent les mêmes.

Sans contrainte de temps, c'est-à-dire pour le cas où les dirigeants disposent d'une flexibilité totale pour choisir la date de lancement, la valeur actuelle de l'option d'investir est donnée par la formule suivante [Le lecteur intéressé par les démonstrations mathématiques de l'ensemble de ces expressions pourra se référer aux annexes A et D, situées en fin de l'ouvrage] :

$$\begin{aligned} VFT &= e^{-\mu \times T} \left[ AV_0^{\beta_1} e^{\beta_1 \left( \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \beta_1 \sigma^2 T \right)} * (1 - N(d_3)) + V_0 e^{\mu T} N(d_4) - CLN(d_5) \right] \\ &= e^{-0.21 \times 2} \left[ A * 11.82 \beta_1 * e^{\beta_1 \left( \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \beta_1 \sigma^2 T \right)} * (1 - N(d_3)) + 18 * N(d_4) - 14 * (d_5) \right] = 9.85M\$ \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{2} - \frac{(\mu - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(\mu - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2\mu}{\sigma^2}} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{(0.21 - 0.1)}{0.5^2} + \sqrt{\left[ \frac{(0.21 - 0.1)}{0.5^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2 * 0.21}{0.5^2}} = 1.3575 \end{aligned}$$

$$A = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{\beta_1^{\beta_1} CL^{\beta_1 - 1}} = 0.1780$$

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} CL = 53.15M\$$$

$$d_3 = \frac{\beta_1 \sigma^2 T + \log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_4 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_5 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

La valeur nette du projet est maintenant égale à 5.85M\$ (9.85M\$-4M\$) et le produit sera lancé quand la valeur du projet aura atteint le seuil critique de 53.15M\$. La valeur de la flexibilité est donc égale à

$$5.85\text{M\$} - (-1.37\text{M\$}) = 7.22\text{M\$},$$

une différence de 5.46M\$ (5.85M\$ - 0.39M\$) par rapport au cas précédent, correspondant à la différence entre la valeur de la flexibilité de choisir la meilleure date de lancement  $T^*$  par rapport à la flexibilité plus faible de devoir lancer ou non le projet en  $t=2$ .

La date de lancement est toujours incertaine, elle dépend de la vitesse à laquelle  $V_t$  atteindra  $V^*$ . Ce phénomène est illustré à la figure 1 avec un échantillon de cinq réalisations aléatoires possibles de la valeur du projet (avec les paramètres de l'exemple). Pour trois des cinq réalisations, la valeur critique  $V^*$  est atteinte avant 5 ans et pour les deux autres, au moins sept ans passeraient avant le lancement.

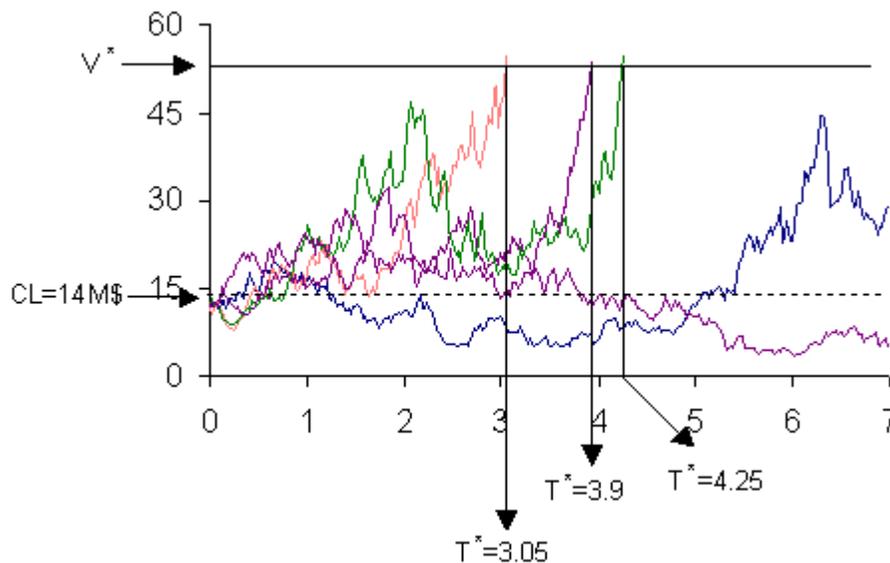


FIGURE 1. EXERCICE DE L'OPTION DE LANCEMENT SANS ÉCHÉANCE

Les dirigeants d'ORBECAN doivent donc effectuer une mise à jour fréquente de la valeur du projet et agir au moment où cette valeur atteint  $V^*$ . Le coût des revenus sacrifiés pendant l'attente doit être comparé au bénéfice d'attendre une valeur plus élevée permettant de réduire la probabilité de se retrouver dans une situation fâcheuse ex-post.

## Une fenêtre d'investissement contrainte

Dans la situation précédente, l'entreprise peut repousser le lancement du produit indéfiniment. Cependant, après l'étape de développement, il est possible qu'ORBECAN soit contraint d'agir avant une date d'échéance prédéterminée, une fois le développement terminé,  $T_E$  qui peut dépendre de contraintes réglementaires ou de caractéristiques propres au produit. Par conséquent, entre la fin du développement et la date limite de lancement, la firme doit choisir la date d'action qui donne la valeur présente la plus élevée (maximale).

Semblable au cas précédent, la règle de décision optimale s'exprime en fonction d'un seuil critique variable  $V^*(T_E - t)$  qui dépend du temps restant avant l'échéance de l'opportunité de lancement. Si à un moment donné  $V_t \geq V^*(T_E - t)$ , ORBECAN lancera le produit.

En supposant que  $T_E = 3$  et que les autres paramètres du cas de base restent inchangés<sup>74</sup>, avec une contrainte de temps, la valeur actuelle de l'option d'investir est maintenant égale à :

$$VFC = e^{-\mu * T} \left[ \int_0^{V^*(T)} \frac{F_L(V, T)}{V \sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(\log(\frac{V}{V_0}) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T)^2}{2\sigma^2 T}} dV + V_0 e^{\mu T} N(d_6) - CLN(d_7) \right]$$

$$= e^{-0.21 * 2} \left[ \int_0^{V^*(T)} \frac{F_L(V, T)}{V \sigma \sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(\log(\frac{V}{V_0}) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T)^2}{2\sigma^2 T}} dV + 18N(d_6) - 14N(d_7) \right] = 5.67M\$$$

Avec

$$V^*(T = 2) = 46.95M\$$$

$$d_6 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*(T)}\right) + \left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_7 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*(T)}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Pour leur part, les fonctions  $F_L(V, T)$  et  $V^*(T)$  représentent, respectivement, la valeur de l'option de lancer le produit et le seuil optimal de la valeur de l'investissement une fois le développement terminé. Avec une contrainte de temps pour le lancement, il est impossible d'obtenir  $F_L(V, T)$  et  $V^*(T)$  sous forme analytique, il faut donc procéder numériquement.

<sup>74</sup> La contrainte est relative au cas où ORBECAN a l'option d'attendre indéfiniment.

La valeur du projet dans ce cas est égale à 1.67M\$ (5.67M\$-4M\$) et la valeur de la flexibilité est de 3.04M\$ (1.67M\$ - (-1.37M\$)). Comme dans le cas précédent, la date de lancement est toujours incertaine, elle dépend de la vitesse à laquelle  $V_t$  atteindra  $V^*(t)$  pour  $t \in [T, T + T_E]$ .

Avec les mêmes cinq réalisations qu'à la figure 1, la figure 2 illustre cinq décisions de lancement. Dans trois cas, il est optimal de lancer le produit et dans les deux autres cas, il vaut mieux laisser passer l'opportunité.

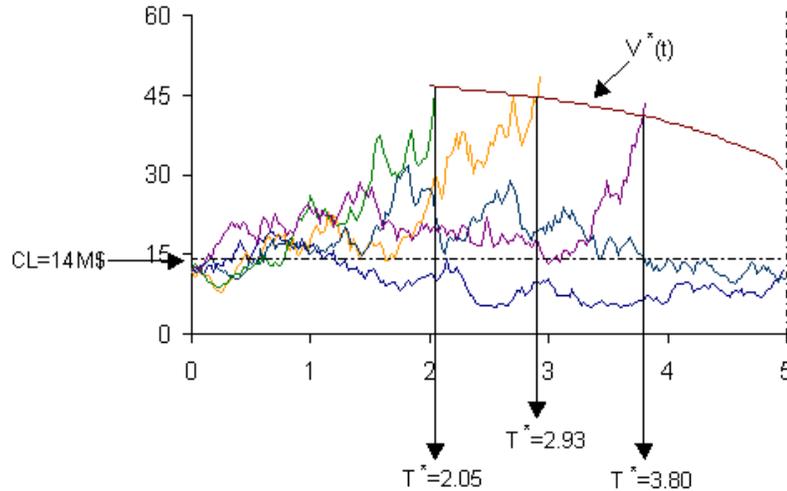


FIGURE 2. EXERCICE DE L'OPTION DE LANCEMENT AVEC ÉCHÉANCE DE TROIS ANS

Une fenêtre d'investissement contrainte limite la flexibilité du gestionnaire. En plus des revenus sacrifiés à l'attente, le danger de laisser échoir une opportunité rentable doit être pris en compte dans l'analyse coût/bénéfices d'attendre.

## Conclusion

Les leçons à retenir de ce cet exemple est que la flexibilité de gestion ajoute de la valeur au projet :

- Si on ne tient pas compte de cette flexibilité dans les projets, certains investissements peuvent être rejetés (VPN standard < 0) même s'ils sont générateurs de valeur (VOR > 0);
- Si deux projets sont mutuellement exclusifs, un mauvais choix peut être fait si on ne tient pas compte de leur flexibilité relative.

## 23:4 - QUATRIÈME MÉPRISE

On entend fréquemment l'affirmation selon laquelle les gouvernements ont un avantage important sur les entreprises privées dans la réalisation d'un projet donné car ils peuvent emprunter à des taux d'intérêt plus faibles ou l'affirmation à l'effet que le secteur privé est mieux placé pour gérer les coûts et respecter les échéanciers, mais qu'il est désavantagé dans le financement des projets. Ainsi, on affirme qu'avec un taux d'intérêt sur emprunts plus faible, les gouvernements seraient en mesure de produire un bien ou un service à un coût moins élevé que ne pourrait le faire le secteur privé.

BOYER, GRAVEL ET MOKBEL (2013) montrent qu'il s'agit là d'une confusion fatale entre d'une part le coût de financement et d'autre part le coût du capital sur lequel repose le taux d'actualisation. Associer taux d'emprunt du secteur public et taux d'actualisation pour ce secteur procède d'une prise en compte partielle du coût des fonds publics. C'est une erreur analytique importante souvent répétée tant dans le secteur gouvernemental que dans le secteur privé et le milieu académique.<sup>75</sup>

Le secteur public peut généralement emprunter à des taux plus faibles que le secteur privé. Pourquoi ? En supposant que le projet considéré est le même pour le public et le privé (même investissement, même technologie, mêmes risques), pourquoi le gouvernement serait-il en mesure de pouvoir financer le projet à de meilleures conditions que le privé ?

La réponse : contrairement au secteur privé, le gouvernement a la capacité de lever au besoin des taxes et impôts auprès des contribuables pour honorer ses promesses de remboursement en cas d'échec de ses projets, qu'il s'agisse de dépassement des coûts ou de bénéfices moins importants que prévus. Le pouvoir de taxation du gouvernement est en quelque sorte une option financière ou une police d'assurance souscrite auprès des contribuables. Considérant cette garantie de remboursement de l'emprunt, les pourvoyeurs de fonds n'exigeront qu'une faible prime de risque quel que soit le projet.

La liquidité relative des titres obligataires entre aussi en ligne de compte pour expliquer la différence des taux, mais cette liquidité est directement liée à cette option implicite dont bénéficie le gouvernement. Les taux de divers titres garantis par le gouvernement peuvent également différer du taux gouvernemental en raison des coûts de transaction anticipés pour faire valider cette garantie. Mais il s'agit là essentiellement de considérations transactionnelles. Ce qui est primordial, c'est de distinguer la problématique d'évaluation de celle du financement, avec une réelle prise en compte des risques, que le promoteur du projet soit public ou privé.

En demandant sa prime de risque, le prêteur s'intéresse davantage à la probabilité de défaut et à la perte anticipée en cas de défaut (ainsi que du risque systémique associé à ces deux paramètres) que de savoir si le promoteur du projet fait partie du secteur public ou du secteur privé. Il s'intéresse indirectement à l'identité du promoteur dans la mesure où le promoteur public bénéficie de cet avantage par rapport au promoteur privé de pouvoir souscrire une assurance auprès des contribuables. Cette possibilité de transférer aux contribuables le risque d'échec du projet implique pour le prêteur une prime de risque nulle. Le secteur privé, qui lui ne dispose pas de cette option, se verra demander des taux plus élevés.

Le secteur public peut se servir de son pouvoir d'augmenter les taxes et impôts et ainsi se faire indemniser par son assureur qu'est le contribuable, ou de son pouvoir d'effectuer des coupures dans la qualité et/ou la quantité des services publics afin de rembourser son emprunt en cas d'échec du projet. Du point de vue du contribuable, le fait qu'il puisse se voir demander par l'État d'augmenter ses contributions représente un coût, qui bien que réel, n'est généralement pas comptabilisé. Ce coût représente la valeur de l'option financière qui confère au gouvernement le droit de ponctionner davantage le contribuable si le projet s'avère non rentable.

L'existence de cette police d'assurance ou option financière que détient l'État explique le différentiel de coût de financement par rapport au privé. Si ce dernier pouvait également bénéficier de cette option, c'est-à-dire si les citoyens octroyaient au promoteur privé le droit et le pouvoir de leur demander des contributions additionnelles en cas de difficulté, les taux de financement pour le privé et le public seraient similaires.

De ce fait, le raisonnement qui soutient que le gouvernement peut financer un projet à un taux moins élevé par rapport au privé ne tient pas. Malheureusement, ce raisonnement est toujours présent dans les débats sur les

---

<sup>75</sup> Un exemple éloquent est rapporté par Christina Pazzanese dans « Our Crumbling Infrastructure », *Harvard Gazette*, 6 janvier 2017. Elle écrit : « Some observers, like the New York Times columnist Paul Krugman, a liberal economist, have criticized Trump's private investment strategy as ... unnecessary, given the government's unmatched ability to borrow money on the cheap. »

investissements publics, en particulier pour les grands projets d'infrastructure (viaducs, routes, hôpitaux). Bien que les emprunts du gouvernement ne soient pas nécessairement reliés au financement d'un projet particulier, il n'en reste pas moins que cette garantie ou assurance implicite des citoyens contribuables est toujours présente quel que soit le projet considéré. Cette garantie permet au gouvernement d'offrir une transaction essentiellement sans risque pour les prêteurs, mais pas pour les contribuables.

Considérant le fait qu'il n'y a pas de différence significative à ce niveau entre le coût du capital du secteur public et celui du secteur privé, le risque systématique inhérent à un projet d'investissement ne devrait donc pas faire l'objet d'un traitement différent selon que le projet est porté par l'un ou par l'autre.<sup>76</sup>

Pour les mêmes raisons, on peut questionner le bien-fondé des programmes gouvernementaux de subventions, de prêt et des garanties de prêt offerts à des entreprises privées qui reposeraient sur ce raisonnement d'un coût de financement gouvernemental inférieur à celui du secteur privé. On peut aussi s'interroger sur le bien-fondé d'un choix d'un gouvernement de détenir un portefeuille de placements risqués promis au remboursement de la dette publique plutôt que de rembourser simplement cette dette, dans l'espérance d'obtenir une possible plus-value à long terme générée par le différentiel entre le coût du financement gouvernemental et le rendement anticipé dudit portefeuille, un argumentaire repris notamment par le Fonds des générations du Québec.

Une façon transparente de procéder dans le cadre de ces programmes serait de les mettre aux enchères afin de transférer à un consortium financier privé, local ou international, la responsabilité d'honorer la subvention, le prêt ou la garantie de prêt – en assumer les déboursés et profiter des remboursements aux niveaux et conditions déterminés par le gouvernement – en échange d'une prime payée par le gouvernement. Les taux et conditions liés à ces programmes d'aides et/ou de subventions étant naturellement plus favorables pour les entreprises par rapport à un financement sur les marchés financiers, cette prime représentera la compensation exigée par les consortiums appelés à prendre en charge les engagements du gouvernement. Du point de vue gouvernemental, la meilleure prime qui ressortirait de l'enchère constituerait la meilleure estimation du coût public du programme, soit la dépense à inscrire à son budget. Cette prime pourrait prendre différentes formes équivalentes de paiements annuels à verser pendant un certain nombre d'années, d'options de variation des versements, ou encore d'options de reprise du projet par le gouvernement. Le gouvernement pourrait aussi de manière alternative choisir de souscrire une police d'assurance auprès d'assureurs privés, prenant à leur charge les risques précédemment assumés par les contribuables.

## L'erreur du Fonds des Générations du Québec

Le Gouvernement du Québec a créé Le Fonds des générations en 2006 " pour favoriser l'équité entre les générations, la pérennité des programmes sociaux et la prospérité". Ce Fonds est entièrement dédié au remboursement futur de la dette publique.

Entre 2007 et 2015, le Fonds a généré un rendement annuel de 5.67% en moyenne, avec un creux de -22.4% en 2008, comparativement à un coût de financement annuel moyen du Gouvernement de 3.7%<sup>77</sup> sur la même période<sup>78</sup>.

---

<sup>76</sup> Un autre facteur sous-jacent au coût des fonds publics est l'ensemble des distorsions dans l'allocation des ressources que cause la levée de fonds publics par l'intermédiaire de la taxation. Il y a une vaste littérature sur ce sujet complexe. Nous avons considéré le coût de ces distorsions dans notre article BOYER ET LAFFONT (1997), ainsi que dans notre article BOYER ET PORRINI (2004).

Pour une présentation simplifiée de la problématique, voir [http://en.wikipedia.org/wiki/Marginal\\_cost\\_of\\_public\\_funds](http://en.wikipedia.org/wiki/Marginal_cost_of_public_funds). Le consensus veut que les distorsions engendrées représentent 30% du montant perçu : la levée de 1\$ coûte en réalité 1,30\$ dans les économies développées et davantage dans les économies en développement.

<sup>77</sup> Taux de rendement des obligations du Québec, échéance 10 ans.

<sup>78</sup> Gouvernement du Québec – Finances Québec (2016)

Au moment de la création du Fonds en 2006, le Ministère des finances calculait que sur la période 1995-2005 le coût de financement de la dette avait été de 6.9% comparativement au taux de rendement de 9.4% de la Caisse de dépôt et placement du Québec, d'où l'anticipation d'une rentabilité intéressante du Fonds.

Comme nous l'avons indiqué,<sup>79</sup> cette comparaison est boiteuse, le premier taux ne prenant pas en considération le coût de l'assurance ou de l'option financière implicite consentie au gouvernement par les citoyens contribuables permettant au gouvernement d'exiger d'eux si nécessaire des montants supplémentaires sous formes de taxes et impôts pour compenser et rembourser les prêteurs, et le second taux, le taux de rendement de la Caisse, comprenant une importante prime de risque.

Par ailleurs ce Fonds doit être alimenté chaque année à partir du budget courant du Gouvernement, ce qui peut servir à forcer ce dernier à épargner et à rembourser implicitement la dette, ce qu'il pourrait plus facilement négliger de faire autrement.<sup>80</sup>

## 23:5 - CINQUIÈME MÉPRISE

Dans l'analyse des partenariats public-privé (PPP) ou privé-privé, il faut être prudent dans la comparaison des engagements des différents partenaires, à savoir le premier partenaire, le partenaire client ou donneur d'ordre, et le second partenaire, le partenaire fournisseur ou preneur d'ordre. L'analyse des engagements du premier partenaire doit se faire en fonction des risques encourus ou supportés par ce partenaire, qu'il soit public dans un partenariat public-privé, ou privé dans un partenariat privé-privé. De même, l'analyse des engagements du second partenaire doit se faire en fonction des risques encourus ou supportés par ce partenaire.

Dans un PPP, les risques réels et les risques de marché (systématiques) encourus ou supportés par les différents partenaires sont très différents et doivent être évalués en conséquence. Mais l'évaluation faite par le premier partenaire devrait être essentiellement la même qu'il soit public ou privé et similairement mutatis mutandis pour le second partenaire.

L'intérêt d'une formule PPP réside en réalité dans le partage et la gestion plus efficaces des risques réels et la gestion plus rigoureuse des coûts et échéanciers qu'elle peut permettre grâce à une plus forte intensité des incitations tant pour le partenaire public que pour le partenaire privé, dans la mise à contribution plus transparente des meilleures compétences et pratiques, dans les engagements de performance plus crédibles des partenaires grâce aux clauses contractuelles explicites relatives aux critères de performance et au maintien de l'ouvrage sur le long

---

<sup>79</sup> Voir BOYER, M., GRAVEL, É., MOKBEL, S. (2013)

<sup>80</sup> Au départ, le Fonds devait être alimenté principalement par les redevances hydrauliques devant être versées par Hydro-Québec, par celles déjà perçues par le gouvernement auprès des producteurs privés d'hydroélectricité et, en fonction de l'évolution de la situation, par d'autres sources de revenus à identifier. Dès 2013-2014 le budget provincial ajoute les versements suivants au Fonds des générations : les revenus qui découleront de l'indexation du prix de l'électricité patrimoniale à compter de 2014 (ceci représente 95 millions de dollars en 2014-2015, 190 millions de dollars en 2015-2016, 290 millions de dollars en 2016-2017 et 395 millions de dollars en 2017-2018) ; la totalité des redevances minières à compter de 2015-2016 (ce qui représentera 325 millions de dollars par année) ; les économies futures d'Hydro-Québec de 215 millions de dollars par année, à compter de 2017-2018, résultant de la décision d'abandonner la réfection de la centrale nucléaire de Gentilly 2 ; un montant de 100 millions de dollars par année, à compter de 2014-2015, provenant de la hausse de la taxe spécifique sur les boissons alcooliques. Notons qu'un élément de la plateforme électorale du Parti Québécois lors de l'élection de septembre 2012 au Québec prévoyait l'utilisation immédiate du Fonds des générations pour rembourser la dette, mais cet élément du programme a été mis au rancart suite à l'élection du PQ (gouvernement minoritaire).

terme, et dans les clauses de garanties financières devant être fournies par le partenaire privé assurant un monitoring plus direct et efficace de performance. Cet avantage ne réside pas dans la simple identité, publique ou privée, des partenaires.

La bonne façon de faire l'analyse du choix du mode de réalisation d'un projet, mode conventionnel ou mode PPP, doit se faire selon les règles rigoureuses de l'analyse économique et financière. Aux premiers rangs méthodologiques, on retrouve le recours au bon taux d'actualisation des flux monétaires (bénéfices et coûts) et l'analyse comparée de la puissance et de la crédibilité des incitatifs.

De manière générale, les principales étapes devraient être :

- 1 - Considérer le projet en mode PPP. Identifier les risques réels associés et la capacité des partenaires public et privé à bien gérer ces risques de façon à optimiser la valeur du projet (minimisation des coûts).
- 2 - Caractériser le risque systématique de la séquence des coûts du projet en mode PPP, une fois gérés au mieux ou aussi rigoureusement que possible, étant donné les capacités et compétences du partenaire privé, les risques dits réels. Calculer la valeur actualisée de la séquence moyenne anticipée des coûts en mode PPP à l'aide d'un taux d'actualisation approprié ajusté pour le risque systématique des coûts du projet.<sup>81</sup>

De manière générale, il faut tenir compte expressément des différents facteurs de risque systématique pouvant influencer sur différentes sous-séquences de la séquence des coûts tel que nous l'avons montré ci-dessus (VAN-O).

- 3 - Considérer le projet réalisé en mode conventionnel et répéter les mêmes opérations. Identifier les risques réels associés et la capacité du secteur public de bien gérer ces risques de façon à optimiser la valeur du projet (minimisation des coûts).
- 4 - Caractériser le risque systématique des coûts du projet en mode conventionnel, une fois gérés au mieux ou aussi rigoureusement que possible, étant donné les capacités et compétences du secteur public, les risques dits réels. Calculer la valeur actualisée de la séquence moyenne anticipée des coûts en mode conventionnel à l'aide d'un taux d'actualisation approprié ajusté pour le risque systématique des coûts du projet.<sup>82</sup>
- 5 - Comparer les valeurs actualisées correctement obtenues en #2 avec celles obtenues en #4 et choisir le mode de réalisation correspondant à la valeur actualisée des coûts la plus faible.

Si au lieu de payer maintenant la valeur actualisée des coûts du mode PPP ou la valeur actualisée des coûts du mode conventionnel, on veut les financer ou les « rembourser » sous forme de montants fixes sur N années, on doit calculer l'annuité dont la valeur actualisée au taux d'actualisation approprié est égale à la valeur actualisée des coûts. De même pour toute structure de paiements variables dans le temps : quelle que soit la structure temporelle des paiements, les niveaux doivent être tels que leur valeur actualisée au taux d'actualisation approprié soit égale à la valeur actualisée des coûts encourus.

---

<sup>81</sup> Alternativement, (i) considérer les séquences temporelles possibles et probabilisées des coûts selon la nature des risques de marché, macroéconomiques ou financiers, influant sur ces coûts pour en dériver le lien systématique (covariance, corrélation) entre ces coûts et la situation ou conjoncture économique; (ii) corriger la séquence moyenne anticipée des coûts pour en dériver la séquence en équivalent certain en augmentant ou retranchant de la séquence moyenne anticipée la prime de risque de marché associée aux coûts; (iii) calculer la valeur actualisée de cette séquence de coûts en équivalent certain à l'aide d'un taux d'actualisation approprié (sans prime de risque) nominal ou réel selon que les coûts sont exprimés en terme nominal ou réel.

<sup>82</sup> Alternativement, (i) considérer les séquences temporelles possibles et probabilisées des coûts selon la nature des risques de marché, macroéconomiques ou financiers, influant sur ces coûts pour en dériver le lien systématique (covariance, corrélation) entre ces coûts et la situation ou conjoncture économique; (ii) corriger la séquence moyenne anticipée des coûts pour en dériver la séquence de coûts en équivalent certain en appliquant à la séquence moyenne anticipée une prime de risque de marché associée aux coûts; (iii) calculer la valeur actualisée de cette séquence de coûts en équivalent certain à l'aide d'un taux d'actualisation approprié (sans risque) nominal ou réel selon que les coûts sont exprimés en terme nominal ou réel.

## L'identification des risques et leur gestion

Pour bien comprendre la nature et le rôle de la gestion des risques, il est utile de distinguer les risques dits « réels » et le risque dit « de marché » ou systématique.

Les risques réels sont les risques qui peuvent avoir un impact sur les cashflows d'un projet ou d'une entreprise indépendamment des fluctuations de l'activité économique en général. Ce sont principalement des risques internes aux processus gouvernant les décisions et opérations de l'entreprise et donc les opérations de ses projets et activités.

Le risque de marché ou risque systématique est le risque que posent les fluctuations de l'activité économique générale (conjoncture économique) sur les cashflows des projets et activités. Bien que les deux types de risques soient bien « réels », il est habituel en finance et analyse de projets de les identifier comme risques « réels » et risque de marché ou « systématique ».

BOYER, GRAVEL ET MOKBEL (2013) suggèrent qu'une entreprise ou organisation peut être vue comme un ensemble de projets et d'activités qui génèrent, en agrégé au niveau de l'entreprise, une distribution statistique de cashflows entre les états de la nature ou de l'économie dans les périodes futures. Un projet peut aussi être vu comme un ensemble d'activités qui génèrent une distribution statistique de cashflows entre les états de la nature ou de l'économie dans les périodes futures, donc des séquences probabilisées de cashflows dans le futur.

Le coût du capital d'un projet, le véritable facteur fondamental du taux d'actualisation approprié pour en déterminer la valeur, dépend de trois éléments : le taux d'intérêt sans risque correspondant à la préférence (en certitude) pour le présent, le niveau de risque systématique (mesuré par le bêta par exemple) propre au projet considéré et le prix du risque systématique tel que déterminé sur les marchés financiers. Les deux derniers facteurs sont souvent combinés pour donner une prime de risque, égale au niveau de risque systématique fois le prix du risque.<sup>83</sup>

En définitive et en toute logique, la valeur actualisée d'une séquence de flux monétaire devrait avoir la même valeur peu importe qui tire les revenus ou assume les dépenses. De manière générale, pour un projet caractérisé par une séquence de flux monétaires tributaire d'un niveau de risque systématique donné, le taux d'actualisation à utiliser ne doit pas dépendre du caractère public ou privé de l'entreprise ou de l'organisation qui l'entreprend ou le réalise. Il ne doit dépendre que du risque systématique sous-jacent.<sup>84</sup>

Dans un processus concurrentiel d'appel d'offres faisant intervenir différents partenaires privés potentiels, selon une structure de paiements choisie par le partenaire public et une structure de financement donnée, la série de paiements qui sera exigée par le partenaire privé sera celle qui égalisera la valeur actualisée des coûts encourus pour la réalisation du projet par le partenaire privé et la valeur actualisée de la série de paiements respectant la structure

---

<sup>83</sup> Le même raisonnement s'applique mutatis mutandis dans la formulation en équivalent certain. Dans cette formulation, la séquence moyenne anticipée des cashflows est d'abord ajustée pour tenir compte de l'incertitude, plus précisément du risque des cashflows, en lui appliquant une prime de risque mesurée adéquatement. La séquence modifiée, devenue une séquence en équivalent certain, peut alors être actualisée au taux d'actualisation sans risque approprié.

<sup>84</sup> Par ailleurs, les flux à actualiser pourraient différer dans la mesure où les périmètres comptables des entreprises ou organisations responsables du projet diffèrent, par exemple en présence de facteurs d'externalités et d'effets induits potentiellement pertinents pour le secteur public mais non pertinents pour le secteur privé, car potentiellement accaparés par ou pertinents pour un décideur public mais non pas pour un décideur privé. Si tel est le cas, les taux d'actualisation à utiliser pourraient différer dans la mesure où le niveau de risque systématique du projet dépend du périmètre comptable pertinent à considérer. Encore faut-il que ces différences de périmètres comptables soient bien identifiées, justifiées et mesurées. Dans l'analyse d'un choix du mode de réalisation d'un projet public, PPP ou conventionnel, les bénéfices bruts du projet sont par hypothèse les mêmes et l'analyse portera essentiellement sur les coûts plutôt que sur les bénéfices bruts.

choisie par le partenaire public, les deux valeurs actualisées étant obtenus à l'aide de taux d'actualisation appropriés selon le profil de risque systématique des séquences en question.

Les gains d'efficience dans la gestion des risques réels sont transférés au partenaire public par l'intermédiaire du processus concurrentiel d'appel d'offres et de la négociation finale du contrat à intervenir entre le partenaire privé et le partenaire public. À titre d'exemples, les éléments incitatifs suivants peuvent et doivent être pris en compte :

- 1 - La structure et les niveaux des paiements prédéterminés selon lesquels le partenaire privé est ex post le détenteur résiduel des gains et pertes d'efficience dans la gestion du projet, ce qui affecte son offre de services ex ante.
- 2 - La durée et les dates de début et de fin des paiements par le partenaire public.
- 3 - Les diverses clauses liées à la performance ou à l'exigence de performance.
- 4 - Les conditions et exigences de rétrocession des actifs en bon état.
- 5 - La surveillance accrue des bailleurs de fonds du partenaire privé qui ont un intérêt direct dans la performance de ce dernier.
- 6 - La présence de partenaires publics ayant un intérêt politique et financier dans la meilleure réalisation possible du projet.

## Valeurs actualisées à comparer

Pour mieux cerner la méthodologie d'évaluation de projets d'investissements, considérons les définitions de coûts suivantes. Ces définitions et valeurs permettent une représentation stylisée, faisant abstraction de la complexité des détails contractuels et du cadre méthodologique des évaluations comparatives *typiquement effectuées* des modes de réalisation envisagés des grands projets.

En mode PPP :

- A\$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le partenaire privé pour réaliser sa partie du projet, y compris les coûts liés à la gestion des risques réels, tel que défini dans l'entente de partenariat; les coûts tiennent également compte du coût du capital approprié pour le partenaire privé (pour le projet) et incluent une prime de risque correctement définie en fonction des attentes de tiers, créanciers et investisseurs.
- B\$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser sa partie du projet et assumer les risques retenus et assumés par le secteur public, tel que défini dans l'entente de partenariat ; les coûts sont typiquement actualisés au coût de financement du gouvernement.
- C\$ = Coût de la garantie citoyenne (option financière, police d'assurance) permettant au gouvernement de financer le montant B\$ à un coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque). Au final, B\$ + C\$ donne le bon résultat, car c'est comme si on prenait le bon taux d'actualisation dans l'évaluation des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser sa partie du projet et assumer les risques retenus et assumés par le secteur public.
- D\$ = Valeur actualisée par le partenaire privé de la séquence des paiements que le partenaire public versera au partenaire privé pour le compenser pour la valeur actualisée A\$ des coûts encourus; le gouvernement actualise l'ensemble de son engagement financier envers le partenaire privé à un taux correspondant à son coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque).

En mode Conventionnel :

- E\$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le gouvernement (partenaire public) pour réaliser le projet en mode Conventionnel et en assumer tous les risques ; les coûts sont typiquement actualisés à un taux correspondant à son coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque).

- $F\$ =$  Coût de la garantie citoyenne (option financière, police d'assurance) permettant au gouvernement de financer le montant  $E\$$  à un coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque). Encore une fois, au final,  $E\$ + F\$$  donne le bon résultat, car c'est comme si on prenait le bon taux d'actualisation dans l'évaluation des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser le projet en mode Conventionnel et assumer tous les risques du projet.

Supposons que  $A\$ + B\$ < E\$$ . Plusieurs concluraient sur cette base que le mode PPP est préférable au mode conventionnel. Les évaluations devraient cependant être complétés pour tenir compte des coûts  $C\$$  et  $F\$$ . Si ces coûts étaient proportionnels aux coûts  $B\$$  et  $E\$$ , nous aurions donc  $C\$ < F\$$ . Ainsi, le coût total en mode PPP deviendrait  $A\$ + B\$ + C\$$  et le coût total en mode conventionnel deviendrait  $E\$ + F\$$ . Comme  $C\$ < F\$$ , le mode de réalisation en PPP resterait le plus avantageux, mais par une marge (ou une valeur ajoutée) encore plus importante.

De plus, nous avons  $D\$ = A\$$ . Le partenaire privé qui encourt les coûts correctement actualisés  $A\$$  sera compensé par le partenaire public avec des paiements réguliers quasiment sans risque dont la valeur actualisée au coût de financement du gouvernement (partenaire public) est  $D\$$ . En effet, ces paiements à recevoir par le partenaire privé apparaisse aux yeux de ce dernier comme le remboursement d'un prêt qu'il consent implicitement au gouvernement pour le montant  $A\$$ . En réalité, les paiements prévus sont de deux types : d'une part des paiements annuels constants en compensation des coûts de construction (et les coûts de financement afférents) et d'autre part des paiements pour les dépenses d'entretien et de maintien des actifs versés au moment où ces dépenses seront encourues selon le profil des dépenses prévu au contrat. Ces derniers paiements seront nécessairement fonction de l'inflation à venir.

La valeur  $D\$$  est obtenue en actualisant les paiements pertinents faits par le secteur public au partenaire privé au coût de financement du secteur public. Mais n'oublions pas que  $D\$ = A\$$  et que  $A\$$  prend en considération le profil de risque du projet. L'erreur couramment commise est de considérer que le coût du projet en mode PPP est pour le secteur public de  $D\$ + B\$$  et d'oublier  $C\$$ . Similairement, considérer que le coût du projet en mode Conventionnel est  $E\$$  est une erreur car on oublie  $F\$$ .<sup>85</sup> De plus, quand on compare  $D\$ + B\$$  (PPP) et  $E\$$  (Conventionnel), toutes ces valeurs étant actualisées au même taux, la comparaison est incomplète car il y manque les valeurs  $C\$$  et  $F\$$  qui sont cruciales pour effectuer une bonne comparaison. Comme  $D\$ = A\$$ , la comparaison entre  $D\$ + B\$$  et  $E\$$  est équivalente à la comparaison entre  $A\$ + B\$$  et  $E\$$ . Mais il pourrait arriver que  $A\$ + B\$ > E\$$ , ce qui favoriserait le mode conventionnel, alors que l'ajout des valeurs  $C\$$  et  $F\$$  pourrait amener  $A\$ + B\$ + C\$ < E\$ + F\$$ , ce qui favoriserait le mode PPP. D'où l'importance de ne jamais perdre de vue les raisons qui font que le gouvernement peut se financer à un taux d'emprunt plus faible que celui du secteur privé.<sup>86</sup>

---

<sup>85</sup> Dans *Le Dossier d'affaires – Guide d'élaboration* (Conseil du Trésor du Québec, 2002), on peut lire : « Le coût de la réalisation, pour le secteur public, de la solution la plus vraisemblable en mode PAPP [pour partenariat d'affaires public-privé ou PPP] correspond à la valeur actualisée de la rémunération versée au partenaire privé par le secteur public. Cette valeur actualisée nette doit être calculée au moyen d'un taux d'actualisation approprié. En théorie, le taux d'actualisation devrait refléter le profil de risques du PAPP. Toutefois, la rémunération versée par le secteur public tient déjà compte des risques que le partenaire privé assume. Dans ce contexte, le taux d'actualisation utilisé ne doit donc pas refléter les risques du projet, mais le coût de financement du secteur public » (page 59). Il faut donc bien interpréter ce passage pour éviter de tomber dans la quatrième méprise.

<sup>86</sup> Dans le *Guide d'élaboration du dossier d'affaires des grands projets d'infrastructure publique* (Conseil du Trésor du Québec, 2011), on peut lire : « Afin de rendre le coût net de chaque option comparable, l'analyse financière doit être présentée en valeur actuelle nette (VAN). La VAN doit être calculée en utilisant le même taux d'actualisation ainsi que la même date d'actualisation pour toutes les options » (page 26). Encore une fois, il faut bien comprendre le sens de cette affirmation pour éviter le piège de la quatrième méprise.

## 23:6 - ANNEXE

### A.1 Détermination de la prime de risque pour un emprunt

Pour bien illustrer notre argument, prenons le cas très simplifié d'une organisation qui doit emprunter 100\$ pour un an afin de réaliser un projet, tel l'achat aujourd'hui d'une quantité de gaz naturel au coût de 100\$ qui sera revendue dans un an au prix de marché qui prévaudra à ce moment-là. Soit  $P_D$  la probabilité de défaut, égale à la probabilité que le projet ne soit pas en mesure de rembourser la totalité du prêt (100\$ plus les intérêts au bout d'un an), étant donné le prix du gaz en  $t=1$ .

Pour évaluer la valeur de la dette  $V_0$  (la valeur de l'actif entre les mains du prêteur), en supposant que le prêteur en supporte le risque, nous pouvons procéder comme suit. Plutôt que pondérer les divers flux monétaires possibles du projet ou de l'emprunt par la probabilité  $(1 - P_D)$  de recevoir ces flux – pour obtenir le flux espéré – et d'actualiser ce flux espéré à un taux d'actualisation ajusté pour le risque, nous pouvons, comme on le fait souvent dans l'évaluation de produits obligataires, pondérer les flux monétaires possibles par la probabilité de défaut risco-neutre  $\tilde{P}_D$  qui tient compte de la prime de risque et ce, afin d'obtenir l'équivalent certain des flux pour ensuite les actualiser au taux sans risque.

Soit  $r_f$  le taux sans risque,  $\tilde{r}$  le taux requis par le prêteur et  $L_D$  la perte en cas de défaut (exprimée en % du montant dû), nous avons la valeur aujourd'hui du prêt (de l'actif) pour le prêteur  $V_0$ :

$$V_0 = e^{-r_f} [e^{\tilde{r}}(1 - \tilde{P}_D)100 + e^{\tilde{r}}\tilde{P}_D(1 - L_D)100]$$

Au moment de la transaction, le taux  $\tilde{r}$  requis par le prêteur sera déterminé par la condition  $V_0 = 100$ , ce qui nous donne l'expression suivante pour la prime de risque

$$\tilde{r} - r_f = -\ln[(1 - \tilde{P}_D) + (1 - L_D)\tilde{P}_D]$$

Dans le cas où un gouvernement réalise le projet, nous avons par hypothèse une situation de pleine assurance pour le prêteur,  $L_D = 0$ , puisque les contribuables et non le prêteur absorberont la perte le cas échéant ; la prime de risque associée au prêt est alors nulle :  $\tilde{r} = r_f$ .

### A.2 La prise en compte des risques dans un portefeuille de projets

La variance des rendements associée à un portefeuille de  $N$  projets est donnée par

$$\sigma_{R_p}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

où  $w_i$  est le poids (valeur entre 0 et 1 représentant l'importance relative du projet) du projet  $i$  dans le portefeuille,  $\sigma_{ii}$  est la variance des rendements du projet  $i$  et  $\sigma_{ij}$  est la covariance des rendements des projets  $i$  et  $j$  où  $i \neq j$ .

Supposons sans perte de généralité que chaque projet a le même poids  $w_i = 1/N$  dans le portefeuille de projets (chaque projet a la même importance relative). Dans ce cas, la variance des rendements du portefeuille devient

$$\sigma_{Rp}^2 = \left(\frac{1}{N^2}\right) \sum_{i=1}^N \sigma_{ii} + \left(\frac{1}{N^2}\right) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \sigma_{ij}$$

Soit  $L$  la plus grande des variances des rendements des projets. Le premier terme de l'expression ci-dessus est ainsi toujours plus petit ou égal à  $(1/N^2)NL$ . Dans un portefeuille comportant un très grand nombre de projets, ce terme tend vers zéro. Supposons maintenant que  $\overline{\sigma_{ij}}$  est la covariance moyenne de toutes les paires de projets. Le deuxième terme de l'expression ci-dessus peut alors s'écrire  $(1/N^2)N(N-1)\overline{\sigma_{ij}} = \overline{\sigma_{ij}}(1 - (1/N))$ . Avec un très grand nombre de projets, ce terme tend vers  $\overline{\sigma_{ij}}$ .

Pour que la deuxième raison évoquée soit vraie (élimination totale du risque via la diversification), il faut que tous les projets soient indépendants (covariance nulle), condition sous laquelle le risque du portefeuille est nul. Or, si les flux monétaires d'un certain nombre de projets sont corrélés avec les conditions économiques générales et donc corrélés entre eux, il ne sera pas possible de réduire la variance des rendements du portefeuille de projets à zéro. À toutes fins utiles, même avec un très grand nombre de « projets gouvernementaux », un risque systémique persiste.

## 23:7 - RÉFÉRENCES

BIERMAN, H.J. (1993), "Capital budgeting in 1992: A survey", *Financial Management*, 22, 24

BLACK, F. AND M. SCHOLES (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy* 81, No 3 (May-Jun., 1973), pp. 637-654

BOYER, M., « An Introduction to Real Options » dans *Méthodes Avancées d'Évaluation d'Investissements / Advanced Methods of Investments Evaluation*, CH 10, 10 :1

BOYER, M., BOYER, M.M., et R. GARCIA (2013), "Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management", *Quarterly Journal of Finance* 3(2)

BOYER, M., CHRISTOFFERSEN, P., LASSERRE, P. et A. PAVLOV (2003), "Value Creation, Risk management and Real Options", CIRANO 2003RB-02, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2003RB-02.pdf> (also published in *ICFAI Journal of Management Research*, ICFAI University Press, October 2004)

BOYER, M. et É. GRAVEL (2006), « Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O) », *Assurance et Gestion des Risques* 74(2), juillet 2006, pp. 163-185

BOYER, M. et É. GRAVEL (2012a), « Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas », CIRANO 2012s-26, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2012s-26.pdf> Voir Chapitre 16.

BOYER, M. et É. GRAVEL (2012b), "A Real Option Analysis of TransEuropean Telecommunications Wireline Video Deployment", CIRANO 2012s-25, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2012s-25.pdf> Voir Chapitre 13.

BOYER, M., GRAVEL, É. et P. LASSERRE (2013), "Real Options and Strategic Competition: A Survey"

BOYER, M., GRAVEL, É. et S. MOKBEL (2013), « Évaluation de projets publics : risques, coûts de financement, et coût du capital », C.D. Howe Institute, Commentaire No 388,

[https://www.cdhowe.org/sites/default/files/attachments/research\\_papers/mixed/Commentaire\\_388\\_0.pdf](https://www.cdhowe.org/sites/default/files/attachments/research_papers/mixed/Commentaire_388_0.pdf)

- BOYER, M. et J.J. LAFFONT (1997), “Environmental Risks and Bank Liability”, *European Economic Review* 41, 1997, 1427–1459
- BOYER, M. et D. PORRINI (2004), “Modeling the Choice between Liability and Regulation in terms of Social Welfare”, *Canadian Journal of Economics* 37(3), 2004, 590–612
- CHEVALIER-ROIGNANT, B. et L. TRIGEORGIS (2011), “Competitive Strategy : Options and Games”, MIT Press
- DIXIT, A.K. et R.S. PINDYCK (1994), “Investment under Uncertainty”, Princeton University Press
- FAMA, E.F. et K.R. FRENCH (1997), “Industry Costs of Equity”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 43, No 2, pp. 153-193
- GOLLIER, C. (2007), « Comment intégrer le risque dans le calcul économique ? », *Revue d'économie politique*, Vol. 117, No 2, pp. 209-223, Toulouse School of Economics
- Gouvernement du Québec – Finances Québec (2006), « Le Fonds des Générations », <http://www.budget.finances.gouv.qc.ca/fondsdesgenerations/LeFondsGen.pdf>
- Gouvernement du Québec – Finances Québec (2016), « Le plan économique du Québec », Section E, p. E43 <http://www.budget.finances.gouv.qc.ca/budget/2016-2017/fr/documents/PlanEconomique.pdf>
- GRAHAM, J. et C.R. HARVEY (2001), “The theory and practice of corporate finance: Evidence from the field”, *Journal of Financial Economics* 60, pp. 187-243
- HULL, J.C. (2003), “Options, Futures, and Other Derivatives”, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ
- Infrastructure Ontario (2007), “Assessing Value for Money: A Guide to Infrastructure Ontario’s methodology”, Queen’s Printer for Ontario <http://www.infrastructureontario.ca/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=2147488713>
- KRÜGER, P., LANDIER, A., et D. THESMAR (2015), “The WACC Fallacy: The Real Effects of Using a Unique Discount Rate”, *The Journal of Finance*, Vol. LXX, No.3, June 2015
- Secrétariat du Conseil du Trésor du Québec (2002), « Le dossier d'affaires – Guide d'élaboration », p.59, [https://www.bibliotheque.assnat.qc.ca/DepotNumerique\\_v2/AffichageFichier.aspx?idf=32855](https://www.bibliotheque.assnat.qc.ca/DepotNumerique_v2/AffichageFichier.aspx?idf=32855)
- Secrétariat du Conseil du Trésor du Québec (2011), « Guide d'élaboration du dossier d'affaires des grands projets d'infrastructure publique », p.26, [http://www.tresor.gouv.qc.ca/fileadmin/PDF/faire\\_affaire\\_avec\\_etat/projets\\_infrastructure/guide\\_elaboration\\_dossier\\_affaire.pdf](http://www.tresor.gouv.qc.ca/fileadmin/PDF/faire_affaire_avec_etat/projets_infrastructure/guide_elaboration_dossier_affaire.pdf)
- SICK, G., (2009), “Valuation and capital budgeting “, Haskayne School of Business, University of Calgary

# Growing out of Crisis and Recessions: Regulating Systemic Financial Institutions and Redefining Government Responsibilities

## CHAPTER 24

This chapter is based on Marcel Boyer (2015), “Growing out of Crisis and Recessions: Regulating Systemic Financial Institutions and Redefining Government Responsibilities”, CIRANO 2015s-01

### 24:0 - SUMMARY

An economic recession produces its share of negative consequences: drops in the value of retirement funds, declines in the worth of real estate assets, lower corporate profits, increases in public sector debt and government deficits, and so forth. However, the most perceptible impact is unquestionably the job losses and the drop in the value of human capital that are typical, if not inevitable, results of an economic recession.

This chapter covers different aspects of the financial crisis and economic recession which officially began in late 2007. After a brief history of the main events and an analysis of their most likely causes, I tackle its most likely central cause namely the inefficiently designed bonus systems in the financial sectors and its most important aspect, namely the *loss of confidence* within the financial system.

Confidence is an especially important type of social capital. Consequently, the *loss of confidence* in the financial system, and particularly in interbank financial relations, helped precipitate the financial crisis and then the economic recession. After an interim period of quasi-stability in financial markets, we are headed back toward chaos in the financial markets with an impending *loss of confidence* in sovereign debt of important countries and its impact on bank liquidity and solvability.

To re-establish and maintain confidence, four issues had to be tackled then and must again be addressed now: the manipulation or even falsification of information provided by public organizations (governments and government-sponsored enterprises - GSE) and private companies; the faulty risk measurement; political intervention in publicly owned or regulated companies and the indulgent attitude of regulators toward these companies (the U.S. cases of Fannie Mae and Freddie Mac being the most notorious, with banks bowing to political pressures in their lending decisions coming close); flaws in performance incentive programs, which too often neglect and thereby promote

reckless risk-taking; and finally, the inflexible application of the mark-to-market accounting rule, which adds to the contagion of uncertainty in a context in which a *loss of confidence* is causing relevant markets to disappear.

I continue with the pressures by different interest groups and politicians demanding an in-depth reform of capitalism. I emphasize the serious risk of improperly reforming capitalism and describe this act as the commonly-used moniker: throwing out the baby with the bathwater.

I then follow with a prominent component of this paper, which is the process of job creation and job loss in the economy during periods of expansion and recession – and the creative destruction process that lies at its core. The American economy has continued to create an impressive number of jobs during the recent crisis from 2008.I till 2010.I even if it lost an even more astounding number of jobs. For the pre-crisis period (including previous crises) from 1992.III to 2007.IV, the U.S. private sector establishments created a net average of 407,000 new jobs per quarter, which arose from the average creation of 7.9 million jobs per quarter and the average loss of 7,5 million jobs per quarter. Thus, each net new job created during the “normal” pre-crisis period (more than 15 years of observations) was the net result of 19.4 jobs created and 18.4 jobs lost. For the recession period 2008.I to 2010.I, the U.S. private sector lost a net average of 1,040,000 jobs per quarter, which arose from the average creation of 6.6 million jobs per quarter and the on average loss of 7.7 million jobs per quarter. For the immediate post-crisis period from 2010.II to 2011.IV, the U.S. private sector created an average of 514,000 new jobs per quarter, with an average creation of 6.9 million jobs per quarter and an average loss of 6.4 million jobs.

When the data are compared to the number of jobs allegedly “created or saved” by the American government’s recovery plan, one can only observe that the latter number is relatively negligible compared to the gross job creation in the private sector. Considering the important fiscal, political and economic costs of the U.S. stimulus program, one wonders if government efforts are properly oriented. Indeed, the White House has quickly abandoned the concept of “jobs created and saved” in favour of a concept of “jobs financed” which is, of course, less contentious and less informative.

In conclusion, I discuss the challenges that we face today and I offer recommendations in order to avoid the negative consequences suffered in the recent, currently looming, and future recessions:

- First, refocus the role of governments. Governments should focus their efforts on rebuilding and maintaining confidence in addition to developing conditions favourable to creative destruction, as job losses are a necessary component of job creation and growth. To do so, governments must accept a new role and redefined means of intervention, tailored toward taking the economy out of a bad but stable equilibrium. This requires a concerted effort by all agents, mainly private and public corporations, but including also governments.
- Second, governments need to favour the development of new institutions and instruments, mainly finance and insurance based, aimed to facilitate adjustments by firms and individuals to endogenous and exogenous shocks in their socio-economic environment. Governments should also favour the inclusion of clauses in mortgage or other contracts to allow for continuous adjustments to economic conditions in case of recession or crisis, thereby avoiding sudden, cascading adjustments that only aggravate poor economic conditions needlessly.
- Third, various micro prudential and macro prudential regulatory rules should be implemented over the coming years. I mention some of the rules that could make the regulation of the financial system more efficient and allow for somewhat automatic adjustments and reorganizations for a better control of systemic risks.
- Finally, governments must resist the temptation of resorting to protectionist “buy local” measures intended to artificially spur demand for local products and services to the detriment of living standards and the general well-being of the population. This raises a problem of coordination among governments. There exists a real danger of seeing a vicious circle crop up during crises and recessions with protectionism responding to protectionism, plunging economies into a more serious slump. Thus, contrary to pursuing protectionist policies, governments should seek to protect the movement toward globalization and the liberalization of markets. The

substantial growth of international trade in the last half-century has been a major factor in enhancing collective economic well-being as well as cultural and social development. This increase in trade has led to important gains with regards to wealth creation, economic growth, social progress, with above all a significant eradication of poverty.

Growing out of the crisis would benefit in the longer run also from fiscal reforms and new roles for the government sector and the competitive sector.

Regarding fiscal reforms, a general switch from awkward hybrid taxation system toward a system centered on consumption taxes, hence toward abolishing income taxes on individuals and corporations, would contribute significantly to a more efficient economy.

The core roles (and competencies) of the *public/governmental* sector should be first, the identification of citizens' needs in terms of public and social goods and services, both in quantity and quality; second, the design of proper mechanisms through which conflicts between different baskets of such goods and services and between different coalitions of citizens will be arbitrated; and third, the management of contracts and partnerships with private/competitive sector organizations for the production, distribution and delivery of the chosen basket of public and social goods and services. Therefore, the core competencies of the *private/competitive* sector should be to produce, distribute and deliver the public and social goods and services as well as the private ones by making use of the best forms of organization and the most efficient combinations of factors, human resources and technologies.

More fundamentally, the emergence and omnipresence of competitive prices and processes throughout the economy, in the public and social goods and services sectors in particular, would represent significant forces aimed at avoiding waste while generating and implementing innovative solutions to social problems and challenges. In that regard, the emergence and omnipresence of competitive prices and processes must be understood as significant factors in achieving long term economic growth and increases in individual and social well-being.

## 24:1 - INTRODUCTION

An economic recession produces its share of negative consequences: drops in the value of retirement funds, declines in the worth of real estate assets, lower corporate profits, increases in public sector debt and government deficits, and so forth. However, the most perceptible impact is unquestionably the job losses and the drop in the value of human capital that are typical, if not inevitable, results of an economic recession.

This chapter deals in part with the loss of confidence within the banking or financial sector, although a peculiar for of it, that has generated the recent financial crisis and recession as well as with the process of job creation and job loss not only during periods of expansion or growth but also during periods of recession. The loss of confidence within the financial sector spilled over to the real sectors, thereby reducing not only financial transactions in the REPO (repurchase agreements) market, which is a banking problem, but also the financing of real activities throughout the economy.

Regarding jobs, we should remember that during the recent recession, the U.S. economy has created millions of jobs, but it also destroyed millions of jobs, resulting in a substantial net job loss. Before we examine this gross creation and loss of jobs, it is useful to examine the history of the financial crisis and economic recession and the major factors lying at their source.

The huge net job losses observed during the recent recession are due to the loss of confidence in the financial system combined with inflexibilities in labour markets and the inexistence or inefficiency of instruments and institutions to cope with necessary or desirable adjustments in financial and labour markets.

## 24:2 - A BRIEF HISTORY OF THE CRISIS<sup>87</sup>

The financial crisis cum economic recession began in the fourth quarter of 2007. But what exactly has happened? What market dysfunctions does this crisis reveal? To answer these questions, we will begin by presenting the origins of this crisis. As we will see, the causes of the financial crisis and economic recession are social, regulatory, and political in nature.

While the subprime mortgage loan crisis did not break out until February 2007, it originated in the bursting of the technology bubble in the late 1990s. To counter the decline in stock prices and the recession that followed, the U.S. Federal Reserve pursued a low interest rate policy to mitigate the damage of the economic slowdown.

Low interest rates encouraged “aggressive” credit distribution. U.S. housing demand grew, leading to higher prices. Meanwhile, millions of homeowners took advantage of lower interest rates to refinance their mortgage loans. The banks offered additional credit. The increases in the supply of funds overtook increases in demand with the straightforward predictable result of lower interest rates and lower quality mortgage loans provided.

In addition to sustained low interest rates and increasingly risky mortgage loans, the U.S. mortgage loan market was hindered by numerous distortions and interventions by public authorities.<sup>88</sup> Since 1977, when the *Community Reinvestment Act* was adopted, U.S. banks have been required to offer more credit than justified on purely financial considerations to low-income households. Banks were actually subjected to heavy pressures and even sanctions if they did not abide by the provisions of the Act: This was most likely a major factor, but not the singular factor, behind the development and proliferation of subprime mortgage loans. With mortgage loans provided to a segment of the population characterized by inadequate incomes, poor credit ratings and little or no money for down payments, it is logical that subprime loans were up to 10 times likelier than other mortgage loans to end in foreclosure.

Further, to bolster their cash reserves, financial institutions developed different financial innovations that enabled them to securitize these assets and resell them on the financial markets. Since these loans were backed by assets carrying an implicit federal guarantee through government-sponsored enterprises, Fannie Mae and Freddie Mac among others, these assets were seen up to a certain point as relatively low-risk by the investors who bought them. At the time that the real estate bubble burst, these two government-sponsored firms were providing guarantees on nearly half the home mortgage loans in the United States. The Federal Reserve Board either missed measuring and understanding these developments or leniently tolerated the increase in systemic risk<sup>89</sup> that they represented. In both

---

<sup>87</sup> The analysis here deals mainly with the U.S. experience but clearly, the messages apply to most if not all other countries and regions.

<sup>88</sup> See PIERRE LEMIEUX, *The origins of the economic crisis*, Economic Note, Montreal Economic Institute, March 2009, p. 3.

<sup>89</sup> Systemic risk factors refer to events that could trigger the collapse of an industry or an economy. For instance, “too big to fail” financial or industrial corporations or entities represent by definition systemic risk entities due to their relative size in the industry or economy and their inter-connexions with other firms or entities. Systemic risk is therefore closely linked to the importance of inter-linkages and interdependencies in an industry, system, market or economy, so that the failure of a “too big to fail” unit, firm, entity or part could trigger a *cascade of failures*, leading to the collapse of a whole system. Systemic risk must be distinguished from systematic risk, although they are sometimes confused even in otherwise dependable sources – see for instance <http://www.nasdaq.com/investing/risk/unique-vs-systemic-risk.aspx>. Systematic risk refers to that part of the risk

cases, the Federal Reserve Board seems to have forgotten that one of its prime mission is the supervision and regulation of the banking sector “to ensure the safety and soundness of the nation's banking and financial system.”<sup>90</sup>

Starting in mid-2006, the real estate market took a nosedive: the number of houses sold and the prices of dwellings plummeted. According to data from the National Association of Realtors, the number of houses sold in the United States fell by 13.9% in 2007. House prices fell on average by 3.6% between the second quarter of 2006 and the second quarter of 2007 and by 17.9% in the second quarter of 2008, before the financial crisis had fully erupted.<sup>91</sup> For homeowners living in areas with sharp price drops, the risk of owning a house worth less than the outstanding mortgage became very high.

Moreover, the Federal Reserve gradually raised its rate from 1% to 5.25% between 2004 and 2006.<sup>92</sup> As a result, households that had taken out variable-rate loans had to assume ever-higher payments even as the value of their properties was coming down, even collapsing. This left mortgage holders with a sharp rise in monthly payments and the most vulnerable of them were unable to cope.

Defaults on mortgage payments began to increase early in 2007, leading to some early bankruptcies among specialized banking institutions.<sup>93</sup> It was in this context, in June 2007, that the investment bank Bear Stearns announced the collapse of its two hedge funds. After this announcement, the subprime crisis burst upon the scene in the public eye (15 months before the collapse of Lehman Brothers), somewhat to the surprising dismay of the Federal Reserve System!

But was this crisis real or virtual? The number of mortgage borrowers in default remained, in general terms, within limits that appear quite acceptable and manageable given the size of asset markets and the advancement in sophisticated risk management. The subprime adjustable-rate mortgage market did undergo serious difficulties, with a 21% delinquency rate (number of mortgages 90 days or more delinquent or in foreclosure) in January 2008<sup>94</sup> and a 25% rate in May 2008,<sup>95</sup> compared to about 14% on average for 1998-2007.<sup>96</sup> Even so, it is hard to understand why the financial markets panicked to such an extent.

---

that cannot be diversified. It is the unavoidable risk inherent to the covariance of all economic activities. The unavoidability of systematic risk is the basis of its trade value or price as determined on financial markets: higher systematic risk means higher expected returns.

<sup>90</sup> The Federal Reserve mission is stated as: “The Federal Reserve's duties fall into four general areas: conducting the nation's monetary policy by influencing the monetary and credit conditions in the economy in pursuit of maximum employment, stable prices, and moderate long-term interest rates; supervising and regulating banking institutions to ensure the safety and soundness of the nation's banking and financial system and to protect the credit rights of consumers; maintaining the stability of the financial system and containing systemic risk that may arise in financial markets; providing financial services to depository institutions, the U.S. government, and foreign official institutions, including playing a major role in operating the nation's payments system.” (<http://www.federalreserve.gov/aboutthefed/mission.htm>)

<sup>91</sup> See *Pending Home Sales Index* (<http://www.realtor.org/research/research/ehspage>) and *Housing Bubble Graphs* (<http://mysite.verizon.net/vzeqrqz/housingbubble/>).

<sup>92</sup> Federal Reserve, *Open Market Operations*, <http://www.federalreserve.gov/fomc/fundsrate.htm>.

<sup>93</sup> RealtyTrac, U.S. *Foreclosure Activity Increases 75 Percent in 2007*, January 29, 2008

<http://www.realtytrac.com/ContentManagement/PressRelease.aspx?channelid=9&ItemID=3988>

<sup>94</sup> BEN BERNANKE, Chairman of the Federal Reserve Board, “Financial Markets, the Economic Outlook, and Monetary Policy”, January 10, 2008. <http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/bernanke20080110a.htm>

<sup>95</sup> BEN BERNANKE, Chairman of the Federal Reserve Board, “Mortgage Delinquencies and Foreclosures”, Columbia Business School, May 5, 2008. <http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/Bernanke20080505a.htm>

<sup>96</sup> CHARLES E. SCHUMER AND CAROLYN B. MALONEY, U.S. Senate Joint Economic Committee, *The Subprime Lending Crisis*, Report and Recommendations by the Majority Staff, October 2007, Figure 11, p. 26;

<http://jec.senate.gov/archive/Documents/Reports/10.25.07OctoberSubprimeReport.pdf>

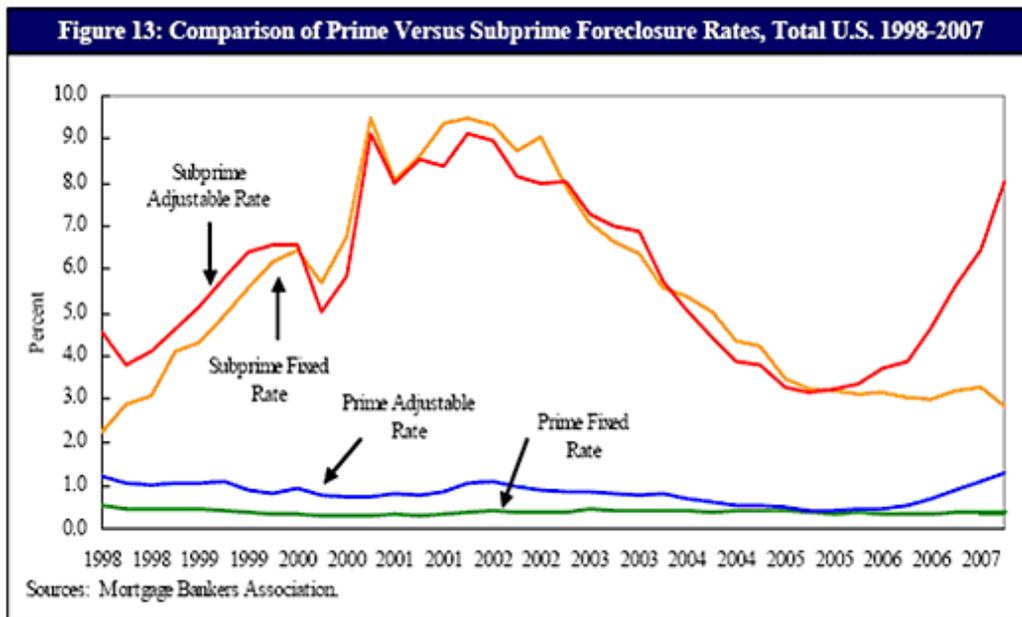


FIGURE 1. COMPARISON OF PRIME VERSUS SUBPRIME FORECLOSURE RATES, TOTAL U.S. (1998-2007)

(Joint Economic Committee, *The Subprime Lending Crisis*, Report and Recommendations by the Majority Staff, October 2007, p. 27; <http://iec.senate.gov/archive/Documents/Reports/10.25.07OctoberSubprimeReport.pdf>)

A large majority of households continued throughout the crisis to meet their mortgage commitments. Overall, the delinquency rate went from 2% during the period 2000-2007 to less than 7.5% in 2009 (Figure 2). This is hardly a sufficient spike to cause or justify the panic and the ensuing vicious circle, especially considering that the U.S. population was growing at a solid pace (up 21.3% since 1990), which thereby boosts housing needs.

Once liquidity and confidence return to normal, the day's bargain hunters will likely benefit from sizable gains, partly due to the mark-to-market rule which, in fact, did not accurately reflect reality.<sup>97</sup>

<sup>97</sup> See MAGNAN AND THORNTON (2009), *Fair Value Accounting*, CIRANO 2009s-47; and also Parbonetti, Menini and Magnan (2011), *Fair Value Accounting: Information or Confusion for Financial Markets?*, CIRANO 2011s-56.

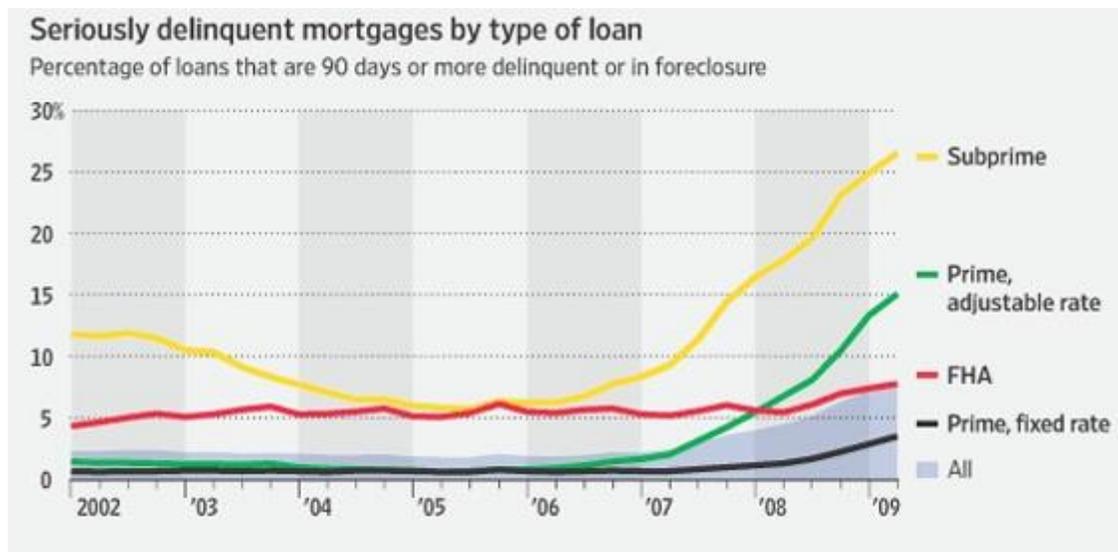


FIGURE 2.

Source: Business Insider

Despite the difficulties facing the subprime mortgage loan market in the United States, it seems unlikely that this problem alone could have generated a worldwide financial crisis of the magnitude that we have seen. While the subprime crisis served to trigger the financial crisis, we need to look elsewhere for its true cause.

### From a subprime crisis to a full-blown recession

The subprime crisis subsequently spread to other sectors of the economy through various channels. The first of these channels lies in the phenomenon of debt securitization, a practice that has grown substantially since the early 2000s. Securitization is a financial operation that consists of a bank reselling its debt on specialized investment markets, often bundled with other assets. This strategy enables banks both to refinance themselves and to reduce their risk as risk is thereby transferred to the investors (other banks, shadow banks, traditional investment funds, hedge funds, and funds of a more speculative nature).

Banks seeking to increase their cash reserves for the subprime mortgage market turned to the securitization of subprime credit through instruments referred to as asset-backed securities (ABS). However, they did not stop there: they took ABS packages and combined them to form more complex products called collateralized debt obligations (CDO). With the fall in the U.S. real estate market, subprime risk made any security with this type of backing (ABSs and CDOs) appear suspect, leading to their collapse as the banking panic took hold. This panic came to embrace all types of securitization.

The second way the crisis spread was through investment funds that had themselves bought securitized debt. Subprime loans provided high returns because borrowers had to pay higher interest rates. For investors and fund managers, these securities looked worthwhile because they helped boost their returns and thus their bonuses. Hedge funds, always seeking high returns, were especially fond of these securities. When the underperformance of subprime securities became more serious, some depositors wanted their funds back and some creditors refused to renew their lending.

The collapse of two Bear Stearns hedge funds in July 2007 was the signal for a crisis of confidence to develop. All asset-backed investment funds then became suspect. In March 2008, U.S. banking giant J.P. Morgan bought Bear Stearns for \$236 million, assisted financially by the Federal Reserve, and in July 2008 the two government-sponsored mortgage refinancing corporations Fannie Mae and Freddie Mac were put into conservatorship and received support from U.S. federal authorities to the tune of \$151 billion.<sup>98</sup>

The failure of negotiations on the takeover of Lehman Brothers and its bankruptcy filing at 1:45 a.m. on September 15 2008 precipitated the development of the financial crisis by destroying much of the capital of confidence *within* the financial system.<sup>99</sup> Following the takeover of Merrill Lynch by Bank of America the same day, the U.S. government faced a potential financial meltdown and decided to bail out AIG two days later through an \$85-billion investment which later amounted to a \$180-billion package.<sup>100</sup>

Finally, the third way the crisis reached the rest of the economy is related to the fact that these investment funds belonged to or were financed by banks as hedge funds were financed with little equity and high leverage. The banks thus ended up assuming the risks they thought they had sold or transferred to these funds. In the end, the entire banking system was supporting the high credit-linked risks not only in the funds the banks were managing but also in those they were financing.

---

<sup>98</sup> Despite a 2002 study released by Fannie Mae which argued that it was very unlikely that the two government-sponsored enterprises *would ever require* a government bailout. See: JOSEPH E. STIGLITZ, JONATHAN M. ORSZAG AND PETER R. ORSZAG, "Implications of the New Fannie Mae and Freddie Mac Risk-based Capital Standard," *Fannie Mae Papers*, Vol. 1, Issue 2 (March 2002). One can read in the U.S. Financial Crisis Inquiry Commission (FCIC) report of January 2011: "Unfortunately, the balancing act ultimately failed and both companies were placed into conservatorship, costing the U.S. taxpayers \$151 billion so far." Note: Conservatorship is established either by court order (with regards to individuals) or via a statutory or regulatory authority (with regards to organizations). When referring to government control of private corporations such as Freddie Mac or Fannie Mae, conservatorship implies a more temporary control than outright nationalization.

<sup>99</sup> Note that "[Lehman Brothers]'s balance sheet was about one-fifth the size of Fannie Mae's" (FCIC, citing FHFA Director).

<sup>100</sup> Surprisingly, the U.S. Government (through the stewardship of Hank Paulson and Tim Geithner) insisted that AIG fully compensate its counterparties. ELIOT SPITZER wrote in "The Real AIG Scandal," *Slate Magazine*, March 17, 2009: "Everybody is rushing to condemn AIG's bonuses, but this simple scandal is obscuring the real disgrace at the insurance giant: Why are AIG's counterparties getting paid back in full, to the tune of tens of billions of taxpayer dollars? For the answer to this question, we need to go back to the very first decision to bail out AIG, made, we are told, by then-Treasury Secretary Henry Paulson, then-New York Fed official Timothy Geithner, Goldman Sachs CEO Lloyd Blankfein, and Fed Chairman Ben Bernanke last fall. Post-Lehman's collapse, they feared a systemic failure could be triggered by AIG's inability to pay the counterparties to all the sophisticated instruments AIG had sold. And who were AIG's trading partners? No shock here: Goldman, Bank of America, Merrill Lynch, UBS, JPMorgan Chase, Morgan Stanley, Deutsche Bank, Barclays, and on it goes. So now we know for sure what we already surmised: The AIG bailout has been a way to hide an enormous second round of cash to the same group that had received TARP money already. It all appears, once again, to be the same insiders protecting themselves against sharing the pain and risk of their own bad adventure. The payments to AIG's counterparties are justified with an appeal to the sanctity of contract. If AIG's contracts turned out to be shaky, the theory goes, then the whole edifice of the financial system would collapse. But wait a moment, aren't we in the midst of reopening contracts all over the place to share the burden of this crisis? From raising taxes—income taxes to sales taxes—to properly reopening labor contracts, we are all being asked to pitch in and carry our share of the burden. Workers around the country are being asked to take pay cuts and accept shorter work weeks so that colleagues won't be laid off. Why can't Wall Street royalty shoulder some of the burden? Why did Goldman have to get back 100 cents on the dollar? Didn't we already give Goldman a \$25 billion capital infusion, and aren't they sitting on more than \$100 billion in cash? Haven't we been told recently that they are beginning to come back to fiscal stability? If that is so, couldn't they have accepted a discount, and couldn't they have agreed to certain conditions before the AIG dollars—that is, our dollars—flowed? The appearance that this was all an inside job is overwhelming. AIG was nothing more than a conduit for huge capital flows to the same old suspects, with no reason or explanation."

## The October 2008 and January 2009 plans

In October 2008, a \$700 billion plan (Troubled Assets Relief Program – TARP) was adopted in the United States Congress to purchase high-risk assets and restore bank capitalization, an amount which was later reduced to \$475 billion by the Dodd-Frank Act of July 2010. This is one of two major bailout programs, the other being that of government-sponsored enterprises Fannie Mae and Freddie Mac for an amount of \$187 billion, spent so far (\$116 billion for Fannie Mae and \$71 billion for Freddie Mac).

As of November 2014, \$468 billion have been spent under TARP: \$245 billion for banks and other financial institutions, \$80 billion for the auto industry, \$70 billion for AIG (not counting \$112 billion as a line of credit from the FED), \$27 billion for restarting credit markets, and \$46 billion to aid struggling families threaten by foreclosure. The total amount spent, invested or loaned by the U.S. Treasury has reached \$613 billion, of which \$388 billion has been returned as principal repayments. If we add the total returns of \$271 billion (dividends, interest, warrants sold, and fees) on the amounts disbursed, total collections are now at \$ 659 billion, or \$46 billion more than total disbursements. As for Fannie Mae and Freddie Mac, they returned some \$219 billion in total so far to the Treasury, that is, \$131 billion from Fannie Mae and \$88 billion from Freddie Mac. They have also repaid in total to the FED the \$112 billion line of credit plus \$18 billion in interest and fees.

The Treasury invested \$245 billion to recapitalize banks and other financial institutions, of which a total of \$275 billion has been paid back (including dividends, interest, warrants sold, and fees);<sup>101</sup> \$80 billion in the auto industry;<sup>102</sup> \$68 billion in AIG refinancing.<sup>103</sup>

In addition, U.S. Congress passed in February 2009 a Recovery Plan aimed to create new jobs and save existing ones, spur economic activity and invest in long-term growth. The Recovery Act, a \$787 billion endeavor, intended to achieve those goals by providing \$288 billion in tax cuts and benefits for families and businesses, increasing by \$224 billion federal funds for entitlement programs such as extending unemployment benefits, and making \$275 billion available for federal contracts, grants and loans. As of June 2011, the amounts spent in each category totaled \$298.5 billion (81% for individual tax credits and making-work-pay program and 12% for tax incentives for business), \$211.4 billion (69% for Medicaid/Medicare and unemployment insurance programs) and \$210.2 billion (41% for education and 25% for transportation and infrastructure) respectively.

---

<sup>101</sup> All the major banks and many of the smaller ones have now paid back the full amount disbursed by the Treasury, in particular Bank of America (\$45 billion), Citigroup (\$45 billion), JP Morgan Chase (\$25 billion), Wells Fargo (\$25 billion), Goldman Sachs (\$10 billion), Morgan Stanley (\$10 billion), PNC Financial (\$8 billion), U.S. Bancorp (\$7 billion), SunTrust (\$5 billion), and Capital One Financial Corp. (\$4 billion). Those 10 banks paid the Treasury a total of \$25 billion in interest, dividends and fees on the \$94 billion invested by the Treasury.

<sup>102</sup> General Motors received \$51 billion or 79.8% of the amount disbursed under the automotive industry financing program; GM “reimbursed” \$39 billion (sale of all stocks and warrants) for a loss to the Treasury of \$12 billion; in addition GM paid in interest, dividends and fees \$0.7 billion. Recall that at the time GM emerged from bankruptcy in June 2009, the U.S. Treasury owned 60.8% of GM, Canada and Ontario 11.7%, UAW 17.5% and others 10%.

<sup>103</sup> In so doing, the Treasury acquired 92.1% of the company. The sale of the company brought about \$54.4 billion to the Treasury, in addition to gaining some \$18.5 billion in returns and fees. In the case of AIG, the Federal Reserve Bank of New York has opened a credit line of \$112 billion, which has been paid back in full together with \$17.7 billion in interest and fees.

## 24:3 - INEFFICIENTLY DESIGNED BONUS SYSTEMS

In the wake of the financial crisis, large brokerage firms and investment banks paid out record bonuses to their managers, the very people who had put them in serious trouble. Merrill Lynch paid about \$9.5 billion in bonuses in 2007, the same amount as in 2006, even though its net income had fallen by two-thirds, with a fourth-quarter loss of \$9.8 billion; meanwhile, Lehman Brothers raised its bonuses by 10% in 2007, bringing them to \$5.7 billion, and went bankrupt in September 2008. Were the bonus systems among the prominent causes of the financial crisis?

The incentive mechanisms used in the financial services industry rewarded income generated almost regardless of risk, with negligent and faulty risk measurement and unjustified risk-taking as predictable results. A number of economists warned companies against these practices, reminding them that, in designing incentive mechanisms, it is necessary to take account of the risks taken or incurred to avoid what economists and insurers call “moral hazard.” Economists specializing in performance incentives have been suggesting for a number of years that bonuses be made conditional on risk audits to penalize, rather than reward, exceptional financial results relying on reckless risk-taking.<sup>1</sup> These suggestions have been mostly ignored with disastrous effects. If a major failure exists in the management compensation consulting industry with its lot of so-called professionals and gurus, it must be the compensation packages in the financial industry. Whether these compensation packages stem from sheer incompetence or ignorance of basic incentive issues or blatant conflict of interest within the board’s compensation committee or all of the above, one fact remains: the elementary principles of incentive pay were forgotten.

But there seems to be a light at the end of the tunnel. In the rescue of Fannie Mae and Freddie Mac, the managers, shareholders and bondholders of these government-sponsored enterprises, which were overly dominant in mortgage credit and were protected by indulgent regulators, have received a large share of negative attention and blame. The government will be paid back first and these companies seem no longer able to benefit from their political relationships to hide mismanagement: the door is closing! While the horse may be gone, at least the colt will be kept in the stable. Other examples could be given: the significant bailouts of financial institutions rightly left the previous (irresponsible) stockholders, bondholders, owners and lenders with huge losses.

According to MIZEN (2008), banks have replaced their traditional “originate and hold” model with a new “originate and transfer” model under which they lend and then sell the debt to someone else.<sup>1</sup> The more widespread adoption of this new model may be one of the factors responsible for the crisis. However, the phenomenon of securitization is not new: banks have been following this practice for 40 years without causing crises. Was it the growth in securities backed by subprime mortgages, which has changed in the last decade and which are traded so often that a major problem of transparency ends up arising?

### Faulty incentive systems

This practice led to the creation of a class of capital around which it becomes enormously difficult to determine which party is assuming fundamental risks. This particularity has distorted incentives in different ways.

First, mortgage brokers’ fees were (and maybe still are) based on the number of mortgage loans provided, without the risk of default taken into consideration. Brokers thus had no incentive at all to look into the risks linked to subprime mortgage loans. On the contrary, they had incentives to provide the largest possible number of mortgage loans regardless of the risk level they presented.

Second, lenders had no incentive to check the quality of the mortgage loans granted, given that they intended to bundle and resell these assets in the form of complex derivatives. In the years prior to the crisis, these institutions

increased their subprime mortgage loan offerings, reselling them to investors looking for higher returns, in a period of rising real estate prices (low risk).

One can read in SCHUMER AND MALONEY (2007):

*“THERE HAVE BEEN SIGNIFICANT CHANGES IN THE TYPES OF SUBPRIME LOANS MADE IN RECENT YEARS, REFLECTING LOWER UNDERWRITING STANDARDS. AS CAN BE SEEN IN FIGURE 10, BETWEEN 2001 AND 2006 ADJUSTABLE RATE MORTGAGES (ARMS) AS A SHARE OF TOTAL SUBPRIME LOANS ORIGINATED INCREASED FROM ABOUT 73 PERCENT TO MORE THAN 91 PERCENT. THE SHARE OF LOANS ORIGINATED FOR BORROWERS UNABLE TO VERIFY INFORMATION ABOUT EMPLOYMENT, INCOME OR OTHER CREDIT-RELATED INFORMATION (“LOW-DOCUMENTATION” OR “NO- DOCUMENTATION” LOANS) JUMPED FROM MORE THAN 28 PERCENT TO MORE THAN 50 PERCENT. THE SHARE OF ARM ORIGINATIONS ON WHICH BORROWERS PAID INTEREST ONLY, WITH NOTHING GOING TO REPAY PRINCIPAL, INCREASED FROM ZERO TO MORE THAN 22 PERCENT.”*  
(p. 10)

*“ALTHOUGH UNDERWRITING STANDARDS DECLINED DURING 2001-2006, LOAN PERFORMANCE DID NOT IMMEDIATELY DETERIORATE. IN FACT, SUBPRIME PERFORMANCE BETWEEN 2001 AND 2005 WAS GOOD BY HISTORICAL STANDARDS. AS CAN BE SEEN IN FIGURES 11 AND 13, AGGREGATE DELINQUENCY AND FORECLOSURE RATES DECLINED DURING 2001-2005. THEY HAVE SINCE TURNED SHARPLY UPWARD. THE DATA IN FIGURE 14 IN THE APPENDIX, WHICH TRACK THE DELINQUENCY RATES OF SUBPRIME MORTGAGES FROM THE TIME AT WHICH THEY WERE ORIGINATED, TELL A QUALITATIVELY SIMILAR STORY. LOANS ORIGINATED DURING 2001-2005 PERFORM BETTER THAN THOSE ORIGINATED IN 2000. NOTICEABLY HIGHER DELINQUENCY RATES APPEAR FOR LOANS ORIGINATED IN 2006 AND 2007.”* (p. 11)

*“**BROKER AND LENDER INCENTIVES WORK AGAINST BORROWERS.** MORTGAGE BROKERS ARE SALESMEN WHO WANT TO MAXIMIZE THEIR NET INCOME. THEIR INTEREST IN PROVIDING THE LEAST EXPENSIVE MORTGAGE IS LIMITED. IN FACT, LENDERS PROVIDE THEM INCENTIVES TO DO THE OPPOSITE. LENDERS SOMETIMES PAY BROKERS SO-CALLED “YIELD-SPREAD PREMIUMS,” WHEN THEY SELL LOANS WITH INTEREST RATES ABOVE THE MINIMUM ACCEPTABLE RATE FOR THE LOAN. SOME BROKERS MAY ALSO RECEIVE HIGHER FEES FOR SELLING MORTGAGES WITH PREPAYMENT PENALTIES.*

***MOREOVER, SINCE MORTGAGE BROKERS BEAR LITTLE OR NO RISK WHEN A BORROWER DEFAULTS, THEY HAVE NO ECONOMIC INCENTIVE TO ORIGINATE LOANS THAT A BORROWER CAN AFFORD IN THE LONG TERM. BROKERS ALSO LACK STRONG LEGAL INCENTIVES TO ACT IN THE INTEREST OF BORROWERS. UNDER STATE LAW BROKERS ARE NOT FIDUCIARIES, WHO MUST PUT THE INTEREST OF THEIR CLIENTS FIRST. NOR DO THEY HAVE A DUTY TO SELL THEIR CLIENTS PRODUCTS WHICH ARE AT LEAST SUITABLE TO THEIR CIRCUMSTANCES, AS REGISTERED SECURITIES BROKERS DO.***

***BECAUSE MORTGAGE COMPANIES SELL MANY OF THE LOANS THEY UNDERWRITE TO THE SECONDARY MARKET, THEY HAVE AN INTEREST IN UNDERWRITING LOANS THAT ARE DESIRED BY THE SECONDARY MARKET INVESTORS. THIS OBSERVATION HAS SPECIAL WEIGHT BECAUSE OF DEVELOPMENTS IN NON- MORTGAGE FINANCIAL MARKETS. IN RECENT YEARS, AS HEDGE FUNDS HAVE PROLIFERATED AND THE MARKET FOR STRUCTURED FINANCIAL PRODUCTS HAS EXPANDED, THERE HAS BEEN SIGNIFICANT DEMAND FOR HIGH- YIELD ASSETS THAT CAN UNDERLIE COLLATERALIZED DEBT OBLIGATIONS (CDOs) AND OTHER FINANCIAL DERIVATIVES. SUBPRIME MORTGAGES HAVE, UNTIL RECENTLY, BEEN CONSIDERED TERRIFIC ASSETS TO INCLUDE IN CDO STRUCTURES. HENCE SUBPRIME LENDERS HAVE HAD A STRONG INCENTIVE TO UNDERWRITE HIGH-YIELDING SUBPRIME MORTGAGES, WHETHER OR NOT THESE LOANS WERE BEST INTERESTS OF THE BORROWERS.”***

(p. 20, bold in the text)

Third, the profits generated by securitization of these products gave lenders an incentive to offer the greatest possible number of loans regardless of their quality. With demand for mortgage loans declining, lenders lowered their requirements to keep growth in the number of loans constant.

Fourth, “tranching” has allowed for the creation of different classes of bonds, with senior and subordinated classes, each intended for different types of investors. The argument justifying the creation of these classes is very simple: creating subordinated classes theoretically improves the quality of higher classes of bonds, even bringing the

apparent probability of losses on this class down to a very low level and reducing financing costs correspondingly. Asset-backed bonds thus obtained high ratings from rating agencies even though they were in fact a combination of risky, highly leveraged mortgage loans.<sup>104</sup> This may be good business for the sellers, but it does not explain why the buyers, who were or at least must be expected to be rather sophisticated, were fooled by this scheme!

Fifth, rating agencies gained significant income from rating structured products. There was thus a risk of a conflict of interest because these agencies received lump sum payments from the issuing institutions to establish ratings for these products while advising these institutions on the issuing of the same products.

Finally, fund managers, like mortgage brokers, were motivated by the perspective of bonuses that were not corrected on the basis of the risk level incurred. The problem was recognized by the Chairman of the Federal Reserve Board: "Prospectively, we are committed to promoting an environment that supports the homeownership goals of creditworthy borrowers. To this end, the Federal Reserve Board has proposed new regulations to better protect consumers from a range of unfair or deceptive mortgage lending and advertising practices. To help ensure that the rules are broadly enforced, we are engaging in a program with other federal and state agencies to conduct consumer compliance reviews of non-depository lenders and mortgage brokers. These reviews are targeting underwriting standards, risk-management strategies, and compliance with consumer protection laws and regulations."<sup>105</sup> That statement and the policy it announces are from March 2008, much too late. Why wasn't this policy in place in 2005 or 2006 when the system failure was already in the making? Where was the FED?

Banks, investment banks and other financial institutions were quick to rely on choices made by their competitors or partners while assuming that those competitors and partners must have checked the risk characteristics of such securities, hence dispensing themselves of making "redundant" costly verifications. This is a well-known free riding problem in common agency contexts. In the end, a global web of individually rational actions and policies based on others' supposedly individually rational actions and policies, ended up creating a huge but unnecessary and avoidable systemic risk which by definition must eventually be confronted: the chips will fall where they may!

This blatantly faulty incentive and control system allowed mortgage brokers to pursue risky (not for them) mortgage loans: the subprime share in the relatively stable total mortgage originations reached 20% in 2004-2006 compared with 8.5% in 2001-2003.

Where was the FED, whose mission includes "supervising and regulating banking institutions to ensure the safety and soundness of the nation's banking and financial system and to protect the credit rights of consumers; maintaining the stability of the financial system and containing systemic risk that may arise in financial markets"?

## The principles of Incentive pay or pay for performance

Incentive pay may be explained and justified by, and in reference to, four factors or phenomena, which may have important effects on the net benefits of an organization, and which are often if not always present in practice.

- Moral hazard: defined as the tendency of individuals to alter their safety, effort or initiative behaviour, as private information becomes available to them. Behaviour is altered if individuals are protected or insured

---

<sup>104</sup> MICHAEL LEWIS, *The Big Short*, Norton 2010, page 73: "Having gathered 100 ground floors of 100 different subprime mortgage buildings (100 different triple-B-rated bonds), they [Goldman Sachs] persuaded the rating agencies that these weren't, as they might appear, all exactly the same thing. They were another diversified portfolio of assets! This was absurd. The 100 buildings occupied the same floodplain; in the event of flood, the ground floors of all of them were equally exposed. But never mind: The rating agencies, who were paid fat fees by Goldman Sachs and other Wall Street firms for each deal they rated, pronounced 80 percent of the new tower of debt triple-A."

<sup>105</sup> BEN BERNANKE, "Mortgage Delinquencies and Foreclosures", Columbia Business School, May 5 2008. <http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/Bernanke20080505a.htm>

against the losses incurred following unfavourable events or if they are unable to capture part of the benefits generated by such behaviour. In the end, the probability of unfavourable events is increased and/or the probability of favourable ones is decreased.

- Adverse selection: defined as the tendency of individuals to use strategically their private information to pursue objectives that are non-congruent with those of the organization, including accepting jobs and responsibilities for which they may not be sufficiently competent or prepared and productive, a characteristic better known to them than to the organization hiring them.
- The need to induce profitable cooperation in organizations: broadly defined to include team work as well as contractual relations between business partners and between stakeholders.
- The need to counteract costly or unproductive institutional and/or regulatory constraints.

The first two factors, or phenomena, represent the traditional bases for incentive pay. There is moral hazard when the effort exerted by an agent to raise the probability of success, the quality, the productivity, or the profitability of some projects cannot be observed by other parties or stakeholders, and is, therefore, private information of the agent. This information can be used strategically either to reduce costly effort levels or to redirect such effort towards other objectives. A firm or a collection of citizens for whom the production or distribution of private goods and services or public and social goods and services is intended and done, or their representatives, may not be able to observe the effort levels exerted by the providers of those goods and services to make this provision as close as possible to its expected quality, quality/cost ratio, and other characteristics.

There is adverse selection each time an agent can benefit and abuse an informational advantage on some relevant characteristics. This asymmetry of information reduces the efficiency of contracting since both parties are not in full knowledge of the relevant facts. Adverse selection is a pre-contractual problem of opportunism, while moral hazard is a post-contractual problem of opportunism. Other similar problems of asymmetric information leading to some opportunism by one or both parties to a contract exist. These include free-riding behaviour and hold-up behaviour. Efficient contracting in the production or distribution of private goods and services or public and social goods and services must include incentive-compatible clauses that are intended to optimally reduce the impact of such potential sources of inefficiency.

Moral hazard and adverse selection may come in different shapes and forms, in static and dynamic contexts. BOYER AND ROBERT (2006)<sup>1</sup> claim that the level of inertia in an organization is an endogenous rational choice made by the organization (principal). They show that the efficient organizational response to the presence of private information on the value of change will in general be to bias the decision rule towards the status quo, that the compensation of the agent differs significantly according to whether the information is private to the principal or the agent, and that the efficient distribution of 'real' authority in an organization need not always be profitably retained by the principal.

The third factor may or may not have an incentive basis: it does [not] if the worker or service provider can [cannot] make decisions capable of mitigating the risk present in the relation between the worker/provider and the employer/client. More generally, the design of incentive pay, price, and contract systems in value chains and value networks represents major challenges for firms and organizations in complex production and delivery systems. Outsourcing, offshoring and public-private partnerships are examples of complex production and delivery systems, where risks and asymmetric information are significant characteristics. Although important, these concerns address inter firm relationships and we will not pursue their analysis here.

The fourth factor is of a different nature. Even if there is no moral hazard, no adverse selection, and no need or willingness to share risks, a firm may find it profitable to implement an incentive compensation system if regulatory constraints prevent it from disciplining the worker or manager who fails to meet expectations, the required output, or the labour agreement in general. In such cases, incentive pay makes misbehaviour costly for the protected worker/manager himself, and hence, contributes to reducing misbehaviour.

Incentive pay systems should be distinguished from risk sharing contracts. Even if the worker/provider cannot influence the probability of different states or the results in those different states, a risk sharing agreement may be of interest as it makes the worker/provider and the employer/client partners (although with different levels of responsibility and control) in the relevant business. Hence variable pay may be designed as a risk sharing agreement. But a variable pay system need not be an incentive pay system.

The above suggests that, unless there is a major observation or information problem, or significant institutional or regulatory constraints, there is no case for incentive compensation. The above also suggests that there are dangers for an organization not to have a properly designed incentive pay system. Indeed, the compensation formula(s) in any organization or network is a fundamental management tool to achieve coordination between the efforts and decisions of different individual stakeholders or divisions and partners towards achieving the highest possible level of performance, measured with respect to the overall objectives and mission of the organization. The failure to realize the importance of this tool could jeopardize the organization's capability to fulfill its mission, as incentive pay is the most efficient way to make the key members of the organization liable or responsible for their own relative contributions to the success or lack of success of the organization. In doing so, it could protect the organization against failing employees as well as protect successful employees against being held up by their employer organization. Finally, putting in place an incentive compensation system forces the organization to explicitly and concretely state its mission and objectives.

Incentive pay should be understood as compensation schemes which create congruence within an organization: incentive pay can contribute to ensuring that the pursuit of individual objectives or interests is canalized towards the achievement of the organization's goals and objectives. It is important that the formula be transparent, explicit, and optimally-designed given the characteristics of the job to be done and the mission or objectives of the organization or network. Many incentive pay systems remain opaque and poorly-designed, a phenomenon which contributes to the ill-famed use of variable compensation in numerous organizations.

In *Revue d'économie politique*,<sup>106</sup> I develop twelve principles of incentive compensation: the principle of insurance (in general incentive pay is not desirable), the principle of rationality (if costly, the level of effort absent proper incentives will be suboptimal), the principle of certainty equivalence (there exists a fix pay contract equivalent for the employee to a variable pay contract), the principle of dual performance measures (different sources of information on performance must be properly calibrated), the principle of risk premium (incentive pay is more costly for the firm), the principle of intensity of incentives (intensity increases with the sensitivity of performance to effort, employees' typical risk aversion, and information imprecision), the principle of optimized performance (optimal performance decreases with employees' typical risk aversion, monitoring difficulty, and cost of effort), the principle of efficient evaluation budget (the monitoring/evaluation budget increases with the employees' risk aversion, the intensity of incentives, and budget impact on the precision of the performance evaluation), the principle of informativeness (incentive pay works better when effort impacts performance more directly, i.e. not blurred by other factors), the principle of equal compensation intensity (tasks that cannot be evaluated separately must be equally compensated), the principle of deferred compensation (incentive pay must apply over the same duration as the impact of effort), and the principle of group compensation (if the performance of individuals in a group cannot be identified, the incentive pay must apply to the group itself).

Clearly, many of them are or were poorly understood in the financial sector. The general and specific interpretation and implementation of the principles in concrete, generic, and particular cases is a difficult task which requires thinking and planning. The thinking and planning relates respectively to the proper interpretation of the principles in specific cases and the determination of a strategy to design the compensation formula and to gather the data necessary for its implementation throughout the organization. It is not the purpose of this paper to develop a cookbook of recipes

---

<sup>106</sup> MARCEL BOYER, "The Twelve Principles of Incentive Pay", *Revue d'Économie Politique* 121(3), Dalloz, 2011, 285-306.

for specific case. But it is clear that unless the principles are well understood and applied, there is no hope to design appropriate compensating formulas.

There is nothing special or magical about incentive pay packages. If they are poorly designed, they are likely to generate more harm than good: garbage in, garbage out. The National Commission on the causes of the financial and economic crisis in the United States writes in its January 2011 report:<sup>1</sup> *“COMPENSATION SYSTEMS – DESIGNED IN AN ENVIRONMENT OF CHEAP MONEY, INTENSE COMPETITION, AND LIGHT REGULATION – TOO OFTEN REWARDED THE QUICK DEAL, THE SHORT-TERM GAIN – WITHOUT PROPER CONSIDERATIONS OF LONG-TERM CONSEQUENCES. OFTEN, THOSE SYSTEMS ENCOURAGED THE BIG BET – WHERE THE PAYOFF ON THE UPSIDE COULD BE HUGE AND THE DOWNSIDE LIMITED. THIS WAS THE CASE UP AND DOWN THE LINE – FROM THE CORPORATE BOARDROOM TO THE MORTGAGE BROKER ON THE STREET.”*

Further, JENSEN AND MURPHY in their important (2004) report<sup>1</sup> make 38 recommendations (R) on broadly defined remuneration schemes. They first embed the remuneration schemes into a broader corporate value and control system: *“COMPANIES SHOULD EMBRACE ENLIGHTENED VALUE MAXIMIZATION / ENLIGHTENED STAKEHOLDER THEORY IN WHICH ‘CREATING FIRM VALUE’ IS NOT ONE OF MANY OBJECTIVES, BUT THE FIRM’S SOLE OR GOVERNING OBJECTIVE ... AND THIS GOVERNING OBJECTIVE MUST BE COMPLEMENTED BY A STATEMENT OF CORPORATE VISION AND STRATEGY THAT GUIDES AND MOTIVATES THE ORGANIZATION IN CREATING VALUE. PROPERLY UNDERSTOOD ENLIGHTENED VALUE CREATION ... INSISTS ON LONG-TERM VALUE CREATION AS THE FIRM’S GOVERNING OBJECTIVE.”* (R-1)

They discuss remuneration schemes at a considerably more detailed level but their recommendations are all in agreement with the twelve principles discussed above. One of their most important groups of recommendations deals with the independence of the Board’s remuneration committee: *“REMUNERATION COMMITTEES MUST TAKE FULL CONTROL OF THE REMUNERATION PROCESS, POLICIES, AND PRACTICES”* (R-10), *“FIRMS SHOULD RESOLUTELY REFUSE AS A MATTER OF POLICY TO PAY THE FEES FOR THE CONTRACTING AGENTS NEGOTIATING FOR THE CEO OR OTHER TOP-MANAGERS”* (R-11), *“REMUNERATION COMMITTEES SHOULD SELDOM, IF EVER, USE COMPENSATION CONSULTANTS FOR EXECUTIVE REMUNERATION PURPOSES WHO ARE ALSO USED BY THE FIRM FOR ACTUARIAL OR LOWER LEVEL EMPLOYEE REMUNERATION ASSIGNMENTS”* (R-17).

JENSEN AND MURPHY insist on taking a global remuneration viewpoint: *“MANAGERS SHOULD RECEIVE ANNUAL STATEMENTS THAT CLEARLY SUMMARIZE IN ONE PLACE THE CHANGES IN THEIR WEALTH IN THE PRIOR YEAR FROM ALL SOURCES OF REMUNERATION FROM THE FIRM (INCLUDING CHANGES IN THE PRESENT VALUE OF FUTURE RETIREMENT AND DEFERRED COMPENSATION)”* (R-21). They call for *“Design bonus plans with ‘linear’ pay-performance relations”* (R-26): *“BETTER-DESIGNED PAY-PERFORMANCE RELATIONS ARE LINEAR OVER A BROAD RANGE, WITH VERY HIGH (OR NON-EXISTENT) CAPS, AND “BONUS BANKS” THAT ALLOW BONUSES TO BE NEGATIVE AS WELL AS POSITIVE. BONUS BANKS CAN BE CREATED IN A NUMBER OF WAYS INCLUDING, FOR EXAMPLE, PAYING A BONUS OUT OVER THREE YEARS, WHERE THE UNPAID BONUS IS AVAILABLE TO MAKE UP SOME OR ALL OF A NEGATIVE BONUS IN THE CURRENT YEAR.”*

They insist also on keeping track of the risk borne by the worker or manager: *“USE PERFORMANCE MEASURES THAT REDUCE COMPENSATION RISK WHILE MAINTAINING INCENTIVES”* (R-30) since that risk is costly for the firm as we have seen above. Regarding group compensation, they argue in favour of relying on it whenever there are substantial interdependencies in productivity between the actions of two or more people or groups: *“PAY PARTICULAR ATTENTION TO THE CHOICE OF GROUP VERSUS INDIVIDUAL PERFORMANCE MEASURES”* (R-31).

Finally, JENSEN AND MURPHY consider a broader principle than our (ninth) principle of informativeness: *“MANAGERS SHOULD BE HELD ACCOUNTABLE FOR FACTORS THAT ARE BEYOND THEIR CONTROL IF THEY CAN CONTROL OR AFFECT THE IMPACT OF THOSE UNCONTROLLABLE FACTORS ON PERFORMANCE”* (R-35).

We began this section by claiming that incentive or variable pay is in general not desirable for two main reasons. First, it is costly as it creates remuneration variability or risk for workers and managers who are typically risk averse. Hence, incentive pay systems will be more expensive for firms and organizations because of the need to compensate

people in order to convince them to bear such risk. Second, an incentive compensation system is costly to run both in gathering and processing information and in controlling the potential resentment effect when compensation falls below the mean level, a situation to occur no less than half of the time.

There are different reasons to revisit the topic of incentive pay at this time. There is strong criticism of actual systems in the context of the recent financial crisis and economic recession, which allegedly stemmed in part from the structure of incentive pay systems in place in the financial sector.<sup>1</sup> Moreover, there are clear misunderstandings of the basic issues related to the role and nature of incentive pay in general.

The bird's eye view taken here is quite abstract and general. Consequently, the principles are relevant and can be applied to most if not all cases of incentive pay systems. The twelve principles are more a (difficult) path to an efficient incentive pay system than a recipe to apply without scrutiny. Too much of the latter clogs the compensation schemes in private sector and public sector firms and organizations. The twelve principles could be used by a Board as a guide to understand how the incentive pay system of its firm has been designed and how the different components have been evaluated and (stress) tested. Indeed, as the popular maxims go: "unless you know what you are looking for, there is little hope to find it" and "if you don't know where you are going, you will probably end up somewhere else."

No doubt the application of the twelve principles above and Jensen and Murphy's 38 recommendations as loose guidelines in setting up an incentive pay system will raise many challenges. However, they give an indication as to the way to proceed and the questions to ask. The evaluation of the parameters, variances and covariances pose significant problems. Nevertheless, those challenges can be met and the implementation of the twelve principles and 38 recommendations can be adapted to specific cases through different methodologies depending on the available data. When confronting the challenges and costs of an efficient incentive pay system, the firm or organization must evaluate if those challenges and costs can be borne in order to capture larger gains in productivity, profitability or more general benefits.

## 24:4 - REBUILDING CONFIDENCE IN THE FINANCIAL SYSTEM AND MOVING OUT OF A BAD EQUILIBRIUM

Remarkable developments in modern finance have led to a significant decrease in the level of systematic risk that we face. This risk reduction has been achieved by a broadening of the possibilities for diversification due to the globalization of financial markets. It has also been achieved by developing new risk management tools such as insurance products, credit default swaps and other derivatives. These developments have enabled economic players to reduce the probability and severity of potential difficulties through more diversified and better targeted protection and hedging strategies, both before and after problem events. At the same time, these developments in modern finance have raised the severity level of the now less probable systemic risk because market interdependence means an eventual crisis can only be worldwide.

Various financial innovations have enabled institutions and businesses to hold securities (asset-backed commercial paper or other types) as lucrative substitutes for traditional bank deposits. These are usually very liquid and as such are seen as near money or money equivalents. Bank deposits as a percentage of GDP have dropped quickly around the world, falling in the U.S. from nearly 18% of GDP in 1965 to less than 5% in 2005.<sup>107</sup> What appeared as

---

<sup>107</sup> See ROBERT E. LUCAS JR., *The Current Financial Crisis*, Universidad Torcuato di Tella, December 2008.

significant efficiency gains in financial intermediation hid an important increase in the severity of systemic risks, if a confidence crisis ever develops.

*"THE FINANCIAL CRISIS WAS NOT CAUSED BY HOMEOWNERS BORROWING TOO MUCH MONEY. IT WAS CAUSED BY GIANT FINANCIAL INSTITUTIONS BORROWING TOO MUCH MONEY, MUCH OF IT FROM EACH OTHER ON THE REPURCHASE MARKET."* (MARY FRICKER, *RepoWatch*, April 2011)

When these securities lost their liquidity, a contagious level of mistrust developed, leading to a devaluation of assets, which was, in turn, exacerbated by overly rigid mark-to-market rules. It was as if a large part of the money supply had vanished, causing a liquidity crisis. This lack of liquidity led to a race for cash and thus to a credit crisis, generating higher counterparty risk.

## A crisis of confidence

*"WHAT HAPPENED IN SEPTEMBER 2008 WAS A KIND OF BANK RUN. CREDITORS OF LEHMAN BROTHERS AND OTHER INVESTMENT BANKS LOST CONFIDENCE IN THE ABILITY OF THESE BANKS TO REDEEM SHORT-TERM LOANS. ONE ASPECT OF THIS LOSS OF CONFIDENCE WAS A PRECIPITOUS DECLINE IN LENDING IN THE MARKET FOR REPURCHASE AGREEMENTS, THE REPO MARKET. MASSIVE LENDING BY THE FED RESOLVED THE FINANCIAL CRISIS BY THE END OF THE YEAR, BUT NOT BEFORE REDUCTIONS IN BUSINESS AND HOUSEHOLD SPENDING HAD LED TO THE WORST U.S. RECESSION SINCE THE 1930s."* (ROBERT E. LUCAS JR. AND NANCY L. STOKEY, University of Chicago, *Liquidity Crises - Understanding sources and limiting consequences: A theoretical framework*, Economic Policy Paper 11-3, Federal Reserve Bank of Minneapolis, May 2011)

The economic crisis was a crisis of confidence in one of our society's essential common infrastructures, namely the financial system. A company can be shut down, but it is hard to get by without a highway or communications system. Similarly and in a deeper way, we cannot manage without an efficient and accessible financial system.<sup>108</sup>

Despite interventions by central banks, the loss of confidence and the fear of economic failure became widespread: banks, like many other businesses, sought to shore up their reserves and to increase their capital base, making credit conditions tighter (higher borrowing costs and rationing of credit) in a context in which counterparty risk, and thus risk premiums, had risen considerably.

This crisis, which began with subprime mortgage loans, thus spread to all asset-back bonds, endangering the companies insuring or reinsuring municipal and real estate bonds. The *coup de grâce* came when interbank lending, which lies at the heart of the financial system, was thrown into disarray by the fact that the banks were no longer showing confidence in each other and were holding onto their funds to steady themselves and avoid bankruptcy. The central banks then injected unprecedented amounts, accepting an unusually broad range of collateral for loans provided to a record number of banks.

The monetary base went from a normal level of \$845 billion on September 10, 2008, to \$1.476 trillion on November 12, 2008, and \$1.742 trillion on January 14, 2009. Total reserves held at the FED by deposit-taking financial institutions reached an astonishing 20 times their normal level over the four month period occurring between

---

<sup>108</sup> The crisis of confidence which brought down the financial system and the credit and trade systems almost to a halt is not totally a standard bank-run phenomenon. As MICHAEL LEWIS suggests: "[T]here's a difference between an old-fashioned financial panic and what has happened on Wall Street in 2008. In an old-fashioned financial panic, perception creates its own reality: Someone shouts "Fire!" in a crowded theater and the audience crushes each other to death in its rush to exits. On Wall Street in 2008 the reality finally overwhelmed perceptions: A crowded theater burned down with a lot of people still in their seats. Every major firm on Wall Street was either bankrupt or fatally intertwined with a bankrupt system. The problem wasn't that Lehman Brothers had been allowed to fail. The problem was that Lehman Brothers had been allowed to succeed." (*The Big Short*, W.W. Norton, 2010, page 262)

September 2008 and January 2009,<sup>109</sup> a consequence of the collapse of the interbank REPO market. More specifically, banks started distrusting each other when bank managers suspected or found out that risks were as badly managed in other banks as they were in their own!

Confidence is an especially important type of capital in the financial sector, relying essentially on promises and on the rule of law: a bank deposit is worth little unless the depositor is confident that he can withdraw his funds whenever he chooses.<sup>110</sup> More generally, confidence is the most important form of social capital, because it allows for a sizable reduction in a broad range of transaction costs within a society. The recent and current financial market difficulties, fundamentally a crisis of confidence within the banking sector in general, brings this issue to the forefront.<sup>111</sup>

Confidence is a form both of private capital and of social capital. As such, developing and maintaining it pose difficult problems of coordination and incentive. It is a form of private capital, because a company will benefit from its partners' confidence. But the confidence created privately in this way will have positive repercussions on confidence toward all businesses. This social effect is important enough for public authorities to take particular responsibility in watching over the development and maintenance of this capital of confidence. But that is a relatively new role for governments, a role for which they may not be prepared.

*“ACHIEVING THE PROPER ECONOMIC SPIRIT DOES NOT MEAN CHEERLEADING BY GOVERNMENT OFFICIALS TO TRY TO BOOST CONFIDENCE. IT DOES NOT MEAN GROUNDLESS PROMISES THAT THE ECONOMY WILL RECOVER. IT MEANS INSTEAD CREATING THE KINDS OF CONDITIONS THAT WILL GIVE PEOPLE A SALIENT REASON FOR CONFIDENCE. IT MEANS MAKING READY TO GIVE ECONOMIC STIMULUS AS NEEDED, AND ONLY AS NEEDED, TO RESCUE COLLAPSING INSTITUTIONS. ECONOMIC STIMULUS MUST NOT BE OVERDONE SO THAT IT ENCOURAGES BUBBLE THINKING. ACHIEVING THE PROPER ECONOMIC SPIRIT ALSO MEANS ESTABLISHING REGULATIONS THAT ENSURE TRUST AND COOPERATION, AND IN SO DOING, THAT ENCOURAGE GENUINE*

---

<sup>109</sup> Federal Reserve, *Aggregate Reserves of Depository Institutions and the Monetary Base*, October 29, 2009, <http://www.federalreserve.gov/releases/h3/hist/h3hist4.pdf>.

<sup>110</sup> To understand how the collapse of the REPO market can be so damaging, it is sufficient to realize that the size of this market “based on the daily amount outstanding now surpasses the total annual GDP of China and Germany combined.” (VIRAL V. ACHARYA AND T. SABRI ÖNCÜ, *Regulating Wall Street*, Stern School, New York University, July 2010).

<sup>111</sup> At the January 2003 World Economic Forum in Davos, where I was an invited speaker, one of the main themes of discussion involved re-establishing and developing confidence within and toward the business world after a wave of major bankruptcies and financial scandals. In my *Le Soleil* op-ed article of March 7, 2003, I wrote (translation): “Insofar as trust is a *social* capital primarily created by the individual behavior of firms and individuals who are first and foremost concerned with the development and maintenance of their reputation as *private* capital, it is essential that an appropriate regulation framework oversees and promotes the development of trust as social capital. [...] What should we conclude and what should we do? A first implication is that trust follows from both values and incentives of executives and managers. We must continue to hammer home the need to restore values. But incentives are just as important if not more for a simple reason: values develop in the long term and it would be surprising that leaders and managers have suddenly lost over the few recent years their values of honesty, integrity and intellectual rigor. While incentives are a matter of structure, policies and regulations and can change very quickly. A second implication is that the urgent solution to this loss of confidence goes through better and more rigorous regulation of information transmission by companies. Indeed, one of the most important causes, if not the most important, of recent scandals is the loss of control of regulatory agencies such as securities commissions, overwhelmed by the complexity of financial markets, thereby favouring abuse. We must give these organizations the resources they need to ensure and even guarantee the credibility of financial information submitted by companies. Then, we must tighten the strict application of regulations on conflicts of interest: (i) prohibit the combination of positions of CEO and Chairman of the Board, (ii) require a significant number of CA members trained in complex instruments of modern finance, (iii) prohibit an audit firm from having a branch or subsidiary in business consulting, (iv) prohibit investment banks and brokerage houses responsible for marketing shares or debentures to have financial analysts in direct contact with the public. These few changes relatively straightforward and easy to implement should help restore and maintain confidence in and toward business people. This would make 80% of the way to go, the rest coming from a collective, responsible and informed awareness of the importance of values in organizations.”

*INSPIRATION. IT MEANS PROMOTING AN ATMOSPHERE OF FAIR DEALING IN BUSINESS.*" (ROBERT J. SCHILLER, Yale University, *Stimulus and Regulation to Promote a Renewed and Spirited World Economy*, United Nations, October 2010)

It is essential that we address four prominent issues. First, the manipulation or even falsification of information provided by organizations and companies, especially in terms of risk measurement, is an initial pernicious factor that can destroy the social capital that confidence represents. A second issue results from political intervention in publicly owned or regulated companies and the indulgent attitude of regulators toward these companies (the cases of Fannie Mae and Freddie Mac being the most notorious). A third issue arises from flaws in performance incentive programs, which too often neglect and thereby promote reckless risk-taking. In the context of the current crisis, these three factors are front and centre. The picture is rounded out by a fourth factor which is the inflexible application of the mark-to-market accounting rule, which adds to the contagion of uncertainty in a context in which a loss of confidence is causing relevant markets to disappear.<sup>112</sup>

For there to be substantial hope of completely overcoming the recent recession, there is a need to tighten the disclosure of information on risk, to ensure the independence of regulators and, as a way of achieving this, to make greater use of private regulatory bodies (with a significant reputation capital at stake), to promote a better understanding of an effective structure of performance incentive mechanisms, and to loosen the mark-to-market accounting rule in light of the net present value (NPV) economic rule.

To the extent that the social confidence capital results from the behaviour of companies and individuals in response to their private capital of confidence, it is vital for its development to be overseen and promoted by appropriate regulations. These regulations will be all the less costly if managers embody and share values of honesty and intellectual rigour not only in producing goods and services but also in producing and conveying information to all their partners. And these values of probity will be all the more prevalent and widespread if the regulations promoting them are effective and rigorous.

## Moving out of a bad Nash equilibrium

A favoured tool for attempting to re-establish confidence was the massive injection of government capital in banks. This injection poses significant problems of its own. First, much of the new capital was used to prop up bondholders, reducing the availability of loanable funds by a comparable amount. Next, if the securities market were to continue its collapse, the same scenario would resume at a potentially exorbitant cost to taxpayers. Finally, governments would come under increasingly strong pressure to inject capital into non-financial private companies that were struggling financially, a nascent vicious financial circle that could lead to a value-destroying spiral throughout the economy.

*"THERE HAS BEEN A CLEAR CRISIS OF CONFIDENCE THAT HAS SERIOUSLY AGGRAVATED THE SITUATION. MEASURES NEED TO BE TAKEN TO ENSURE THAT THIS VICIOUS CIRCLE IS BROKEN. THE SPECTRUM OF POLICIES AVAILABLE IS NARROWER BECAUSE A LOT OF AMMUNITION WAS USED IN 2009."* (CHRISTINE LAGARDE, IMF managing director, Interview with *Der Spiegel*, September 2011)

This is not the way to go: government and more generally public debt is now a major source of trouble. More specifically, they are a source of confidence erosion in the financial and real sectors. One more round of stimulus programs runs the risk of creating an even worse catastrophic loss of confidence in sovereign debt, and therefore, in the financial system.

---

<sup>112</sup> See PARBONETTI, MENINI AND MAGNAN (2011, CIRANO 2011s-56) for an analysis of the impact of fair value accounting on the quality of information in financial markets and financial analysts' analyses.

*“REPO HAS A FLAW: IT IS VULNERABLE TO PANIC, THAT IS, ‘DEPOSITORS’ MAY ‘WITHDRAW’ THEIR MONEY AT ANY TIME, FORCING THE SYSTEM INTO MASSIVE DELEVERAGING. WE SAW THIS OVER AND OVER AGAIN WITH DEMAND DEPOSITS IN ALL OF U.S. HISTORY PRIOR TO DEPOSIT INSURANCE. THIS PROBLEM HAS NOT BEEN ADDRESSED BY THE DODD-FRANK LEGISLATION. SO, IT COULD HAPPEN AGAIN. THE NEXT SHOCK COULD BE A SOVEREIGN DEFAULT, A CRASH OF SOME IMPORTANT MARKET -- WHO KNOWS WHAT IT MIGHT BE?” (GARY B. GORTON, Yale School of Management, August 2010)*

If stimulus programs were a good idea in 2008-2009, they are not the appropriate tool at this time. The state of underperformance of the U.S. economy (and that of Europe as well) represents what strategic game economists call a stable bad Nash equilibrium: each agent – corporations, financial institutions, households, and other organizations – hold back their hiring, spending, and/or investments as a rational reaction to other agents’ holding back similar decisions. Why would firms and households spend and invest if their offered goods and services find no buyers as the latter hold back their own spending and investing, fearing their goods and services will find no buyers? The economy is stuck in this endless vicious circle or stable underperforming Nash equilibrium in spite of the fact that (or because) all agents act rationally.

Although agents’ rational decisions are interlocked in this bad equilibrium, there exists a different equilibrium out there in which firms and households spend and invest because they rationally believe that other agents will do the same. This alternative (good) equilibrium cannot be reached by definition with a unilateral move by one agent or a subgroup of agents. Only a concerted effort and a move by all agents at the same time can generate the kind of expectations, justifying each other’s decisions, which will get U.S. out on a solid sustainable employment and growth path.

LAURENCE KOTLIKOFF of Boston University suggested recently a three-part program to implement such a coordinated effort:

**Part 1:** *“BANKS DON’T WANT TO LEND THE MONEY [THEY HAVE] BECAUSE THEY WORRY ABOUT THE STATE OF THE ECONOMY. BUT IF THE FED ENCOURAGED BANKS TO LEND EN MASSE TO COMPANIES THAT WOULD BE ABLE TO REPAY IN A NORMAL ECONOMY, THEIR COLLECTIVE LENDING WOULD HELP PRODUCE THAT NORMAL ECONOMY. SO HERE’S ONE NO-BRAINER. HAVE THE FED STOP PAYING INTEREST ON RESERVES AND START ENCOURAGING THE BANKS TO MAKE LOANS. OUR BANKERS ARE SUPPOSED TO KNOW THE BEST AND BRIGHTEST COMPANIES IN WHICH TO INVEST. WHY ELSE WOULD WE TOLERATE THE TERRIBLE FINANCIAL RISK TO WHICH THEY EXPOSE OUR COUNTRY? LET’S SAY, ‘BANKERS, YOU’RE ON. FIND \$1.6 TRILLION [THE LEVEL OF BANKS’ EXCESS RESERVES] IN THE BEST INVESTMENT PROJECTS YOU CAN -- PROJECTS BASED IN THE U.S. THAT INVOLVE HIRING LOTS OF AMERICANS -- AND LEND YOUR EXCESS RESERVES’.”*

**Part 2:** *“ABOUT 14 MILLION AMERICANS ARE OUT OF WORK. IF WE CUT THAT FIGURE BY 6 MILLION, WE’D HAVE 5 PERCENT UNEMPLOYMENT -- CLOSE TO THE RATE IN GOOD TIMES. OUR COUNTRY HAS SOME 1.4 MILLION COMPANIES THAT INDIVIDUALLY EMPLOY 100 OR MORE WORKERS AND COLLECTIVELY EMPLOY ABOUT 80 MILLION WORKERS. PRESIDENT BARACK OBAMA COULD CALL ON THE WORKERS AND SHAREHOLDERS IN THESE COMPANIES TO VOLUNTARILY HIRE 7.5 PERCENT MORE WORKERS AND DO EVERYTHING POSSIBLE TO MAINTAIN THE HIGHER LEVEL OF EMPLOYMENT GOING FORWARD. HOW, ONE MIGHT ASK, WOULD ALL THE NEW WORKERS BE PAID? EXISTING EMPLOYEES COULD AGREE TO A 7.5 PERCENT WAGE CUT IN EXCHANGE FOR IMMEDIATELY VESTED SHARES OF THEIR COMPANIES’ STOCK OF EQUAL VALUE. IF THEIR COMPANIES AREN’T INCORPORATED, COMPANY OWNERS COULD SEGREGATE A PORTION OF THE COMPANY’S PROFITS TO BE PAID, OVER TIME, TO THOSE WORKERS TAKING THE IMMEDIATE PAY CUT. THIS PLAN ASKS WORKERS TO FINANCE THE NEW HIRING, BUT MAKES COMPANY OWNERS ULTIMATELY PAY THE BILL. THIS IS VERY DIFFERENT FROM ASKING ONE COMPANY TO INCREASE EMPLOYMENT ALONE. UNDER THIS POLICY, ALL LARGE COMPANIES WILL KNOW THAT ALL OTHER LARGE COMPANIES ARE HIRING. HENCE, THEY’LL KNOW THAT THERE WILL BE A BIGGER DEMAND FOR THE ADDITIONAL GOODS AND SERVICES THEIR NEW EMPLOYEES WILL PRODUCE.”*

Part 3: "LARGE COMPANIES ARE PURPORTEDLY SITTING ON ROUGHLY \$2 TRILLION IN CASH. THEY ARE WAITING FOR THE ECONOMY TO IMPROVE BEFORE THEY INVEST, BUT IT WON'T IMPROVE UNTIL THEY ALL DO SO. THE PRESIDENT CAN HELP RESOLVE THIS PROBLEM BY ASSEMBLING IN ONE ROOM THE CEOs OF THE LARGEST 1,000 U.S. COMPANIES AND GETTING THEM TO COLLECTIVELY PLEDGE TO DOUBLE THEIR U.S. INVESTMENT OVER THE NEXT THREE YEARS. IF THEY ALL INVESTED SIMULTANEOUSLY, THEY WOULD IMMEDIATELY CREATE MUCH OF THE DEMAND NEEDED TO MAKE THEIR INVESTMENTS WORTHWHILE."

(LAURENCE KOTLIFF, "Five Prescriptions to Heal Economy's Ills", Bloomberg, September 27, 2011)

## 24:5 - REFORMING CAPITALISM: BEWARE OF SORCERER'S APPRENTICES!

In the wake of the economic crisis, a number of individuals and lobby groups argued for an in-depth reform of capitalism. Even if one admits that there is a need for credit practices to be better regulated (subprime mortgage credit among others), an understanding of how these practices arose is required before solutions can be developed.

We already know two of the primary causes of the troubles that have been encountered in the recent financial crisis and economic recession. First, the U.S. government's economic policy favouring programs of easy credit, especially after the bursting of the technology bubble at the turn of the century and the events of September 11, 2001. This policy led to abnormally low interest rates. Next, the undue pressure from some members of Congress on government-sponsored enterprises Fannie Mae and Freddie Mac to the benefit of subprime mortgage holders. These financial GSE companies were led not so much to underestimate the risks of some financial transactions but rather to close their eyes and ignore these risks.

Governments should stop acting as sorcerers' apprentices. They are too often driven by good intentions that can only have catastrophic results. It is hard to believe that current proposals to reform capitalism will lead these governments to impose restrictions on their own actions! Quite the contrary is true: these reforms will expose U.S. to the risk of seeing governments getting involved inefficiently in the micromanagement of individual behaviour and private firms, whether or not in the financial sector.

From 1981 to 2007 (before the crisis), real gross domestic product (GDP) per capita at PPP prices, a relatively reliable measure that allows for comparisons of gains in the standard of living over time and across countries, rose by 68.4% in the United States, 50.1% in France and 52.7% in Canada. From 1981 to 2010, the increases were 62.4% for the US, 45.6% for France and 48.9% for Canada. Canada's GDP per capita, which stood at 91.6% of the U.S. level in 1981, came to 83.0% of the U.S. level in 2007 and 84.0% in 2010. France's GDP per capita, which stood at 78.8% of the U.S. level in 1981, came to 70.3% in 2007 and 70.7% in 2010. Thus, both during the period before the crisis and the period including the crisis Canada and France lost significant ground in GDP per capita compared to the United States. On the contrary, the U.K. gained significant ground as its GDP per capita went from 70.2% of GDP per capita of the U.S. in 1981 to 78.4% in 2007 and 76.8% in 2010.

Although the crisis has hit hard in many financial and industrial markets, the outstanding economic growth of the last decades should not be forgotten. From 1981 to 2007 (before the crisis), the U.S. economy created 46.1 million net jobs, a 43% increase, and Canada created 5.6 million net jobs, a 48.5% increase. Over the last three decades (including the recession periods), the U.S. economy created 37.3 million net jobs, a 34.7% increase, and Canada created 5.9 million net jobs, a 51.0% increase. Although there are many facets to economic growth, this is phenomenal

performance! Compared to the experiences of other developed countries, the performances of the U.S. and Canadian economies over the period 1981-2007 and even 1981-2010 are exceptional. Other economies did not perform as well in terms of net job creation although they may have surpassed the U.S. and/or Canadian economic performance in other dimensions, for instance in terms of growth in living standards (GDP per capita) for which Finland, Sweden and Japan are particularly noteworthy.

Countries	GDP per Capita Constant 2005 Prices, PPPs, \$US			% Variation		
	1981	2007	2010	1981- 2007	2007- 2010	1981- 2010
<b>Finland</b>	18,010	33,501	31,730	86.0%	-5.3%	76.2%
<b>Sweden</b>	20,297	34,783	33,779	71.4%	-2.9%	66.4%
<b>Japan</b>	18,130	31,660	30,579	74.6%	-3.4%	68.7%
<b>United Kingdom</b>	18,128	34,116	32,232	88.2%	-5.5%	77.8%
<b>France</b>	20,369	30,576	29,661	50.1%	-3.0%	45.6%
<b>Germany</b>	20,936	33,404	33,423	59.6%	0.1%	59.6%
<b>United States</b>	25,841	43,521	41,976	68.4%	-3.5%	62.4%
<b>Canada</b>	23,660	36,124	35,241	52.7%	-2.4%	48.9%

GROWTH IN REAL GDP PER CAPITA AT PPP PRICES IN US\$: 1981-2010

Source: OECD

Note : Using nominal GDP data for N countries in order to obtain real GDP at PPP, one needs to perform the following tasks: first, obtain CPI or GDP deflator data for the N countries and convert nominal GDP into real GDP; second, pick one base year (say 2005) and convert the national currency unit nominal GDP data for that year to PPP-dollar GDP data, using (for example) the implied PPP exchange rates for the base year; third, using growth rates from the real GDP series, extend the PPP GDP series forward and backward starting from the base year values obtained in step two.

Countries	Total Employment (000s)			% Variation		
	1981	2007	2010	1981- 2007	2007- 2010	1981- 2010
<b>Finland</b>	2,384	2,486	2,448	4.3%	-1.5%	2.7%
<b>Sweden</b>	4,287	4,525	4,523	5.6%	0.0%	5.5%
<b>Japan</b>	59,108	64,437	63,013	9.0%	-2.2%	6.6%
<b>United Kingdom</b>	24,430	29,225	29,043	19.6%	-0.6%	18.9%
<b>France</b>	22,599	26,811	26,679	18.6%	-0.5%	18.1%
<b>Germany</b>	34,285	39,724	40,490	15.9%	1.9%	18.1%
<b>United States</b>	107,322	153,465	144,581	43.0%	-5.8%	34.7%
<b>Canada</b>	11,483	17,047	17,339	48.5%	1.7%	51.0%

GROWTH IN TOTAL EMPLOYMENT: 1981-2010

Source: OECD

While some reforms may be needed to improve the modus operandi of capitalism in the U.S. and elsewhere, it is vital to avoid the very real risk of throwing out the baby with the bathwater. The market economy and its corollaries, freedom and responsibility as well as competitive prices as signals of relative scarcity, remain the proven factors of social and economic development and increasing living standards. As such, they were and remain the most effective way to eradicate poverty and underdevelopment.

In this regard, various commentators have responded to the recent recession's clearly disastrous results by challenging the structure of financial institutions, their governance and the competence of their managers, and they have demanded firmer government intervention. Some have acted like Monday morning coaches: knowing now how history has developed during these nine quarters of net job losses and high volatility, they claim after the fact that matters should have been handled differently, portfolios should have been shifted, or money should have been invested in different places. This is too easy.

First, the quality of an investment strategy, chosen and implemented prior to a crisis, cannot be judged on the basis of results observed afterwards. Next, the desired return on an investment portfolio cannot be increased without accepting greater systematic risk: the systematic risk that is incurred and the returns that are sought rise and fall in tandem. But desired returns and actual returns are two very distinct concepts: the former corresponds to the weighted average of possible return (weighted by their respective probability), whereas the latter corresponds to only one of the possible returns, namely the one that was realized. Finally, taking greater systematic risk to increase the desired return implies accepting poor or even catastrophic results some of the time in some states of the world. This is the iron law, cruel though as it may be, of financial markets where risk is negotiated, traded and arbitrated: once incompetence and possibilities for arbitrage are excluded, hopes of increasing returns while taking less risk amount simply to unrealistic magical thinking.

To judge the quality of a financial institution's investment policy, it is necessary to look back and examine the decisions taken in view of the information available at that time rather than the information available now. An institution's managers discuss and establish the investment and credit strategy they will be adopting or recommending to their clients. They need to take account both of the risk level that a particular client is prepared to take and the implementation of the strategy which, depending on the chosen level of risk, will maximize the desired return. It is up to individual investors, depositors or clients to establish investment policies that take into account both their long-term financial goals or commitments and the risk that they are prepared to assume, but remember the iron law: no pain, no gain.

In short, a financial institution and a client choose a distribution together in which each of the possible rates of return, from the lowest to the highest, is associated with a probability of fulfilment; the desired return then corresponds to the weighted average of all possible returns. The quality of an investment strategy lies in implementing or reflecting the goals correctly, through an appropriate choice of securities. Afterwards, only one of the possible returns will be realized. A very high-quality strategy can generate poor, average or excellent results when all is said and done.

At the same time, it is important not to ignore the perverse effects of policies aimed at compensating individuals and companies who lost money after their strategies failed. That will have the effect of creating distortions in risk assessment by individuals and companies. In short, expecting a rescue will mean that it will be "less risky to take risks" and will certainly not encourage investors to be more careful in the future.<sup>113</sup>

---

<sup>113</sup> "[I]t is imperative for policymakers to assess whether shadow banks should have access to official backstops permanently, or be regulated out of existence." (ZOLTAN POZSAR, TOBIAS ADRIAN, ADAM ASHCRAFT AND HAYLEY BOESKY, Federal Reserve Bank of New York, July 2010).

## 24:6 - A NEGLECTED PHENOMENON: CREATIVE DESTRUCTION AT WORK

Creative destruction is one of the most important mechanisms in growth and wealth creation. It constitutes the process underlying continuous job losses that allow for equally continuous job creation in what are often more promising sectors or more productive businesses.<sup>114</sup>

To the extent that recovery plans launched by various governments aim above all to preserve existing jobs, they can cause serious harm to social well-being by preventing the adjustments produced by creative destruction in the commercial and industrial fabric of economies. This process of creative destruction manifests itself through four different channels which are the number of jobs, the number of establishments, the size distribution of establishments, and growth or decline in employment across company sizes. We will concentrate here on the number of jobs.

U.S. employment dynamics data show that in the 87 quarters from 1992.III to 2014.I, the U.S. private sector establishments created a net average of 289,000 jobs per quarter. In gross terms, these private sector establishments actually created an average of 7.6 million jobs per quarter, about 80% of them in existing establishments and 20% in new establishments, and lost an average of 7.3 million jobs per quarter, again about 80% in existing establishments and 20% following the closing of establishments.<sup>115</sup>

For the pre-recession period (including the previous recession of 2001.I to 2003.I) from 1992.III to 2007.IV, U.S. private sector establishments created a net average of 407,000 jobs per quarter, with on average the creation of 7.9 million jobs and the loss of 7.5 million jobs.

For the recession period between 2008.I to 2010.I, the per quarter net number of jobs lost in U.S. private sector establishments reached 1.04 million which resulted from an average creation of 6.6 million jobs and an average loss

---

<sup>114</sup> JOSEPH A. SCHUMPETER, *Capitalism, Socialism and Democracy* 1942 (New York: Harper, 1975, page 82): “The opening up of new markets, foreign or domestic, and the organizational development from the craft shop and factory to such concerns as U.S. Steel illustrate the same process of industrial mutation—if I may use that biological term—that incessantly revolutionizes the economic structure *from within*, incessantly destroying the old one, incessantly creating a new one. This process of Creative Destruction is the essential fact about capitalism. It is what capitalism consists in and what every capitalist concern has got to live in [...] Every piece of business strategy acquires its true significance only against the background of that process and within the situation created by it. It must be seen in its role in the perennial gale of creative destruction; it cannot be understood irrespective of it or, in fact, on the hypothesis that there is a perennial lull ... The first thing to go is the traditional conception of the *modus operandi* of competition. Economists are at long last emerging from the stage in which price competition was all they saw. As soon as quality competition and sales effort are admitted into the sacred precincts of theory, the price variable is ousted from its dominant position. However, it is still competition within a rigid pattern of invariant conditions, methods of production and forms of industrial organization in particular, that practically monopolizes attention. But in capitalist reality as distinguished from its textbook picture, it is not that kind of competition which counts but the competition from the new commodity, the new technology, the new source of supply, the new type of organization (the largest-scale unit of control for instance)—competition which commands a decisive cost or quality advantage and which strikes not at the margins of the profits and the outputs of the existing firms but at their foundations and their very lives. This kind of competition is as much more effective than the other as a bombardment is in comparison with forcing a door, and so much more important that it becomes a matter of comparative indifference whether competition in the ordinary sense functions more or less promptly; the powerful lever that in the long run expands output and brings down prices is in any case made of other stuff.”

<sup>115</sup> Bureau of Labor Statistics, Business Employment Dynamics, SeriesReport-20141231152723 and SeriesReport-20141231152955 – First Quarter 2014, released November 19, 2014: “The Business Employment Dynamics data measure employment changes at the establishment or firm level... *Establishments* are used in the tabulation of the BED statistics by industry and *firms* are used in the tabulation of the BED size class statistics... Because of the difference in the unit of analysis, total gross job gains and gross job losses by size class are lower than total gross job gains and gross job losses by industry, as some establishment gains and losses within a firm are offset during the aggregation process. However, the total net changes in employment are the same for not seasonally adjusted data and are similar for seasonally adjusted data.”

of 7.7 million jobs, again per quarter. These numbers can be compared with those of the previous recession period of 2001.I to 2003.I, when the per quarter net number of jobs lost in U.S. private sector establishments reached 431,000, resulting from an average creation of 7.8 million jobs and loss of 8.2 million jobs per quarter.

For the immediate post-recession period 2010.II to 2011.IV, U.S. private sector establishments created a net average of 514,000 jobs per quarter, resulting from an average creation of 6.9 million jobs and loss of 6.4 million jobs, again per quarter. For the post-recession period 2010.II to 2014.I (most recent data available at the time of writing), U.S. private sector establishments created a net average of 576,000 jobs per quarter, resulting from an average creation of 7.0 million jobs and loss of 6.4 million jobs, again per quarter.

Period	Jobs created / qtr	Jobs lost / qtr	Net jobs / qtr
1992.III – 2007.IV	7.904 M	7.497 M	407 K
2008.I – 2010.I	6.619 M	7.654 M	-1040 K
2010.II – 2011.IV	6.869 M	6.355 M	514 K
2010.II – 2014.I	6.979 M	6.403 M	576 K

PRIVATE SECTOR JOBS CREATED AND LOST, AVERAGE PER QUARTER (SEASONALLY ADJUSTED; ESTABLISHMENT BASIS)

Thus, each net job created during the pre-recession period (62 quarters) was the result on average of 19.4 jobs created and 18.4 jobs lost in private sector establishments, while each net job created during the post-recession period (16 quarters) was the result on average of 12.1 jobs created and 11.1 jobs lost. Each net job lost during the recession (nine quarters) was the result on average of 6.4 jobs created and 7.4 jobs lost. In the previous nine-quarter recession period of 2001.I to 2003.I, each net job lost was the result on average of 18.1 jobs created and 19.1 jobs lost: a smaller net job loss, but a more drastic movement of jobs across the economy.

One can observe from the Table above that the difference between the pre-recession period and the recession period appears mainly in the number of jobs created (*a drop in jobs created* of 1.3 million per quarter), while the number of jobs lost per quarter remained in the same range. In contrast, the difference between the recession period and the immediate post-recession period appears mainly in the number of jobs lost (*a drop in jobs lost* of 1.3 million per quarter), while the number of jobs created remained in the same range.

Thus, despite a sizable net number of job loss per quarter in the nine quarters of the recession period, the U.S. economy continued to create a large gross number of jobs (6.6 million jobs per quarter) in most if not all industries. Although the gross number of jobs created per quarter in the post-recession period is significantly smaller than in the pre-recession period (0.9 million fewer jobs created per quarter), the net number of jobs created is higher (169 thousand more net jobs created per quarter).

Hence, the process of job gains and losses is a complex one, involving large movements of jobs throughout the economy. This is creative destruction at work. One can only wonder how disruptive indiscriminate government interventions in this process can be. That is food for thought.

## 24:7 - DEFICITS AND GROWTH: FRIENDS OR ENEMIES?

In reaction to the recession, governments bloated their deficits to stimulate the economy. However, not only do the supposedly beneficial effects of these “recovery plan” policies arrive too late in general, but the improvised nature of each set of proposed measures also risks creating waste and harmful incentives by making businesses more concerned with their political representatives than with their markets.

It is undeniable that governments have a key role in developing and maintaining public infrastructures, among other areas. What come to mind in particular are infrastructures that cannot be financed effectively through fees. But governments' responsibility in this domain is no greater at a time of economic slowdown. We may rejoice at the fact that, after failing to fulfil their role in keeping infrastructure in good conditions, governments are waking up during a time of economic slowdown and are finally looking after it, but this sudden awakening looks more than anything else like a sign of mismanagement.

The relationship between public deficits and economic growth is ambiguous, and the connection between them is debatable. To be convinced of this, one needs only to look at the Canadian experience of the 1990s.

From 1990 to 1995,<sup>116</sup> the Canadian government's budget deficit stood at an average of 5% of GDP, which was a major improvement over the previous five years. From 1997 till recently, these deficits gave increasingly way to surpluses. What do we know about the impact of this significant reversal – rather unusual among OECD countries – on growth?

During the decade of large deficits, from 1985 to 1995, Canada had real GDP per capita growth levels much lower than those of Japan, the United Kingdom, Italy, the United States and France. During the early period of budget surpluses, from 1997 to 2002, Canada's results topped the performance indicators of all of these countries. In terms of job creation, Canada also surpassed these other countries from 1994 to 2004, and the gap between Canadian and U.S. unemployment rates decreased dramatically, from 4.2 percentage points between 1993 and 1996 to 1.5 points between 2003 and 2005. At the same time, the labour force participation rate and the employment rate both increased substantially in Canada compared to the United States.

These admittedly partial observations at least suggest that eliminating its chronic deficits enabled Canada to improve its economic performance compared to countries that continued to produce large budget deficits. Indeed, Canada appears today as a model of performance enhancing budget balance forerunner and as such is admired throughout the world if not openly and publicly, at least in off record discussions. These important facts are too often forgotten in the current debates due to misconstrued political economy imperatives.

Further, it must not be forgotten that citizens and companies, as economic agents, understand that these deficits will have effects on taxation and interest rates, and thus on their borrowing costs and capital costs, sooner rather than later. There is a certain consensus among economists that discretionary fiscal policies have only a marginal effect even in the best of cases but may cause major, long-lasting distortions that may be very costly in terms of economic efficiency, and even more costly to reverse.

To situate recovery plans in the economy as a whole, let us again examine the case of Canada. In January 2009, the government announced stimulus measures that would lead to deficits totalling just under C\$50 billion over six years, of which C\$33.5 billion over the two year period 04/2009 to 03/2011.<sup>117</sup> These added deficits would be incurred to cover increased government infrastructure spending and tax breaks, some of them already announced but not yet in force. These amounts, while impressive at first sight, are relatively marginal compared to the size of the Canadian economy. The composition of Canada's GDP in the third quarter of 2008 (equal to C\$1.64 trillion on an annual basis) showed that personal spending on goods and services stood at more than C\$900 billion a year, while business investment surpassed C\$315 billion and public investment totalled more than C\$50 billion. Hence, a stimulus package totalling C\$50 billion over six years is nothing but marginal and barely noticeable.

The Canadian government obviously should be and should have been concerned first and foremost with its primary missions as: (i) a good manager of public funds, achieving this by avoiding any undue bloating of its cyclical deficit; (ii) a good manager of public infrastructures, both in developing and maintaining them; and (iii) a good manager of

---

<sup>116</sup> See Industry Canada, *Making a Difference*, 2003; and Finance Canada, *The Economic and Fiscal Update*, 2006.

<sup>117</sup> In addition to the status quo expected deficits totaling C\$46 billion over six years, of which C\$30 billion over the period 04/2009 to 03/2011.

the production of public goods and services under its authority. It also should be its priority to work toward rebuilding the confidence of economic agents – individuals, households and businesses – to ensure efficiency and transparency in the operation of the Canadian economic system, and with particular emphasis on the sound operation of the financial system, under the governance of the Bank of Canada.

In times of recession as in times of growth, a strategy of budget deficits, protectionism and indiscriminate subsidies can only cause more harm than good. It is better to have a strategy favouring the necessary and efficient adjustment of prices, markets and the industrial fabric, letting companies prepare for recovery: this is harsh medicine, but it will get the patient back on its feet sustainably. Announcements of huge government expenditures may contribute to a loss of confidence by heralding an increasingly serious crisis, pushing up risk premiums and making conditions for bank credit tougher.

First, these expenditures systematically block necessary adjustments to the commercial and industrial fabric of their respective societies and economies. Well before the crisis, there was overcapacity in the automotive industry, the forest industry, the agro-food industry (in developed countries) and elsewhere. This overcapacity had to be freed up and eliminated to enable profitable companies in every sector, whether new or not, to grow. In addition, government spending is a mechanism that evicts investment from the private sector. Deficits will have to be financed and eventually repaid in some way or other. Moreover, it consumes substantial real resources, channelling them into programs that often make financial sense only on paper.

Government assistance and subsidies of all sorts are supposedly aimed at supporting private companies that must cope with intense competition or high-risk investments (while government-owned companies get permanent support on a priority basis). Such policies are often justified on the basis of a lower cost of financing for governments. This justification rests on an analytical flaw or illusion which neglect a significant cost of public funds, namely the value of the option or insurance granted implicitly by citizens to their government allowing the latter to request additional funds if its activities, projects and subsidies end up less profitable than expected.<sup>118</sup>

The costs and benefits of government assistance always have the same characteristics. The costs are diffuse and are spread among all citizens and the entire economy, whereas the benefits are captured by clearly-identified and politically-influential interest groups, including employers and unions.

Overall decisions on investment, R&D, and production are distorted by these assistance programs: firms begin to worry more about their political representatives than about their competitiveness, employees, customers, suppliers and rivals. This strategy is the fast track to inefficiency and bankruptcy once public funds have been fully squandered.

The correct way to assess the anticipated cost of government assistance would be to hold an auction aimed at transferring the assistance contract – its guarantees, loans and other outlays along with the repayments – to a third party in the private sector at the best possible price. The premium or compensation so demanded should be recorded as a government expense. This transparent market sanction would reassure all citizens that their government is watching over their interests rather than protecting today's precarious jobs in certain companies to the detriment of better present and future jobs in the economy as a whole.

In the face of the recent and looming crisis, an unbridled strategy of deficits and subsidies – which may end up preventing desirable adjustments in prices, markets and industrial fabric through creative destruction – risks above all to delay and weaken a return to real growth. That is possibly what is being observed today.

---

<sup>118</sup> See MARCEL BOYER, ÉRIC GRAVEL AND SANDY MOKBEL, “The Valuation of Public Projects: Risks, Cost of Financing, and Cost of Capital”, *Commentary* #388, C.D. Howe Institute, september 2013, 20 pages.

## 24:8 - FISCAL REFORMS, RENEWED ROLES FOR THE GOVERNMENTAL (PUBLIC) SECTOR, SOCIAL RISK MANAGEMENT AS A GROWTH FACTOR

### Fiscal reforms

Fiscal systems have reached a troubling level of complexity favouring numerous types and forms of exemptions and loopholes. This is a major impediment to an efficient allocation of resources, investments as well as R&D and innovation efforts. Economic theory could be better used in a concerted way to reorganize the fiscal systems in order to provide citizens and organizations with the best incentives to use and develop scarce resources to maximize the overall well-being of all.

To achieve such a goal, we need proper prices as indicators of relative scarcity to guide individuals and organizations in their decisions and a proper system of taxation allowing the balanced financing of public and social goods and services and proper incentives for individuals and organizations to contribute through the best use of their abilities to the well-being of their fellow citizens.

I discussed above and will again stress below the role of competitive prices as proper indicators of relative scarcity to guide individuals and organizations in their decisions to use and develop scarce resources. I will in this subsection concentrate on government financing.

The fundamental change needed in government financing revolves around the design of a taxation system capable of achieving two objectives: generate a balanced financing of public and social goods and services and provide, as mentioned above, proper incentives for individuals and organizations to contribute to the well-being of their fellow citizens, mainly through their decisions regarding respectively their participation (how, where and at what level of effort) to the workforce and their decisions about the development and marketing of products and services of increasing quality.

Economists have shown and advocated for a long time that in order to meet a broad objective of efficiency in resource allocation, taxation systems should rest on consumption taxes rather than labour taxes: hence the need to abolish income taxes for individuals, organizations and corporations and to implement consumption taxes (sales taxes or value added taxes) as neutral as possible, that is, with at a unique percentage applied to all goods and services. Consumption should be taxed when it occurs or at death, under the assumption that an individual is reputed to have consumed all his or her accumulated wealth at time of death.

In this framework, minimum-wage laws should be abolished in favour of a direct supplement to earned income through incentive-compatible fiscal programmes. Such programmes would blend some equivalent money value to (negative) consumption tax credits for low-wage earners, progressively reduced towards a break-even point, and positive consumption tax at a fixed rate afterwards. Moreover, to induce proper behaviour, lump-sum fiscal bonuses could be implemented for significant changes in taxable consumption (hence income) at the low end of the income scale. This policy will go a long way to eliminate unemployment and increase the value of work and make it more socially rewarding, even at the lower end of the wage distribution. The social importance of unemployment insurance and social aid programs will dwindle, making low-skilled individuals and families better integrated in the social fabric and full-fledged contributors to the creation of wealth.

## Renewed roles for the governmental and competitive sectors

More fundamentally, a new social contract redesigning the fiscal system and the respective roles of the governmental (public) and competitive (private, for profit or not) sectors should be implemented. The new social contract falls under what I defined elsewhere as a Competitive Social Democracy (CSD) program.<sup>119</sup> It is useful to present again here the main elements of this social project.

The core competencies of the *governmental sector* are first, the identification of citizens' basic needs in terms of public and social goods and services, both in quantity and quality; second, the design of proper mechanisms through which conflicts between different baskets of public and social goods and services – and between different coalitions of citizens – will be arbitrated; and third, the management of contracts and partnerships with competitive sector organizations for the production, distribution and delivery of the chosen basket of public and social goods and services. The core competencies of the *competitive sector* are to produce, distribute and deliver private goods and services as well as, under contract and in partnership with the governmental sector, the public and social goods and services by making use of the best forms of organization and the most efficient combinations of factors, human resources and technologies.

For competitive mechanisms to be broadly accepted, a significant effort must be undertaken to promote the liberalization, dissemination and better understanding of economics with its natural laws and rules. The emergence and omnipresence of competitive prices, processes, mechanisms, and their proxies throughout the economy, in the public and social goods and services sectors in particular, constitute significant forces aimed at avoiding waste and at generating and implementing innovative solutions to problems and challenges. In that regard, they must be understood as a significant endeavour of the CSD social project. To achieve such results, it is important that the attribution of contracts be realized through open and transparent processes, exempt of favouritism and predatory behaviour. Competitive sector organizations must face a level playing field; if some advantage, financial or otherwise, should be given to some participating organizations, it should be announced and quantified in a clear way at the outset.

The emergence of competitive markets for the governmental-competitive contracts and partnerships in the production, distribution and delivery of public and social goods and services requires that a sufficient number of organizations be present in the tendering process. It is a fundamental responsibility of the governmental sector to make sure that processes to award contracts be exempt of significant expression of market power by competitive sector organizations. Those competitive sector organizations must be capable of submitting credible offers in a level playing field contest for governmental contracts. Efficiency in this process requires all competitive sector organizations face the same requirements. In order to achieve the highest level of efficiency, it is preferable, if not necessary, for the government to explicitly favour, through an adequate programme of training, counselling, and/or (competitive) financing, the creation and development of efficient competitive sector organizations without interfering directly in the contract allocation processes. Such a policy would, in the long run, be much more efficient than trying to tilt the balance towards preferred-son organizations.

The competitive mechanisms are the most efficient mechanisms allowing citizens and organizations to make choices based on appropriate information. The manipulation of prices by sending biased signals or indicators of relative costs and scarcity of goods and services has become a major source of social and economic waste in our societies. Such manipulations imply that individuals are induced to make inefficient consumption and investment decisions, while firms and organizations in all sectors, including public and social goods and services sectors, such as health and education for instance, are induced to make production, investment and R&D choices that are oriented more towards the interests, wishes and private objectives of price manipulating political authorities and well-organized interest groups rather than towards the needs and demands of their customers, clients, and citizens. This is not to say that it is never appropriate for political or social leaders to convince people of the desirability of changes in behaviour,

---

<sup>119</sup> MARCEL BOYER, *Manifesto for a Competitive Social Democracy*, CIRANO Monograph 2009MO-02, April 2009.

but rather that it is always better to proceed through competitive institutions and mechanisms, respecting the autonomy and fostering the responsibility of citizens.

Innovation, not only technological but also organizational, must rely on an explicit process by which experimentation and change become normal if not frequent or continuous events. In order to reduce the costs of innovation generation, selection and implementation, and, therefore, of favouring the emergence of an innovative society, the governmental sector must explicitly develop a multiple-sourcing policy in the attribution of contracts. Multiple sourcing means that no single competitive sector organization should be allowed to monopolize or dominate a significant part of the production, distribution and/or delivery of a public or social good or service. In order to favour competition among providers and to identify those capable of higher performance in the production, distribution and delivery of public and social goods and services, it is essential that some level of modularity and experimentation be continuously undertaken under proper safeguards allowing the evaluation of new ways and means so implemented, the objective being to implement real world best practices as consistently as possible.

It is normal therefore expected that, in any efficient society, a certain number of individuals will end up making or having taken wrong decisions with dire and socially undesirable and even unacceptable consequences. Hence, a public programme of income and wealth support is not only necessary but also conducive to growth enhancement and social well-being improvement for all. But such public programmes must be efficiently designed and implemented. In lieu of the paternalistic control and manipulation of prices that have often been the preferred policy in the past, transparent policies of income and wealth support with strong incentives for the beneficiaries to get out of them should be preferred.

The current socio-economic evaluation of governmental programmes proceeds from improper, disputable and self-serving methodologies. Programmes aimed at (regional) job creation, fostering investments in specific sectors, as well as programmes intended to favour the reinsertion of the long-term or seasonally-unemployed persons, are all examples of public programmes costing vast sums of money with practically no significant tangible results. It is not the goals and objectives of those programmes that are flawed, but rather their implementation. Requiring that programmes be subject to open competitive processes leading to incentive contracts for those organizations chosen to produce and/or deliver them will favour programs that are better designed and better implemented.

## Social risk management as a growth factor

In February 2004, I directed a team of CIRANO researchers from different universities who developed a major research proposal<sup>120</sup> on The Analysis and Management of Risk in Canadian Society (RISAC<sup>121</sup>). The proposed project claimed that the globalization of markets, the development of new information and communication technologies, and the internationalization of cultures have initiated a critical period of change in societies as economic uncertainty and risk are becoming ever more important and difficult challenges facing social and economic institutions. The aim of the proposed project was to develop a framework for measuring the impacts of risk and uncertainty, and to study ways to manage and reduce those impacts.

Uncertainty is a source of opportunities. Thus, the proposal was to extend and apply the scientific framework that has developed over the last decades for the analysis of financial risk and insurance to encompass a wider set of

---

<sup>120</sup> Under the Major Collaborative Research Initiatives Program of the Social Science and Humanities Research Council of Canada (SSHRC).

<sup>121</sup> The name RISAC comes from the greek word ριζα (rhiza), which literally meant “root” or “reef”, which led to the latin “riscus” and italian “risco” and eventually to the French “risque” and the English “risk”.

See <http://research.dnv.com/skj/Papers/ETYMOLOGY-OF-RISK.pdf> and BOYER AND DIONNE (1983).

issues and to develop a quantitative approach to the management of risk and uncertainty at the individual, corporate, social, and policy levels.

Considerations of risk attenuation or risk management were not and are still typically not part of the current discourse surrounding public policy as social programs are usually evaluated according to criteria such as equity, accessibility, universality, and efficiency. These criteria are important and certainly relevant, but it is also imperative to place issues of risk front and center in public policy debate.

For example, guaranteeing access to secure sources of energy must certainly be a goal of public and private utilities. But at what cost comes the guarantee? There is a classic risk-return trade-off in the management of energy resources, as there must be in the provision of health services. Similarly, employment insurance is a safeguard against reverses in the labour market and sudden drop in the value of one's human capital and the progressive tax system may be viewed as a hedge against income volatilities. We also find returns on *human capital* in discussions of education and training, and we have grown accustomed to considering the problems with *at-risk youths*.

RISAC intended to place issues relating to risk —risk measurement, evaluation and management— at the center of public policy discussion and formulation. Such a goal requires analysis on a variety of levels. To formulate coherent and effective policy, it is imperative to understand individual risk preferences or aversion in different circumstances, an undertaking that must draw from psychology, political science and economics. As well, the nature of the risks (and extreme risks in particular) affecting different sectors of the economy must be well understood before proposals to manage such risks can be properly assessed. Market mechanisms may also offer novel approaches to risk avoidance (long term, globalization-related, environmental) but of course such mechanisms can only be successful if they are calibrated to the risk preferences of potential users. All in all, RISAC comprised many strands around one theme.

Financial Economics as a discipline has contributed in an essential way to the development of financial markets and has enhanced the individual's ability to deal with the uncertainties of economic life. The models developed by economists use concepts and methods from probability theory in an equilibrium setting. RISAC aimed to apply and extend the concepts and techniques of risk measurement and management to a wider social context than its current applications in corporate finance and intended to extend and elaborate this scientific paradigm in different directions. More particularly, the ultimate objective of RISAC was to contribute to better social policy through a deeper understanding of how individuals react to uncertainty in different contexts and under different circumstances and to propose and develop specific instruments and institutions to better manage such uncertainty and risks.

The RISAC project was not financed by SSHRC and the team was dissolved. In retrospect, this outcome exudes lack of vision, lack of understanding, and lack of preparing for the future. The rest is history.

In a similar vein, Luigi Zingales, professor of economics, entrepreneurship and finance at the University of Chicago, recently suggested a two-part plan to facilitate the adjustment of mortgage conditions to major variations in housing prices.<sup>122</sup>

First, the government should favour the inclusion in mortgage contracts of clauses giving the owners of dwellings the option of renegotiating their mortgages downwards when the value of houses in their neighbourhood or region (based on postal codes for instance) has fallen more than 20%. In return, the mortgage lender would receive a portion of the eventual selling price, for example 50% of the difference between the selling price and the renegotiated mortgage. This is a win-win solution compared to traditional foreclosures.

Next, to help banking institutions in difficulty, the government would make available to them a quick partial bankruptcy process under which debt (commercial paper and bonds) would be converted to equity capital and the current shareholders would see their equity liquidated while getting the option, to be exercised within seven days, of buying back the debt at nominal value. To ensure that all insolvent banks, and only those banks, choose to make

---

<sup>122</sup> LUIGI ZINGALES, "Plan B," *The Economists' Voice*, 5 (2008),

use of this bankruptcy process, short-term debt would be subjected to it too. Insofar as holders of this debt view the bank as insolvent, they will liquidate their debt as soon as possible, causing a liquidity crisis and forcing the bank to use this process. Incentives are then properly aligned, and the bank will recover its financial solidity, have the ability to resume lending, and maintain all of its other contractual obligations.

The strength of this process is triple-pronged. First, in case of crisis, the banking sector will be recapitalized with no injection of government capital. Second, the government does not have to determine the asset value of a bank in difficulty. Third, we avoid seeing the government decide on the future of individual banks because the market will take care of that. Zingales claims that it is time now for governments to implement a solution based on the operation of private competitive markets, thereby avoiding the waste of public funds, while using public force or authority in last resort to reorganize the banking sector quickly and efficiently.

Economist Luc Vallée, a former chief economist of the Caisse de dépôt et placement du Québec, has suggested an alternative solution.<sup>123</sup> He says the government should offer each owner who occupies his or her dwelling the chance to sell a certain percentage of it to the government. However, he adds that this offer should contain incentives ensuring that only owners in real difficulty would agree to subscribe to it, as defined in his proposal.

Vallée's option is interesting on several grounds. First, individual decisions on whether to accept the option offered by the mortgage contract would provide essential information on the quality of mortgage loans. The offer is of interest only if owners are unable to repay their loans. The financial sector would thereby be able to more adequately determine the value of mortgage blocks. Since the offer is made to all owners, this removes the problem of determining who should benefit from assistance which is a thorny problem with the assistance programs proposed by various governments. Second, the chance offered to owners to sell portions of their home to the government (converting debt to equity) would bring mortgage loan payments down enough to enable many owners in difficulty to get through the crisis, and this operation would clean up the balance sheets of banking institutions. Third, this strategy would help stabilize the real estate market in case of an abrupt decline in prices since it would reduce the number of dwellings put up for sale.

Similar types of options could be included in other contracts to allow for continuous adjustments to economic conditions in case of recession or financial crisis, avoiding sudden cascading adjustments that only aggravate poor economic conditions needlessly. These options obviously will be incorporated in contracts at a certain cost to the parties. But, to the extent that enough of these adjustment clauses are effectively included in contracts, they will help reduce the undesirable collateral effects of recessions.

Innovations and the commercialization of new technologies, products and services are important causes of significant displacement of economic activity and of abrupt depreciation, sometimes quick obsolescence, of capital, skills, and competencies. A much needed fundamental policy is to foster the creation and implementation of tools, ways, and means to allow individuals, firms, and different levels of government to efficiently manage risks and opportunities that stem from the innovation and commercialization of new technologies. Market instrument solutions have been found via the introduction of a variety of insurance and derivative products that enable users to manage and trade risks. There is today a need for new insurance-like and derivative-like products to help individuals, firms and different levels of government manage the risk of change, both in the displacement of jobs and in the abrupt depreciation and obsolescence of financial and human capital.

The recent financial crisis has thrown in disarray and brought into disrepute many of those market instrument to manage risks. But one must realize that any significant technological advancement yields its share of good and bad applications. It is unfortunate that the bad applications often overshadow the good. Some examples of technological

---

<sup>123</sup> LUC VALLÉE, "A Simple Bailout Plan for Housing and the U.S. Economy," *The Sceptical Market Observer*, August 12th 2009.

advancement that have had both good and bad applications include hammers, explosives, financial derivatives, and cyberspace.

A significant source of opposition to socio-economic changes, even when such changes appear desirable from a social welfare viewpoint, is the absence of efficient mechanisms or institutions that could assist individuals as well as firms and organizations in reducing their direct cost of adaptation to such changes. When a society is confronted as a whole or in part with changes in its socio-economic environment, its capacity to adapt in order to maintain or increase its citizens' well-being is crucial.

This flexibility to adapt to a volatile environment must be a characteristic of all sectors producing and distributing private as well as public and social goods and services. Flexibility runs against inertia, inertia grows from fear, and fear grows from change. Unless people are given the tools to manage such change, they will resist it in the economic and political arenas, at significant social costs. Resistance to change is in most, if not all, circumstances a very poor substitute to adaptation to change. But the level of social attitude and flexibility towards socio-economic changes will depend on the existence of institutions (tools and means; organizations and markets) allowing individuals, firms and different levels of government to efficiently manage risks, control their exposure to downside risks, and foster their exposure to upside opportunities. A proper set of risk-management mechanisms and institutions is necessary for a flexible society where innovation, both technological and organizational, thrives. To be successful at innovation and commercialization, a society must develop a higher ability to analyze risky prospects (e.g. via a more educated workforce with a significant literacy in economics, business and finance) and favour a better exposition to structural factors, such as market size, enhanced competitive processes, and a higher reliance on well-designed and efficiently-produced and distributed social protection programs.

Rather than concentrating on the determination of regulations regarding capital ratios and requirements for financial institutions, banks and shadow banks in particular, the new instrumental, institutional and regulatory integrated framework should concentrate on an agenda for growth. In conformity with this aim, financial reforms and the development of efficient mechanisms for better adaptation to change must rest on a long-term view of regulatory instruments and institutions that foster self-reliance, responsibility (incentives), and gradual (open, integrated, and automatic) adaptation to changing conditions in financial and labour markets among others.<sup>124</sup>

---

<sup>124</sup> For more on these ideas, see Marcel Boyer, *Manifesto for a Competitive Social Democracy*, CIRANO Monograph 2009MO-02, April 2009: <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2009MO-02.pdf> (currently being revised).

## 24:9 - CONCLUSION: CHALLENGES AND PROSPECTS

Besides all the policy changes discussed above, some serious challenges must be met in order to grow out of the crisis. I gather here some additional policy changes under three general headings:

### Refocus government on the conditions for job and wealth creation.

When assessing the dynamics of the jobs and establishments created and lost in gross terms, one sees the economic crisis in a different light. Despite substantial net job losses in the nine quarters of recession 2008.I to 2010.I, the fact remains that the private sector in the U.S. economy continued to create a very high gross number of jobs as 6.6 million jobs were created on average in each of those quarters.<sup>125</sup>

When these data are compared to the scope of government recovery plans, it seems obvious that authorities in the US, Canada and elsewhere should emphasize policies to spur the creation of new jobs rather than trying to save jobs that are probably doomed to disappear. The number of gross jobs effectively covered by the recovery plans – whether in the United States, Canada or Europe – fails to measure up to the scope of gross job creation in the private sector, even during the worst quarters of the recession. The process of creative destruction, which occurs in periods of growth and recession alike, far overshadows the effects sought by direct government action. Governments would be justified to focus their efforts on rebuilding confidence and developing conditions favourable to creative destruction rather than intervening directly in the economy.

### Implement Microprudential and macroprudential rules.

Among the most important changes allowing for improvement in the regulation of financial institutions, mention must be made of the various microprudential and macroprudential rules that could be implemented over the coming years.<sup>126</sup> As stated by HANSEN, KASHYAP AND STEIN (2011): *“A MICROPRUDENTIAL APPROACH IS ONE IN WHICH REGULATION IS PARTIAL-EQUILIBRIUM IN ITS CONCEPTION AND IS AIMED AT PREVENTING THE COSTLY FAILURE OF INDIVIDUAL FINANCIAL INSTITUTIONS. BY CONTRAST, A MACROPRUDENTIAL APPROACH RECOGNIZES THE IMPORTANCE OF GENERAL-EQUILIBRIUM EFFECTS, AND SEEKS TO SAFEGUARD THE FINANCIAL SYSTEM AS A WHOLE. THERE SEEMS TO BE AGREEMENT AMONG BOTH ACADEMICS AND POLICYMAKERS THAT THE OVERARCHING ORIENTATION OF FINANCIAL REGULATION NEEDS TO MOVE IN A MACROPRUDENTIAL DIRECTION”* (italics in the original).

---

<sup>125</sup> On October 30, 2009, the White House estimated that the number of jobs created or saved due to its \$787-billion “recovery” plan was 640,239. Some people involved find this estimate generous because the rules for calculating jobs are rather nebulous and favour an overestimate of the jobs created or saved. (See, for example, MICHAEL COOPER AND RON NIXON, “Reports Show Conflicting Number of Jobs Attributed to Stimulus Money,” *New York Times*, November 5, 2009, p. A16). On *ABC News Political Punch blog* of January 11 2010, one reads: “The Obama administration has taken some heat and mockery for using the nebulous and non-economic term of jobs being “saved or created” by the \$787 billion stimulus program. So it’s gotten rid of it. In a little-noticed December 18, 2009 memo from Office of Management and Budget director Peter Orszag the Obama administration is changing the way stimulus jobs are counted. The memo says that those receiving stimulus funds no longer have to say whether a job has been saved or created. ‘Instead, recipients will more easily and objectively report on jobs funded with Recovery Act dollars,’ Orszag wrote. In other words, if the project is being funded with stimulus dollars – even if the person worked at that company or organization before and will work the same place afterwards – that’s a stimulus job.”

<sup>126</sup> For more on macroprudential and microprudential rules, see the early contribution of MATHIAS DEWATRIPONT AND JEAN TIROLE (1994), *The Prudential Regulation of Banks*, MIT Press. See also CÉLINE GAUTHIER, ALFRED LEHAR AND MOEZ SOUSSI (2010), “Macroprudential Regulation and Systemic Capital Requirements”, Bank of Canada Working Paper 2010-4; and SAMUEL HANSEN, ANIL KASHYAP AND JEREMY STEIN (2011), “A Macroprudential Approach to Financial Regulation”, *Journal of Economic Perspective*, 25(1), pp. 3-28. An interesting presentation by Jean-Charles Rochet (2012), “Changing the Regulatory Environment”, can be found at [http://www.swissfinanceinstitute.ch/sfi\\_capco\\_rochet.pdf](http://www.swissfinanceinstitute.ch/sfi_capco_rochet.pdf) (SFI-Capco Institute Conference in Zürich).

The effects of implementing such macroprudential rules are estimated by GAUTHIER, LEHAR AND SOUISSI (2010): “WE FIND THAT SYSTEMIC CAPITAL ALLOCATIONS CAN DIFFER BY AS MUCH AS 50% FROM 2008Q2 CAPITAL LEVELS AND ARE NOT RELATED IN A SIMPLE WAY TO BANK SIZE OR INDIVIDUAL BANK DEFAULT PROBABILITY. SYSTEMIC CAPITAL ALLOCATION MECHANISMS REDUCE DEFAULT PROBABILITIES OF INDIVIDUAL BANKS AS WELL AS THE PROBABILITY OF A SYSTEMIC CRISIS BY ABOUT 25%. OUR RESULTS SUGGEST THAT FINANCIAL STABILITY CAN BE ENHANCED SUBSTANTIALLY BY IMPLEMENTING A SYSTEMIC PERSPECTIVE ON BANK REGULATION.”

These desired macroprudential rules include, among others:<sup>127</sup>

- The use of interest rates, and thus of risk levels, as a weighting factor in determining the capital reserves that institutions must hold.
- The imposition on major financial institutions of higher capital reserve coefficients in normal times or in periods of sustained growth and lower ones in times of recession. Defining these reserve coefficients would enable excess capital reserves to be accumulated in favourable periods for use in supporting banking operations during troubled times.
- The requirement that the largest, most interconnected, most complex banks and similar financial institutions that are deemed too big to fail hold higher capital reserves given the systemic risk they represent for the economy.
- The imposition of stress tests and outside “value at risk” calculations by the organizations responsible for the stability of national banking and financial systems and of the international financial system. These tests enable the effects of major financial shocks on the banking system to be quantified: major recessions, broad exchange rate variations, oil shocks, and sharp drops in stock prices, especially on derivatives exchanges. Stress tests must provide for the determination of the critical solvency ratios that enable banking and financial systems to cope with heavy macroeconomic shocks such as an economic recession that stretches over two or three years.
- An obligation for the nationally-recognized statistical rating organizations (NRSRO)<sup>128</sup> to account for their assessments of probabilities of default and of losses in case of default. In addition to the reputation capital that constitutes the rating agencies’ primary source of value, it can be expected that, sooner or later, these agencies will have to help clarify and describe the incentives they face and demonstrate sufficient financial capacity to deal with challenges to the quality of their forecasts and analyses, in view of the results observed.
- The requirement that “too big to fail” banks and institutions keep record of an orderly bankruptcy plan, in the spirit of the contract adjustment clauses dealt with above, with contingency provisions for transferring control and sharing costs and losses.
- The abolishment of enterprises that provide government financial guarantees and thereby promote mismanagement to avoid the muddles that result from direct and misguided intervention by political authorities in the conduct of institutions and markets. In the U.S. context, these include Fannie Mae, Freddie Mac, the Federal Housing Administration and the Federal Home Loan Banks. Instead, assistance for home ownership access should go directly to the neediest.

---

<sup>127</sup> Some of those rules appear under one form or another in the voluminous Dodd–Frank Wall Street Reform and Consumer Protection Act of 2010 (named after the Senate Banking Committee Chairman Chris Dodd and the House of Representatives Financial Services Committee Chairman Barney Frank). This legislation was both praised as bringing the most significant changes to financial regulation of the last 70 years and criticized as being insufficient to prevent another financial crisis and as going too far in unduly restricting financial institutions.

<sup>128</sup> There are nine such NRSRO organizations: Kroll Bond Rating Agency, Moody's Investor Service, Standard & Poor's, Fitch Ratings, A. M. Best Company, Dominion Bond Rating Service Ltd., Japan Credit Rating Agency Ltd., R&I Inc. (Rating and Investment Information, Inc.), Egan-Jones Rating Company, and Morningstar Inc.

- Finally, a measure likely to improve the governance of the large banks, with reasonable and effective control of managers by shareholders: rules on bank ownership - currently quite restrictive - must be made more flexible.

Some of those macroprudential rules would in fact reinstate a form of Glass-Steagall separation between investment banking and commercial banking, thereby favouring a reduction in the size of the largest banks, certainly two of the most vigorously fought reforms by banks.

### Meet Political and social challenges.

Among the broadest and most encompassing challenges we face, one must mention in particular the ultimate danger of resorting to protectionist and “buy local” measures in efforts to spur demand for local products and services, to the detriment of the cost of living and the general well-being. There exists a real danger of seeing a vicious circle crop up with protectionism responding to protectionism, plunging economies into a serious slump.

Instead, we should seek to protect the movement toward globalization and increasing liberalization of markets. Some people fear competitive processes not only at the national level but also in the international context. Globalization of markets is often viewed as responsible for destroying jobs (outsourcing and offshoring) in the developed economies and as favouring the exploitation of workers in the underdeveloped countries.

However, the substantial growth of international trade in the last half-century has been a major factor in the enhancement of collective economic well-being and in cultural and social development. Indian economist and 1998 Nobel laureate Amartya Sen noted: “Barely centuries ago, poverty and ‘nasty, brutish and short’ lives, as Thomas Hobbes wrote, dominated the world, apart from a few rare pockets of abundance. By overcoming this penury, modern technology and economic interaction have had their importance. Precarious situations cannot be reversed if the poorest are deprived of the considerable benefits of contemporary technology, of the solid efficiency of international trade and interaction, and of the socio-economic advantages of living in an open rather than a closed society. What is needed is a more equitable sharing of the fruits of globalization.”<sup>129</sup>

Without going into detail, it is clear that denying the phenomenal potential of international trade to enhance well-being for all comes from misunderstanding or ignorance of a key element of modern economic history, namely the theory of comparative advantage formulated almost 200 years ago by economist David Ricardo.<sup>130</sup> The implications of this theory are implacable and inevitable, if relatively counter-intuitive. The theory states that as long as a difference exists in the comparative production costs of various goods and services observed in autarky in several countries, each country will benefit from international trade by specializing in the production and export of the goods for which they have the greatest comparative or relative advantage, importing other goods in exchange. It is vital to emphasize that *all countries* will benefit from this trade, regardless of their *absolute* competitiveness. This assertion is undeniably one of the most important results of modern economic theory. It is the foundation of the eradication of poverty, wealth creation, economic growth, and social progress for all.

---

<sup>129</sup> AMARTYA SEN, “Dix vérités sur la mondialisation,” *Le Monde*, July 18, 2001.

<sup>130</sup> DAVID RICARDO, *On the Principles of Political Economy and Taxation*, 1817.

# Appendix

## APPENDIX A

### The solution to the differential equation

Here we give the details on how to solve the differential equation (11.11), reproduced here for convenience:

$$(A.1) \quad \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{d^2 F}{dS^2} + (r - q)S \frac{dF}{dS} - rF = 0$$

Since we assume  $\sigma \neq 0$ , we can divide all terms of Equation (A.1) by  $\frac{1}{2}\sigma^2$ :

$$(A.2) \quad S^2 \frac{d^2 F}{dS^2} + \frac{2(r-q)}{\sigma^2} S \frac{dF}{dS} - \frac{2r}{\sigma^2} F = 0$$

Equation 0 is said to be a Euler Equation and can be solved with the application of the following theorem:

**THEOREM.** *The general solution of the Euler equation*

$$(A.3) \quad x^2 y'' + \alpha x y' + \beta y = 0$$

*in any interval not containing the origin is determined by the roots  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  of the equation*

$$(A.4) \quad F(\lambda) = \lambda(\lambda - 1) + \alpha\lambda + \beta = 0$$

*If the roots are real and different, then*

$$(A.5) \quad y = c_1 |x|^{\lambda_1} + c_2 |x|^{\lambda_2}$$

*If the roots are real and equal, then*

$$(A.6) \quad y = (c_1 + c_2 \log|x|)|x|^{\lambda_1}$$

*If the roots are complex, then*

$$(A.7) \quad y = |x|^a [c_1 \cos(b \log|x|) + c_2 \sin(b \log|x|)]$$

where  $\lambda_{1,2} = a \pm ib$ .

We will prove the case of two real and different roots, which is the one that interests us. The curious reader may refer to (BOYCE, 1992) for the proof of the other two cases.

**PROOF.** We guess that the solution to equation 0 has the form:

$$(A.8) \quad y = x^\lambda$$

Replacing the solution 0 into the Euler equation yields:

$$(A.9) \quad \begin{aligned} x^2(x^\lambda)'' + \alpha x(x^\lambda)' + \beta x^\lambda &= \\ &= x^\lambda[\lambda(\lambda - 1) + \alpha\lambda + \beta] \end{aligned}$$

Thus, if  $\lambda$  is a root of the quadratic equation

$$(A.10) \quad F(\lambda) = \lambda(\lambda - 1) + \alpha\lambda + \beta = 0$$

then the Euler equation evaluates to zero and  $y = x^\lambda$  will be a solution. The roots of equation 0 are:

$$(A.11) \quad \lambda_{1,2} = \frac{-(\alpha-1) \pm \sqrt{(\alpha-1)^2 - 4\beta}}{2}$$

If the roots are real and different, then  $y_1(x) = x^{\lambda_1}$  and  $y_2(x) = x^{\lambda_2}$  are two independent solutions of 0. Therefore, if  $c_1$  and  $c_2$  are two arbitrary constants, we must have the general solution:<sup>131</sup>

$$(A.12) \quad y = c_1 x^{\lambda_1} + c_2 x^{\lambda_2} \quad (x > 0)$$

It can be shown that this solution is unique.

If we apply the theorem to the Euler equation defined on 0, then, by inspection, we find that:

$$(A.13) \quad \alpha = \frac{2(r-q)}{\sigma^2}$$

and

$$(A.14) \quad \beta = -\frac{2r}{\sigma^2}$$

The roots are then :

$$(A.15) \quad \lambda_1 = \frac{1}{2} - \frac{r-q}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{r-q}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

<sup>131</sup> Note that if  $\lambda$  is not a rational number, then  $x^\lambda$  is defined by  $x^\lambda = e^{\lambda \log x}$ .

and

$$(A.16) \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} - \frac{r-q}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{r-q}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

Since  $r > 0$ , the discriminant (i. e. the expression under the radical sign) is strictly positive, which means the roots are real and different. Thus, we must have the general solution:

$$(A.17) \quad F(S) = c_1 S^{\lambda_1} + c_2 S^{\lambda_2} \quad (S > 0)$$

as given by Equation 0.

Check that  $\lambda_2$  is always negative (because  $r > 0$ ). Condition (11.12) then implies that  $c_2 = 0$ . Hence, the solution to the differential equation (11.11) must be:

$$(A.18) \quad F(S) = c_1 S^{\lambda_1}$$

with  $c_1$  determined by boundary conditions (11.13) and (11.14) in conjunction with  $S^*$ :

$$(A.19) \quad c_1 = \frac{S^* - K}{(S^*)^{\lambda_1}} = \frac{(\lambda_1 - 1)^{\lambda_1 - 1}}{(\lambda_1)^{\lambda_1} K^{\lambda_1 - 1}}$$

$$(A.20) \quad S^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} K$$

# APPENDIX B

## The Log-Normal Distribution

Let  $X$  be a strictly positive continuous random variable such that  $\log X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . We say then that  $X$  is log-normally distributed with density function given by:

$$(B.1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

**PROOF.** Let  $Y = \log X$ . We have then that the distribution functions of  $X$  and  $Y$  are related by:

$$(B.2) \quad F_Y(y) = F_Y(\log x) = F_X(x)$$

Taking the differential of  $F_Y(\log x)$  with respect to  $x$  yields:

$$(B.3) \quad dF_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (x > 0)$$

This concludes the proof.

The moments are given by:

$$(B.4) \quad E[X^\alpha] = e^{\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}}$$

**PROOF.** This is straightforward from the relation  $x = e^y$  and the definition of expectation:

$$(B.5) \quad \begin{aligned} E[X^\alpha] &= \int_0^\infty x^\alpha dF_X(x) \\ &= \int_0^\infty e^{\alpha y} dF_Y(y) \\ &= e^{\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}} \end{aligned}$$

In finance, the truncated moments are used very often. If  $X$  is truncated from below at the point  $X = x_0$ , the partial moments will be:

$$(B.6) \quad \int_{x_0}^\infty \frac{x^{\alpha-1}}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} dx = [1 - \Phi(u_0 - \alpha\sigma)] e^{\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}} = [1 - \Phi(u_0 - \alpha\sigma)] E[X^\alpha]$$

with  $\Phi(\cdot)$  being the cumulative standard normal distribution and  $u_0$  defined by:

$$(B.7) \quad u_0 = \frac{\log x_0 - \mu}{\sigma}$$

**PROOF.** Let  $w = \frac{\log x - \mu}{\sigma}$ . The integral defined in (B.6) reduces to:

$$(B.8) \quad \int_{\frac{\log x_0 - \mu}{\sigma}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\alpha(w\sigma + \mu)} e^{-\frac{1}{2}w^2} dw$$

A further substitution  $z = w - \alpha\sigma$  reduces 0 to the integral of a standard normal density:

$$(B.9) \quad \int_{\frac{\log x_0 - \mu}{\sigma} - \alpha\sigma}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\alpha\mu + \frac{1}{2}\alpha^2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = e^{\alpha\mu + \frac{1}{2}\alpha^2\sigma^2} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\log x_0 - \mu}{\sigma} - \alpha\sigma\right) \right]$$

And we define  $u_0$  as in 0.

## The Geometric Brownian Motion

Let  $X_t$  be a stochastic process starting at  $X(0) = x_0$ . We have that  $X_t$  follows a geometric Brownian motion if it satisfies the stochastic differential equation:

$$(B.10) \quad dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dB_t$$

Let  $Y_t = \log X_t$ , with  $Y(0) = \log x_0$ . By Itô's formula:

$$(B.11) \quad dY_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dB_t$$

since

$$\frac{dY}{dX} = \frac{1}{X} \quad \frac{d^2Y}{dX^2} = -\frac{1}{X^2} \quad \frac{dY}{dt} = 0$$

$Y_t$  then follows an arithmetic Brownian motion starting at  $\log x_0$  with drift  $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)$  and constant variance rate  $\sigma^2$ . Put another way:

$$(B.12) \quad Y_t = \log x_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t$$

and:

$$(B.13) \quad X_t = x_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t}$$

Thus, from Equation (B.12), for a fixed  $t$ , the random variable  $\log X_t$  is normally distributed with mean  $\log x_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t$  and variance  $\sigma^2 t$ , that is:

$$(B.14) \quad \log X_t \sim N \left[ \log x_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t, \sigma^2 t \right]$$

From Equation 0,  $X_t$  is log-normally distributed with density:

$$(B.15) \quad f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{\left[\log x - \log x_0 - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right]^2}{2\sigma^2 t}}$$

# APPENDIX C

## Deriving the Black-Scholes formulae

As the Black-Scholes model uses a risk-neutral valuation and we suppose there are no arbitrage possibilities, then the price of the European call must be:

$$(C.1) \quad c = e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)]$$

Evaluating the expectation in (C.1), we have:

$$(C.2) \quad c = e^{-rT} \int_K^\infty (S - K) f(S) dS$$

where  $f(S)$  is the log-normal density given by:

$$(C.3) \quad f(S) = \frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{[\log S - \log S_0 - (r - \frac{\sigma^2}{2})T]^2}{2\sigma^2 T}}$$

Equation (C.2) is equivalent to:

$$(C.4) \quad c = e^{-rT} [\int_K^\infty S f(S) dS - \int_K^\infty K f(S) dS]$$

Applying (B.6) from Appendix B yields:

$$(C.5) \quad c = e^{-rT} \{ [1 - \Phi(u_0 - \sigma\sqrt{T})] E(S) - K [1 - \Phi(u_0)] \}$$

where  $\Phi(\cdot)$  is the cumulative standard normal distribution function and  $u_0$  is defined by:

$$(C.6) \quad u_0 = \frac{\log K - \log S_0 - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Noting that  $1 - \Phi(x) = \Phi(-x)$ , Equation (C.5) can be rewritten as:

$$(C.7) \quad c = e^{-rT} \left[ \Phi\left(-\frac{\log K - \log S_0 - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} + \sigma\sqrt{T}\right) E(S) - K \Phi\left(-\frac{\log K - \log S_0 - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right]$$

Now, defining:

$$(C.8) \quad d_1 = \frac{\log(S_0/K) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$
$$d_2 = \frac{\log(S_0/K) + (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

and noting that  $e^{-rT} E(S) = S_0$  we obtain:

$$(C.9) \quad c = S_0 \Phi(d_1) - K e^{-rT} \Phi(d_2)$$

The same procedure can be applied to the European put.

# APPENDIX D

## Evaluating the expected value of the project

We begin by solving the first integral of Equation (11.19):

$$(D.1) \quad \int_0^{S^*} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS = \int_0^{\infty} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS - \int_{S^*}^{\infty} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS$$

where  $f(\cdot)$  is the log-normal density function given by (see APPENDIX B):

$$(D.2) \quad f(S|S_0, t) = \frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{[\log S - \log S_0 - (r - q - \frac{\sigma^2}{2})t]^2}{2\sigma^2 t}}$$

The first integral on the right-hand side of (D.1) is the moment of order  $\lambda_1$  and can be found by Equation (B.4) from APPENDIX B:

$$(D.3) \quad \int_0^{\infty} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS = c_1 e^{\lambda_1 [\log S_0 + (r - q - \frac{\sigma^2}{2})t] + \frac{\lambda_1^2 \sigma^2 t}{2}}$$

which after some simplifications can be rewritten as:

$$(D.4) \quad \int_0^{\infty} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS = c_1 S_0^{\lambda_1} e^{\lambda_1 [(r - q - \frac{\sigma^2}{2})t + \lambda_1 \frac{\sigma^2 t}{2}]}$$

As for the second integral on the right-hand side of (D.1), we will need the truncated moment definition of Equation (B.6) from Appendix B:

$$(D.5) \quad \int_{S^*}^{\infty} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS = c_1 [1 - \Phi(u_0 - \lambda_1 \sigma \sqrt{t})] S_0^{\lambda_1} e^{\lambda_1 [(r - q - \frac{\sigma^2}{2})t + \lambda_1 \frac{\sigma^2 t}{2}]}$$

with

$$(D.6) \quad u_0 = \frac{\log S^* - \log S_0 - (r - q - \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma \sqrt{t}}$$

which can also be written as:

$$(D.7) \quad u_0 = -\frac{\log(\frac{S_0}{S^*}) + (r - q - \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma \sqrt{t}}$$

The integral defined in (D.1) is thus:

$$(D.8) \quad \int_0^{S^*} c_1 S^{\lambda_1} f(S|S_0, t) dS = c_1 S_0^{\lambda_1} e^{\lambda_1 [(r - q - \frac{\sigma^2}{2})t + \lambda_1 \frac{\sigma^2 t}{2}]} \Phi(u_0 - \lambda_1 \sigma \sqrt{t})$$

We move on to solving the second integral in Equation (11.19):

$$(D.9) \quad \int_{S^*}^{\infty} (-K + S) f(S|S_0, t) dS = -K \int_{S^*}^{\infty} f(S|S_0, t) dS + \int_{S^*}^{\infty} S f(S|S_0, t) dS$$

The two integrals on the right-side of Equation (D.9) can also be solved with the partial moment formula defined in (B.6) from Appendix B, for  $\alpha = 0$  and  $\alpha = 1$ , respectively. We have then:

$$(D.10) \quad -K \int_{S^*}^{\infty} f(S|S_0, t) dS = -K[1 - \Phi(u_0)] = -K\Phi(-u_0)$$

and

$$(D.11) \quad \int_{S^*}^{\infty} S f(S|S_0, t) dS = S_0 e^{(r-q)t} [1 - \Phi(u_0 - \sigma\sqrt{t})] = S_0 e^{(r-q)t} \Phi(-u_0 + \sigma\sqrt{t})$$

where we have used the identity  $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$ .

Now we define:

$$(D.12) \quad d_0 = u_0 - \lambda_1 \sigma \sqrt{t} = -\frac{\lambda_1 \sigma^2 t + \log\left(\frac{S_0}{S^*}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$(D.13) \quad d_1 = -u_0 + \sigma \sqrt{t} = \frac{\log\left(\frac{S_0}{S^*}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$(D.14) \quad d_2 = -u_0 = \frac{\log\left(\frac{S_0}{S^*}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

Grouping the results (D.8), (D.10), and (D.11) and using the definitions above, we find:

$$(D.15) \quad c_1 S_0^{\lambda_1} e^{\lambda_1 \left[ \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \lambda_1 \frac{\sigma^2 t}{2} \right]} \Phi(d_0) + S_0^{(r-q)t} \Phi(d_1) - K \Phi(d_2)$$

# Références supplémentaires

## BOOKS

- AITCHISON, J. AND J. A. C. BROWN. *The Lognormal Distribution*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1957.
- BIERMAN, HAROLD AND SEYMOUR SMIDT. *The Capital Budgeting Decision*, 7<sup>th</sup> ed. New York, NY: Macmillan Publishing Company, 1988.
- BJORK, THOMAS. *Arbitrage Theory in Continuous Time*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1998.
- BREALEY, RICHARD A. AND STEWART C. MYERS. *Principles of Corporate Finance*, 4<sup>th</sup> ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1991.
- BOYCE, WILLIAM E. AND RICHARD DIPRIMA. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 5<sup>th</sup> ed. New York, NY: John Wiley & Sons, 1992.
- COPELAND, TOM; TIM KOLLER AND JACK MURRIN. *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1996.
- DIXIT, AVINASH K. AND ROBERT S. PINDYCK. *Investment Under Uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.
- HULL, JOHN C. *Options, Futures and Other Derivatives*, 6<sup>th</sup> ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2006.
- MUN, JOHNATHAN. *Real Options Analysis: tools and techniques for valuing strategic investments and decisions*. New York, NY: John Wiley & Sons, 2002.
- NEFTCI, SALIH N. *Principles of Financial Engineering*. San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2004.
- RUBINSTEIN, REUVEN Y., *Simulation and the Monte-Carlo method*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1981.
- SICK, GORDON. *Valuation and Capital Budgeting*. Unpublished, 2006.
- TRIGEORGIS, LENOS. *Real Options: managerial flexibility and strategy in resource allocation*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1996.
- VOLTAIRE. *Micromégas; Zadig; Candide*. Paris, France: Flammarion, 2006.

## ARTICLES

- BAR-ILAN, AVNER AND WILLIAM C. STRANGE. "Investment Lags" *The American Economic Review*, Vol. 86, No. 3, June 1996. Available at JSTOR: <http://links.jstor.org/sici?sici=0002-8282%28199606%2986%3A3%3C610%3AIL%3E2.0.CO%3B2-Y>
- BARRERA-ESTEVE, CHRISTOPHE; FLORENT BERGERET; CHARLES DOSSAL; EMMANUEL GOBET; ASMA MEZIOU; REMI MUNOS; DAMIEN REBOUL-SALZE. "Numerical Methods for the Pricing of Swing Options: A Stochastic Control Approach" *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 8, No. 4, December 2006. Available at Springer: <http://www.springerlink.com/content/f1m78783164rj300/> or DOI: 10.1007/s11009-006-0427-8

- BOYER, MARCEL. "L'Économie des organisations: mythes et réalités", *L'Actualité Économique, Revue d'analyse économique* 72(3), 1996, pp. 247-274. <http://retro.erudit.org/revue/ae/1996/v72/n3/602206ar.pdf>
- BOYER, MARCEL; ÉRIC GRAVEL AND PIERRE LASSERRE. "Real Options and Strategic Competition: A survey" *Conference paper*. May 2004. Available at Real Options: <http://www.realoptions.org/papers2004/BoyerGravelLasserre.pdf>
- BOYER, MARCEL; MARTIN BOYER AND RENÉ GARCIA. "The value of real and financial risk management" *Scientific Series*, December 2005. Available at CIRANO: <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2005s-38.pdf>
- BOYER, MARCEL; PETER CHRISTOFFERSEN; PIERRE LASSERRE AND ANDREY PAVLOV, 2003, "Création de valeur, gestion de risque et options réelles" *Rapport Bourgogne*, CIRANO 2003RB-01, Available at CIRANO: <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2003RB-01.pdf>
- BOYER, MARCEL; PETER CHRISTOFFERSEN; PIERRE LASSERRE AND ANDREY PAVLOV, 2003 "Value Creation, Risk Management and Real Options" *Burgundy Report*, CIRANO 2003RB-02. Available at CIRANO: <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2003RB-02.pdf>
- CHRISTOFFERSEN, PETER AND ANDREY PAVLOV. "Company Flexibility, the Value of Management and Managerial Compensation" *Scientific Series*, February 2003, CIRANO 2003s-06. Available at CIRANO: <http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2003s-06.pdf>
- COTTREL, TOM AND GORDON SICK. *First Mover (Dis-)Advantages and Real Options*, July 2001. Available at University of Calgary: <http://www.ucalgary.ca/~sick/Research/fmaro8.pdf>
- DAUTEL, VINCENT. "Innovation pour le marché et succès commercial : une analyse sur base des données luxembourgeoises de l'enquête communautaire sur l'innovation" Working paper CEPS/INSTEAD, ref. 03-06-0273-E, November 2006. Available at Portail Luxembourgeois de l'innovation et de la recherche: [http://www.innovation.public.lu/html/publication/publication\\_detail.jsp?idUrl=1589](http://www.innovation.public.lu/html/publication/publication_detail.jsp?idUrl=1589)
- GRAVEL, ÉRIC. "Regulations, Irreversibility and Uncertainty: An Application of Real Options to Building Transmission Lines" *Master Thesis*, Department of Economics, Université Laval, 2002. Available at Université Laval: <http://www.green.ecn.ulaval.ca/chaire/memoiregravel.pdf>
- LIEBERMAN, MARVIN B. AND DAVID B. MONTGOMERY. "First-mover advantages" *Strategic Management Journal*, Vol. 9, No. S1, 1998, pp. 41-58. Available at Wiley InterScience: <http://www3.interscience.wiley.com/cgi-bin/abstract/114123724/ABSTRACT> or DOI: 10.1002/smj.4250090706
- LINTNER, JOHN. "The Valuation of Risk and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets" *The Review of Economics and Statistics*, February 1965, Vol. 47, pp. 13-37. Available at JSTOR: <http://www.jstor.org/view/00346535/di952949/95p0121v/0>
- LONGSTAFF, FRANCIS A. AND EDUARDO S. SCHWARTZ. "Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach" *The review of Financial Studies*, Vol. 14, No. 1, Spring 2001, pp. 113-147. Available at JSTOR: <http://links.jstor.org/sici?sici=0893-9454%28200121%2914%3A1%3C113%3AVA0BSA%3E2.0.CO%3B2-W>
- LOVALLO, DAN P. AND LENNY T. MENDONCA. "Strategy's strategist: An interview with Richard Rumelt" *The McKinsey Quarterly*, August 2007. <http://www.jorgejuanfernandez.com/archives/Strategy's%20Strategist,%20McKinsey%20Quarterly%202007.pdf>
- LOVALLO, DAN P. AND OLIVIER SIBONY. "Distortions and deceptions in strategic decisions" *The McKinsey Quarterly*, No. 1, 2006. <http://www.mckinsey.com/business-functions/strategy-and-corporate-finance/our-insights/distortions-and-deceptions-in-strategic-decisions>

- LUEHRMAN, TIMOTHY A. "Strategy as a Portfolio of Real Options" *Harvard Business Review*, September-October 1998, pp. 89-97. Available at EBSCOhost: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=buh&AN=1049481&site=ehost-live>
- MCDONALD, ROBERT AND DANIEL SIEGEL. "The Value of Waiting to invest" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, No. 4, November 1986, pp. 707-728. Available at JSTOR: <http://links.jstor.org/sici?sici=0033-5533%28198611%29101%3A4%3C707%3ATVOWTI%3E2.0.CO%3B2-3>
- MCKINSEY & COMPANY. "IMPROVING STRATEGIC PLANNING: A MCKINSEY SURVEY" *THE MCKINSEY QUARTERLY*, WEB EXCLUSIVE, SEPTEMBER 2006. AVAILABLE AT MCKINSEY: [http://www.mckinseyquarterly.com/Strategy/Strategic Thinking/Improving\\_strategic\\_planning\\_A\\_McKinsey\\_Survey\\_abstract](http://www.mckinseyquarterly.com/Strategy/Strategic Thinking/Improving_strategic_planning_A_McKinsey_Survey_abstract)
- MODIGLIANI, FRANCO AND MERTON H. MILLER. "The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment" *The American Economic Review*, Vol. 48, No. 3, June 1958, pp. 261-297. Available at JSTOR: <http://links.jstor.org/sici?sici=0002-8282%28195806%2948%3A3%3C261%3ATCOCCF%3E2.0.CO%3B2-3>
- RIBEIRO, DIANA R. AND STEWART D. HODGES. *A Two-factor Model for Commodity Prices and Futures Valuation*, 2004. Available at University of Warwick: [http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/research/wfri/wpaperseries/pp\\_04.132.pdf](http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/research/wfri/wpaperseries/pp_04.132.pdf)
- ROSS, STEPHEN. A. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing" *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, December 1976, pp. 341-360. Available at ScienceDirect: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WJ3-4CYGFRT-1KR/2/6acb77fd1b1ddf1b4bbf54cb6fd4d100> or DOI: 10.1016/0022-0531(76)90046-6
- SHARPE, WILLIAM F. "The Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk" *Journal of Finance*, Vol. 19, September 1964, pp. 425-442. Available at JSTOR: <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28196409%2919%3A3%3C425%3ACAPATO%3E2.0.CO%3B2-O>
- SMIT, HAN AND L. A. ANKUM. "A REAL OPTIONS AND GAME-THEORETIC APPROACH TO CORPORATE INVESTMENT STRATEGY UNDER COMPETITION", *FINANCIAL MANAGEMENT*, VOL. 22, NO. 3, 1993, PP. 241-250. AVAILABLE AT JSTOR: [http://links.jstor.org/sici?sici=0046-3892\(199323\)22%3A3%3C241%3AAROAGA%3E2.0.CO%3B2-K](http://links.jstor.org/sici?sici=0046-3892(199323)22%3A3%3C241%3AAROAGA%3E2.0.CO%3B2-K) OR DOI: 10.2307/3665941
- SMIT, HAN AND LENOS TRIGEORGIS. "Strategic Planning: Valuing and Managing Portfolios of Real Options" *R&D Management*, Vol. 36, No. 4, September 2006, pp. 403-419. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=931760> or DOI: 10.1111/j.1467-9310.2006.00440.x
- SMIT, HAN AND LENOS TRIGEORGIS. "Real options and games: Competition, alliances and other applications of valuation and strategy" *Review of Financial Economics*, Vol. 15, Issue 2, 2006, pp. 95-112. Available at ScienceDirect: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6W61-4J84T1H-1/2/ff887595036dd2b7dedb6a8754536076> or DOI: 10.1016/j.rfe.2005.12.001
- SMIT, HAN AND LENOS TRIGEORGIS. *Flexibility and commitment in strategic investment*, n. d. Available at NYU: <http://w4.stern.nyu.edu/emplibrary/flexcom2.pdf>
- TRIGEORGIS, LENOS. "Anticipated competitive entry and early preemptive investment in deferrable projects", *Journal of Economics and Business*, Vol. 43, no. 2, May 1991, pp. 143-156. Available at ScienceDirect: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V7T-47DCWX6-1J/2/2c47fe8ffe05bd6a2344752b003fae76> or DOI: 10.1016/0148-6195(91)90014-N

## WEBSITES

COPELAND, THOMAS. (n. d.). *An Excerpt from Real Options: A Practitioner's Guide*. Retrieved June 12, 2007, from Monitor Group: <http://www.monitor.com/cgi-bin/iowa/ideas/index.html?article=38>

Google. (2007, January 25). *Google Press Center: News Announcement*. Retrieved June 12, 2007, from Google: [http://www.google.com/intl/en/press/annc/video\\_youtube.html](http://www.google.com/intl/en/press/annc/video_youtube.html)

TANCER, BILL. (2007, January 29). *Hitwise US: YouTube and Google: Quantifying the Synergy*. Retrieved June 12, 2007, from Hitwise US: [http://weblogs.hitwise.com/bill-tancer/2007/01/youtube\\_and\\_google\\_quantifying.html](http://weblogs.hitwise.com/bill-tancer/2007/01/youtube_and_google_quantifying.html)

VENKATESAN, C. P. (2007). *Real Options = Real Value*. Retrieved June 12, 2007, from A. T. Kearney: <http://www.atkearney.com/main.taf?p=5,3,1,124,2>

Wikipedia, The Free Encyclopedia. (2004, October 24). *Log-normal distribution*. Retrieved July 12, 2007, from Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Log-normal\\_distribution&oldid=142159742](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Log-normal_distribution&oldid=142159742)

## OTHER PUBLICATIONS

DE NEUFVILLE, RICHARD; JOEL CLARK AND FRANK R. FIELD. (n. d.). *Real Options*. Lecture notes. Massachusetts Institute of Technology. Available at MIT: [http://ardent.mit.edu/real\\_options/RO\\_current\\_lectures/real\\_options\\_1.pdf](http://ardent.mit.edu/real_options/RO_current_lectures/real_options_1.pdf)

Montréal Exchange. (n. d.) *Reference manual: Equity options*. Available at Montréal Exchange : [http://www.m-x.ca/f\\_publications\\_en/en.guide.options.pdf](http://www.m-x.ca/f_publications_en/en.guide.options.pdf)

"LIFFE Option: a guide to trading strategies" *LIFFE Administration and management*.

While every effort has been made in order to provide a working link to the articles used, we cannot guarantee that those links will remain functional in the future. The links presented here are the most stable URLs we could find. Should any of them fail, please conduct a web search for the author, article title or publication name. Some of the references may require subscriptions. Most university libraries have access to those journals. Please consult with your library on how to access periodicals. DOI references can be found at: <http://dx.doi.org>